



For the English version see below, after the Italian one.



L'ORIGINE DELLA QUANTIZZAZIONE NELL'UNIVERSO

di *Leonardo Rubino*

leonrubino@yahoo.it

per www.fisicamente.net

Giugno 2011 – Rev. 00

Indice:

-Indice.	Pag.1
-Capitolo 1: Quantizzazione ed Indeterminazione direttamente dall'Universo.	Pag.2
Par. 1.1: Concetti introduttivi.	Pag.2
Par. 1.2: Quantizzazione, Indeterminazione ed Universo.	Pag.3
Par. 1.3: L'Equazione di Planck/Einstein e la comparsa del concetto di quantizzazione.	Pag.3
-Capitolo 2: La nascita della Fisica Quantistica.	Pag.5
Par. 2.1: L'Effetto Fotoelettronico e il cammino verso la quantizzazione.	Pag.5
Par. 2.2: Lo Spettro di Emissione del Corpo Nero di Planck.	Pag.6
Par. 2.3: La Legge di Stefan-Boltzmann.	Pag.14
Par. 2.4: La Legge di Wien.	Pag.16
Par. 2.5: L'Effetto Compton.	Pag.17
-Capitolo 3: Una trattazione più formale della Meccanica Quantistica.	Pag.19
Par. 3.1: Equazione di Schrödinger (deduzione formale).	Pag.19
Par. 3.2: Le Relazioni di Indeterminazione di Heisenberg (deduzione formale).	Pag.23
-Capitolo 4: Le costanti della fisica come effetto dell'Universo (l'origine delle costanti fisiche).	Pag.26
Par. 4.1: La velocità della luce.	Pag.26
Par. 4.2: Massa e raggio dell'elettrone.	Pag.26
Par. 4.3: La Costante di Planck.	Pag.28
Par. 4.4: La Costante di Stephan-Boltzmann.	Pag.29
Par. 4.5: La Costante di Struttura Fine.	Pag.29
Par. 4.6: La Costante di Boltzmann.	Pag.31
Par. 4.7: La Costante di Gravitazione Universale.	Pag.31
-APPENDICI.	Pag.32
Appendice 1: Come io vedo l'Universo (Unificazione Gravità Elettromagnetismo).	Pag.32
-Bibliografia.	Pag.49

Capitolo 1: Quantizzazione ed Indeterminazione direttamente dall'Universo.

Par. 1.1: Concetti introduttivi.

Se il mondo esistesse da sempre, allora ciò che sta avvenendo adesso sarebbe dovuto già avvenire.
A. SCHOPENHAUER.

Se un evento, dopo aver avuto a disposizione un tempo infinito, ancora non è avvenuto, allora evidentemente è perché non potrà avvenire mai.

In fisica, il concetto di tempo infinito è privo di senso. L'infinito è un oggetto che si può solo nominare ed a cui si può associare un simbolo, ma lo stesso non è ovviamente né immaginabile, né realmente maneggiabile.

In matematica si parla di tendenza ad infinito; tendenza e basta. L'Universo non può esistere da sempre; e, allora, prima che c'era? Beh, non è che non c'è risposta; è mal posta la domanda. Il tempo nasce con l'Universo, dunque il concetto di "prima dell'Universo" è contraddittorio. C'è da quando c'è e basta. Anzi, c'è e basta. E' invece più proficuo il comprendere come effettivamente esso possa "comparire" senza violare le leggi di conservazione e della fisica in generale (vedere mia spiegazione in App. 1).

Beh, certo che se la materia mostra attrazione reciproca in forma di gravità, allora siamo in un Universo armonico oscillante in fase di contrazione, che si sta contraendo tutto verso un punto comune che è il centro di massa di tutto l'Universo. Infatti, l'accelerare verso il centro di massa ed il mostrare proprietà attrattive gravitazionali sono due facce della stessa medaglia. Inoltre, tutta la materia intorno a noi mostra di voler collassare: se ho una penna in mano e la lascio, essa cade, dimostrandomi che vuole collassare; poi, la Luna vuole collassare nella Terra, la Terra vuole collassare nel Sole, il Sole nel centro della Via Lattea, la Via Lattea nel centro del suo ammasso e così via, e, dunque, anche tutto l'Universo collassa. No?

Ma allora come si spiegherebbe che vediamo la materia lontana, intorno a noi, allontanarsi e non avvicinarsi? Beh, facile: se tre paracadutisti si lanciano in successione da una certa quota, tutti e tre stanno cadendo verso il centro della Terra, dove poi idealmente si incontreranno, ma il secondo paracadutista, cioè quello che sta in mezzo, se guarda in avanti, vede il primo che si allontana da lui, in quanto ha una velocità maggiore, poiché si è buttato prima, mentre se guarda indietro verso il terzo, vede anche questi allontanarsi, in quanto il secondo, che sta facendo tali rilevamenti, si è lanciato prima del terzo, e dunque ha una velocità maggiore e si allontana dunque pure da lui. Allora, pur convergendo tutti, in accelerazione, verso un punto comune, si vedono tutti allontanarsi reciprocamente. Hubble era un po' come il secondo paracadutista che fa qui i rilevamenti. Solo che non si accorse dell'esistenza della accelerazione di gravità g (a_{Univ}) come background.

Ricordo poi che recenti misurazioni su supernove lontane tipo Ia, su altre galassie, utilizzate come candele standard, hanno dimostrato che l'Universo sta effettivamente accelerando, fatto questo che è contro la teoria della nostra presunta attuale espansione post Big Bang, in quanto, dopo che l'effetto di una esplosione è cessato, le schegge proiettate si propagano, sì, in espansione, ma devono farlo ovviamente non accelerando.

Tuttavia, non esistendo, il mondo, da sempre, la materia che collassa non può provenire dalla lontananza dell'infinito; dunque, evidentemente, centinaia di miliardi di anni fa fu in espansione (post Big Bang), in senso opposto a quello di collassamento attuale, e dunque a gravità repulsiva. L'Universo è dunque ciclico, e dunque ha una frequenza di ciclo **ed è**

questa la chiave per capire come mai esso è quantizzato! Tutte le frequenze che esistono nell'Universo devono dunque essere, direttamente od indirettamente, multiple della sua, che è la più piccola frequenza esistente.

Si dimostra in App. 1 che il periodo T_{Univ} dell'Universo è: $T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} s$

(7.840 miliardi di anni) ($n_{Univ} = 4,05 \cdot 10^{-21} Hz$), in quanto sappiamo dalla fisica che: $v = \omega R$ e $w = 2p/T$, e, nel caso dell'Universo intero: $c = \omega R_{Univ}$ e $w = 2p/T_{Univ}$. E per il valore della frequenza angolare, si ha: $w_{Univ} \cong c/R_{Universo-New} = 2,54 \cdot 10^{-20} rad/s$, ed esso è il parametro giusto per una reinterpretazione della costante di Hubble globale H_{global} , che vale H_{local} solo nell'Universo a noi visibile ($w_{Univ} = H_{Global}$).

Inoltre, sempre in App. 1, partendo dai dati sull'Ammasso di galassie della Chioma, si dimostra che l'Universo, nel collassare a velocità c , accelera con accelerazione $a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2$.

Par. 1.2: Quantizzazione, Indeterminazione ed Universo.

Come del resto fatto anche in App. 1, facciamo scaturire il Principio di Indeterminazione di Heisenberg come conseguenza dell'essenza dell'Universo macroscopico collassante a velocità c ed accelerante ad a_{Univ} .

Per tale principio, dal momento che il prodotto $\Delta x \Delta p$ deve stare al disopra della quantità $\mathbf{h}/2$, con il segno dell'eguaglianza, quando Δx è massimo, Δp deve essere minimo, e viceversa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \mathbf{h}/2 \quad \text{e} \quad \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = \mathbf{h}/2 \quad (\mathbf{h} = h/2p)$$

Ora, come Δp_{\max} consideriamo, per l'elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!), la quantità $\Delta p_{\max} = (m_e \cdot c)$ e come Δx_{\min} per l'elettrone, dal momento che lo stesso altro non è che un'armonica dell'Universo che lo contiene (così come un suono può essere considerato come composto dalle sue armoniche), avremo $\Delta x_{\min} = a_{Univ}/(2p)^2$, come conseguenza diretta delle caratteristiche dell'Universo che lo contiene; infatti, sappiamo che $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$, in quanto si sa dalla fisica che $a = w^2 R$, e poi $w_{Univ} = 2p/T_{Univ} = 2pn_{Univ}$, e come w_e dell'elettrone (che è armonica dell'Universo) si considera dunque la " n_{Univ} - esima" parte di w_{Univ} , cioè: $|w_e| = |w_{Univ}/n_{Univ}| = |H_{Global}/n_{Univ}|$, come se l'elettrone, o una coppia elettrone-positrone, possono compiere oscillazioni a mo' di quelle dell'Universo, ma con un rapporto velocità- ampiezza non pari alla Costante di Hubble (globale), bensì con la stessa fratto n_{Univ} e, dunque, se per l'Universo tutto è vero

$$\text{che: } R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2, \text{ per l'elettrone: } \Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2p)^2}$$

$$\text{da cui: } \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2p)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \quad (1.1)$$

e questa quantità ($0,527 \cdot 10^{-34} Js$), guarda caso, è proprio $\mathbf{h}/2$!!

Par. 1.3: L'Equazione di Planck/Einstein e la comparsa del concetto di quantizzazione.

Come abbiamo detto, c'è un Universo con una sua frequenza, la più piccola esistente e la più basilare che esiste. Poi, con la (1.1) abbiamo ottenuto un risultato pari a $\hbar/2 = h/4p$ e già qui inizia a fare la sua comparsa la costante di Planck $h = 6,625 \cdot 10^{-34} J \cdot s$, come funzione anche di grandezze macroscopiche, come a_{Univ} e c. Inoltre, sempre in App. 1, viene dimostrato che se si immagina che un elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!) irradi tutta l'energia che lo costituisce nel tempo T_{Univ} , si ottiene una potenza che è esattamente $1/2$ della costante di Planck in watt! Infatti:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_w = 3,316 \cdot 10^{-34} W .$$

E l'Equazione di Planck/Einstein $E = h\nu$ (ed $E_T = nh\nu$, in caso di n fotoni), che ci dice che l'energia di un fotone è pari a ν (frequenza) volte il pacchetto di energia h (in joule), è considerata, in un certo senso, come la madre della fisica quantistica, dei pacchetti di energia ecc.

Noi, precedentemente, questa speciale costante h l'abbiamo fatta scaturire da ragionamenti visivi che concernono l'Universo e le particelle, ma nel secolo scorso essa comparì con l'Equazione di Planck/Einstein, principalmente tramite due fenomenologie distinte: una, l'Effetto Fotoelettronico, studiato principalmente da Einstein e l'altro, ossia lo studio dello Spettro di Emissione del Corpo Nero, studiato principalmente da Planck. Diciamo che, nell'opinione di chi scrive, sia Einstein che Planck non intuirono a priori la loro equazione e la quantizzazione, ma furono costretti dalle circostanze a sopporle al solo fine di far combaciare la teoria con i risultati degli esperimenti!

Poi, dal momento che il quanto non è nullo, ma ha una sua consistenza, sicuramente nell'opinione di chi scrive, anche nella determinazione dei valori delle grandezze fisiche, le incertezze non possono essere nulle (Principio di Indeterminazione di Heisenberg, Equazione di Schrödinger ecc). Se osservi una particella per valutarne la posizione, devi interferire con essa, seppur con il più piccolo quanto di energia, e dunque la "tocchi", dunque la sposti un po', e dunque modifichi ciò che ti stai proponendo di valutare.

Anche in campo termodinamico, dove la fisica quantistica regna, se io cerco di far raggiungere, ad esempio ad un liquido in un calorimetro, lo zero assoluto, vi infilo all'interno un termometro e comincio a raffreddare a più non posso, tramite un frigorifero, ma in qualsiasi momento decido di controllare se sono giunto allo zero assoluto, nell'opinione di chi scrive, devo guardare il termometro, dunque illuminarlo, seppur anche solo con il più piccolo quanto di energia luminosa, e dunque lo scaldo e lo stesso trasmette un po' di calore al liquido e dunque allo zero assoluto non ci sarò mai comunque.

Analizziamo entrambe le fenomenologie sopra accennate: l'Effetto Fotoelettronico e lo studio dello Spettro di Emissione del Corpo Nero.

Capitolo 2: La nascita della Fisica Quantistica.

Par. 2.1: L'Effetto Fotoelettronico e il cammino verso la quantizzazione.

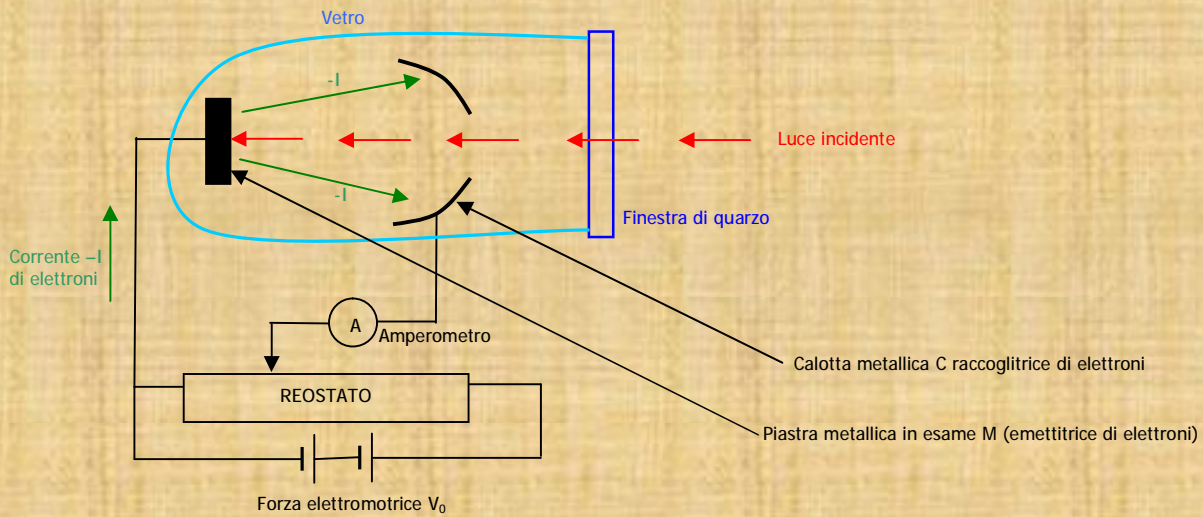


Fig. 2.1: Dispositivo per l'effetto fotoelettronico.

La tensione tra calotta C e piastra M sia: $\Delta V = V_C - V_M$ e sia I la corrente misurata dall'amperometro. Sia poi I_∞ la corrente di saturazione, ossia la corrente massima ottenibile per un dato flusso di luce Φ .

Si ha sperimentalmente che:

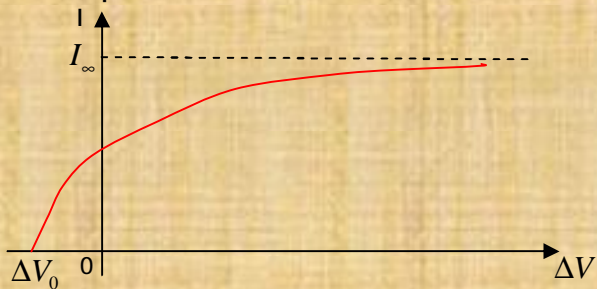


Fig. 2.2: Grafico tensione-corrente.

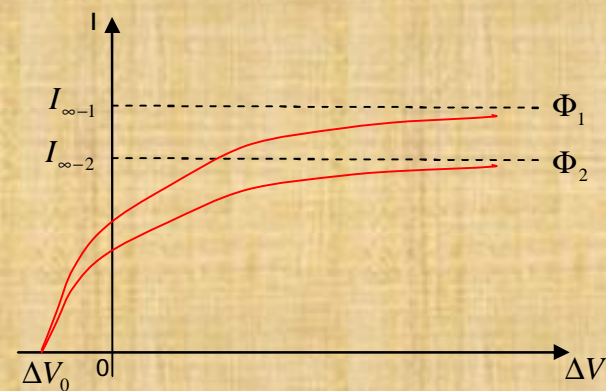


Fig. 2.3: Grafico tensione-corrente per flussi di luce Φ diversi.

La luce incidente fa saltare fuori degli elettroni dalla piastra M, che vengono poi raccolti dalla calotta metallica, ed anche accelerati, eventualmente, da una differenza di potenziale.

Si ha che gli elettroni vengono emessi con una energia cinetica E_K che può essere misurata applicando una $\Delta V = \Delta V_0$ (potenziale d'arresto) inversa tale che la corrente di elettroni emanati anche con $\Delta V = 0$ venga annullata; quando ciò avviene, evidentemente si ha che: $-e\Delta V_0 = E_K$.

Si nota sperimentalmente che $\Delta V_0 \neq f(\Phi)$, ossia ΔV_0 non dipende da Φ , ma dipende invece dalla frequenza n della luce incidente.

Ciò è in totale disaccordo con la fisica classica.

E si rileva dunque sperimentalmente quanto in Fig. 2.4:

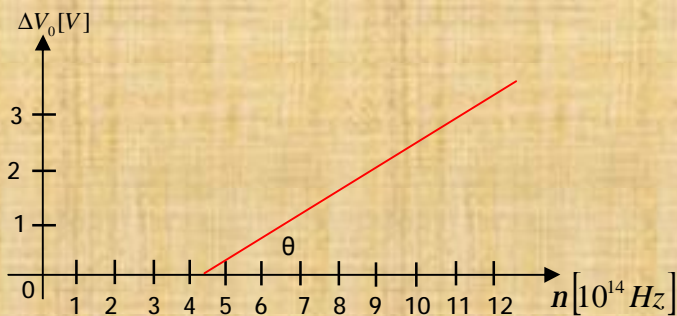


Fig. 2.4: Potenziale d'arresto-frequenza della radiazione incidente.

$tg\theta$ è fisso e vale sempre: $tg\theta = h/e$. L'equazione di questa retta, nota anche come Relazione di Einstein, è ovviamente:

$$E_K = -e\Delta V_0 = hn - L_e = \frac{1}{2}m_e V^2, \text{ con } L_e \text{ che è il lavoro di estrazione necessario per}$$

l'elettrone, hn è l'energia apportata dal fotone all'elettrone e $E_K = \frac{1}{2}m_e V^2$ è l'energia cinetica con cui emerge l'elettrone.

La grossa novità qui è la relazione $E = hn$ (relazione di Planck/Einstein) con cui la luce porta energia: essa dipende dalla frequenza e secondo una costante di proporzionalità pari ad $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (costante di Planck).

Par. 2.2: Lo Spettro di Emissione del Corpo Nero di Planck.

premesse sulla Legge di Distribuzione di Boltzmann:

cercheremo di capire come varia, in un materiale, il numero di molecole per unità di volume al variare dell'energia.

Supponiamo di avere una colonna di gas a temperatura costante posto in un recipiente e sotto l'effetto del campo gravitazionale.

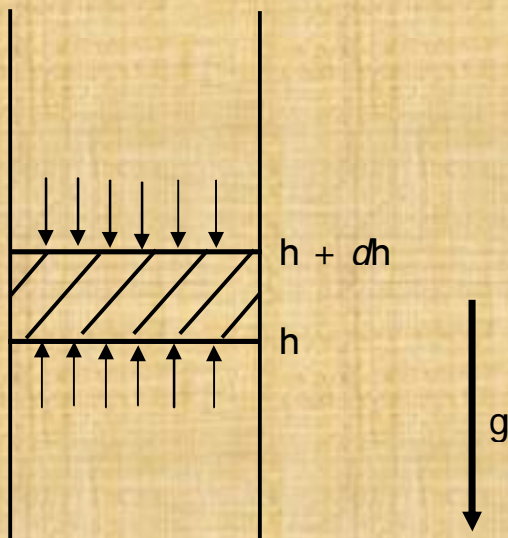


Fig. 2.5: Colonna di gas.

Se il nostro recipiente ha un volume V e contiene N particelle di gas, si definisca n come il numero di particelle per unità di volume.

Con riferimento alla figura sopra, si consideri una sezione S della colonna di gas alla generica altezza h . La pressione P_h all'altezza h è ovviamente superiore a quella all'altezza $h+dh$, poiché ad h la quantità di gas che grava verso il basso è maggiore.

Essendo la pressione P definita come $dF/dS = (\text{peso del disco alto } dh \text{ e di sezione } S) / S$, si ha:

$$P_{h+dh} - P_h = dP = \frac{-m \cdot n \cdot S \cdot dh \cdot g}{S} = -mgndh, \quad (2.1)$$

dove m è la massa di ogni singola particella di gas, n è il numero di particelle per unità di volume, $S dh$ è il volume del disco considerato, g è l'accelerazione di gravità ed il segno $-$ testimonia il fatto che dP è negativo (P diminuisce salendo).

Sappiamo anche dalla termodinamica che :

$$PV = n_{\text{kmoli}} RT = n_{\text{kmoli}} N_A \cdot \frac{R}{N_A} T = N \cdot k \cdot T, \quad (2.2)$$

dove la prima eguaglianza è la legge di stato dei gas perfetti ($R=\text{cost}$), N_A è il numero di particelle contenute in una kilomole, cioè il Numero di Avogadro, $N = n_{\text{kmoli}} N_A$ è il numero totale di particelle del gas in esame (evidentemente costituito da n_{kmoli}) e $k=R/N_A$ è la costante di Boltzmann.

Per la dimostrazione dell'Eq. di stato dei gas perfetti si consulti un qualsiasi testo di Fisica Generale.

Dalla precedente equazione si ricava che:

$$P = \frac{N}{V} kT = nkT.$$

Differenziando quest'ultima relazione, si ottiene:

$$dP = dnkT \quad (2.3)$$

Combinando la (2.1) con la (2.3), si ottiene:

$$\frac{dn}{n} = -\frac{mg}{kT} dh = -\frac{dE_p}{kT},$$

dove $dE_p = mgdh$ è il differenziale dell'energia potenziale posseduta da ciascuna particella.

L'integrazione di questa equazione differenziale dà banalmente il seguente risultato:

$$n = n_0 e^{-E_p / kT} \quad (2.4)$$

dove n_0 è costante.

Nel caso in cui le particelle siano soggette non al campo gravitazionale, ma ad una qualsiasi altra forza conservativa F_i (ad esempio le forze intermolecolari stesse), che supporremo diretta verso la direzione x , nella (2.4), in luogo dell'energia potenziale E_p , si avrà la corrispondente energia potenziale E_i derivante dalla forza F_i , cioè:

$$E_i = -\int F_i \cdot dx.$$

In definitiva:

$$n = n_0 e^{-E_i / kT} \quad (2.5)$$

Il caso di azione di forze non conservative non lo prendiamo neanche in considerazione, poiché, in tal caso, non sarebbe neppure possibile pretendere l'equilibrio termico.

Per noi, l'equazione di Boltzmann (2.5) può ritenersi dimostrata e vogliamo ricordare ciò che tale equazione esprime:

la probabilità di trovare molecole in una data disposizione spaziale varia esponenzialmente con l'opposto dell'energia potenziale di quella disposizione, diviso per kT .

premesse sull'oscillatore armonico lineare:

Consideriamo una massa fissata all'estremo di una molla; l'altro estremo della molla sia fisso ad una parete.

Quando la massa inizia ad oscillare, ricordando che $F=ma$ e che, per Hooke $F=-kx$, si potrà scrivere la seguente equazione differenziale:

$$ma + kx = m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad , \text{ la cui soluzione è:}$$

$$x = x_0 \sin(\omega t + q) \quad (2.6)$$

$$\text{con } \omega = \sqrt{k/m} \quad .$$

Scriviamo ora l'espressione per l'energia totale E (pari all'energia cinetica più quella potenziale elastica) di questa massa che oscilla:

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} kx^2 = E = E_k + E_p \quad (2.7)$$

ciò perché:

$$E_p = -\int F \cdot dx = \int kx \cdot dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

Sostituendo la (2.6) nella (2.7), e tenendo conto dell'espressione per ω , si ottiene:

$$\begin{aligned} E &= \frac{m}{2} \omega^2 x_0^2 \cos^2(\omega t + q) + \frac{1}{2} kx_0^2 \sin^2(\omega t + q) = \\ &= \frac{1}{2} kx_0^2 [\cos^2(\omega t + q) + \sin^2(\omega t + q)] = \frac{1}{2} kx_0^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Risultando dall'espressione precedente che le componenti cinetica e potenziale sono identiche, abbiamo giustificato l'attribuzione di due componenti identiche pari a $(1/2)kT$ per l'energia totale degli oscillatori della cavità di un corpo nero.

premesse sulle onde stazionarie:

Se un'onda S_1 si propaga in un mezzo limitato, la sovrapposizione di essa con la sua riflessa S_2 dà origine ad un'onda stazionaria S :

$$S_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad , \quad S_2 = A \sin(kx + \omega t) \quad .$$

La differenza di segno negli argomenti testimonia il fatto che le onde si propagano ognuna in senso opposto all'altra; inoltre, il termine $\omega t = 2\pi n t$ ci dice che, fissato un punto x , si ha oscillazione nel tempo, mentre il termine kx ci dice che, fissato un istante t , si nota un'oscillazione muovendosi lungo x .

Un'onda che si propaga, dunque, oscilla nel tempo e lungo la direzione di propagazione.

$$S = S_1 + S_2 = 2A \cdot \sin kx \cdot \cos \omega t = 2A \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \cos 2\pi n t \quad (2.9)$$

ciò dopo aver ricordato l'identità trigonometrica seguente:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{(a - b)}{2} \cdot \sin \frac{(a + b)}{2} \quad .$$

lo Spettro di Emissione del Corpo Nero di Planck:

consideriamo una cavità le cui pareti si trovino alla temperatura T uniforme e costante. Le cariche microscopiche costituenti le pareti si muovono in virtù dell'agitazione termica, e, così facendo, irradiano onde elettromagnetiche che vanno riempiendo la cavità; si trasferisce così energia dalle pareti al campo elettromagnetico. Le onde elettromagnetiche, a loro volta, muovendosi internamente alla cavità, urtano contro le pareti; si trasferisce così energia dal campo alle pareti. Si raggiunge quindi un equilibrio.

Si chiama **Spettro della Radiazione di Corpo Nero** la funzione $f(n)$ tale che $f(n)dn$ indica la quantità di *energia* posseduta dal campo elettromagnetico contenuto nell'unità di *volume* della cavità, e avente frequenza compresa tra n e $n + dn$, ossia:

$$f(n)dn = du \quad [J / m^3]$$

Le pareti della cavità che emettono ed assorbono radiazione possono essere considerate come composte da piccoli dipoli oscillanti. Inoltre, possiamo osservare che alla radiazione contenuta nella cavità dobbiamo assegnare due gradi di libertà corrispondenti ai due piani di polarizzazione perpendicolari e tra loro indipendenti su cui ogni onda elettromagnetica può oscillare; in parole più semplici, un'onda elettromagnetica che si propaga lungo z può oscillare trasversalmente sia sul piano zx che su quello zy .

Sappiamo poi dalla teoria cinetica dei gas che ad ogni particella, e quindi ad ogni onda emessa da questa, e per ogni grado di libertà, va attribuita un'energia pari a due volte la quantità $\frac{1}{2}kT$, cioè kT , poiché l'energia totale si compone di una parte cinetica e di una

potenziale tra loro mediamente identiche (vedi la (2.8)).

Per la dimostrazione del fatto che l'energia totale da attribuire sia proprio kT /grado di libertà, si consultino un testo qualsiasi di Fisica Generale.

Supponiamo ora di avere, per semplicità, una cavità cubica, con la radiazione elettromagnetica che si propaga lungo i tre assi, dando luogo ad onde stazionarie; consideriamo inoltre solo un piano di polarizzazione per asse di propagazione (y), tenendo successivamente conto dell'effettiva esistenza di due gradi di libertà in seguito.

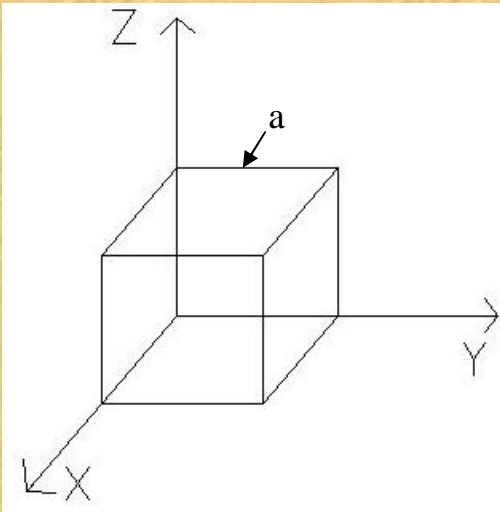


Fig. 2.6.

Essendo la cavità sede di onde stazionarie, e considerando l'asse x come asse di propagazione, si potrà esprimere la seguente equazione di un'onda stazionaria (vedi la (2.9)):

$$E_y(x,t) = E_{oy} \sin(kx) \cdot \sin(2pnt), \text{ con } k \text{ numero d'onda} = \frac{2p}{l} \text{ e } l \text{ lunghezza d'onda.}$$

Si ricorda che, banalmente: $c = l n$, e: $w = 2p/T = 2pn$.

Dovendosi l'onda stazionaria annullare in $x = 0$ ed in $x = a$, si avrà:

$$ka = np \rightarrow n = 2a/l \rightarrow n = \frac{c}{l} = \frac{c \cdot n}{2a}.$$

n è positivo, e non nullo, altrimenti non si ha onda.

In generale, per un'onda che si propaga lungo una direzione qualsiasi, si avrà, in componenti:

$$E_y(x,t) = E_{oy} \sin(k_x x) \cdot \sin(2pnt) \quad k_x = (2p/l) \cdot \cos a$$

$$E_z(y,t) = E_{oz} \sin(k_y y) \cdot \sin(2pnt) \quad k_y = (2p/l) \cdot \cos b$$

$$E_x(z,t) = E_{ox} \sin(k_z z) \cdot \sin(2pnt) \quad k_z = (2p/l) \cdot \cos g$$

dove i tre coseni sono i "coseni direttori", cioè le componenti del versore \hat{k} che individua la direzione di propagazione dell'onda.

Sempre per analogia con il caso monodimensionale, si ha:

$$k_x a = n_x p \rightarrow (2a/l) \cos a = n_x$$

$$k_y a = n_y p \rightarrow (2a/l) \cos b = n_y$$

$$k_z a = n_z p \rightarrow (2a/l) \cos g = n_z$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = (2a/l)^2 (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 g) = 4a^2 / l^2,$$

da cui :

$$n = \frac{c}{l} = \frac{c}{2a} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (2.10)$$

Al variare di tali n , si hanno tutti i possibili modi di vibrazione.

Ponendo tali valori di n_x , n_y , n_z su tre assi cartesiani, e considerando l'esempio di

$n_x, n_y, n_z = (1, 2, 2)$, si noterà che il numero di vibrazioni possibili cui corrispondono terne n_x, n_y, n_z ($n_x, n_y, n_z \neq 0$, pena l'averne un caso degenere) sono i vertici del grafico seguente in cui gli n sono appunto diversi da zero, e cioè tutti i puntini rossi.

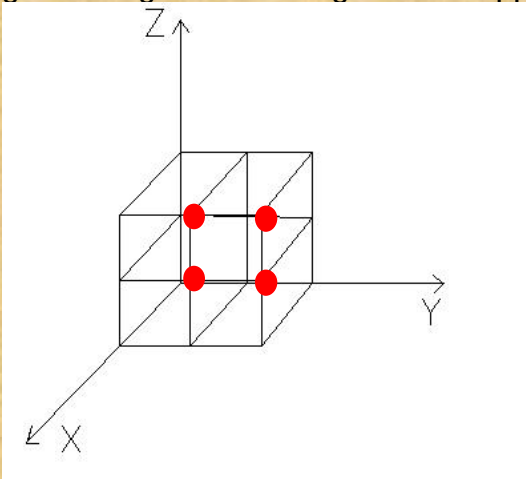


Fig. 2.7.

La cosa fondamentale che bisogna ora notare, e che ha validità generale, è che *tali modi di vibrazione possibili* (●) *corrispondono in numero ai cubetti di lato unitario* (anch'essi 4). **Quindi: n . di modi di vibraz . possibili = volume totale V individuato dalla terna n_x, n_y, n_z .**

La radice nell'espressione (2.10) altro non è che il valore di un raggio di un ottante di sfera individuato dalle tre componenti n_x, n_y, n_z (si considera ovviamente solo l'ottante dove n_x, n_y, n_z sono positivi, poiché, questi, positivi e non nulli devono essere).

Tale ultima considerazione ci suggerisce di passare un momento alle più pratiche coordinate polari:

essendo il volume di un ottante di sfera pari a $\frac{1}{8} \frac{4}{3} p \cdot r^3$, il numero N di modi di vibrazione possibili per un valore di r compreso tra 0 ed r è:

$$N = \frac{1}{8} \frac{4}{3} p \cdot r^3 .$$

Ne consegue che il numero $N(r) dr$ di modi di vibrazione possibili per un valore di r compreso tra r ed $r + dr$ è ottenibile differenziando l'espressione precedente:

$$N(r)dr = \frac{p}{2} r^2 dr .$$

Si definisca ora un $N(n)$ tale che $N(r)dr = N(n)dn$ = numero di modi di vibrazione possibili per frequenze comprese tra n e $n + dn$; osservando che, per la (2.10) $n = r \cdot c / (2a)$, e, differenziando quest'ultima, si ha:

$$dn = \frac{c}{2a} dr ; \text{ si ottiene dunque:}$$

$$N(n)dn = \frac{p}{2} \left(\frac{2a}{c} \right)^3 n^2 dn = \frac{4p}{c^3} V n^2 dn , \text{ con } V = a^3 = \text{volume della cavità.}$$

Per passare dalla precedente relazione all'espressione di $f(n)$, ricordando la definizione della stessa $f(n)$ data in precedenza, si dovrà:

-dividere per V per riferirci all'unità di volume

- moltiplicare per due per tenere conto dei due possibili stati di polarizzazione della radiazione (come ci riserveremo di fare quando tratteremo il corpo nero)
- moltiplicare per kT , cioè per l'energia media associata a ciascun grado di libertà.

In definitiva:

$$f(n)dn = \frac{8p}{c^3} kTn^2 dn \quad , \quad (2.11)$$

nota come formula di Rayleigh-Jeans.

Ovviamente:

$$f(n) = \frac{8p}{c^3} kTn^2$$

Il grafico di questa equazione è qui sotto riportato.

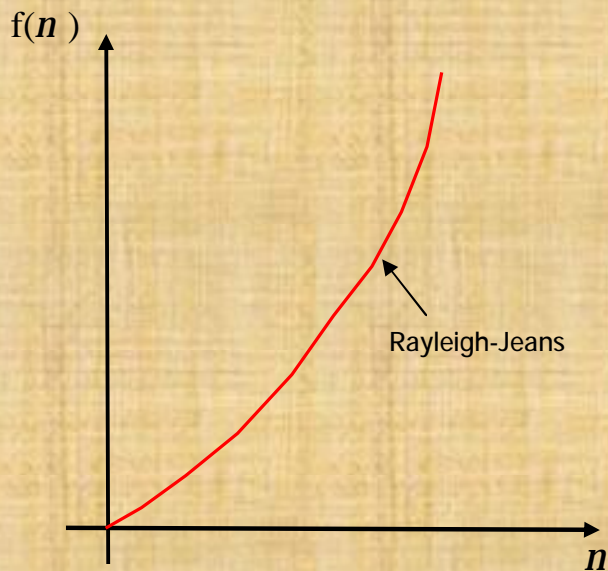


Fig. 2.8: Grafico alla Rayleigh-Jeans.

Sperimentalmente, però, si osserva un altro comportamento, e cioè il seguente:

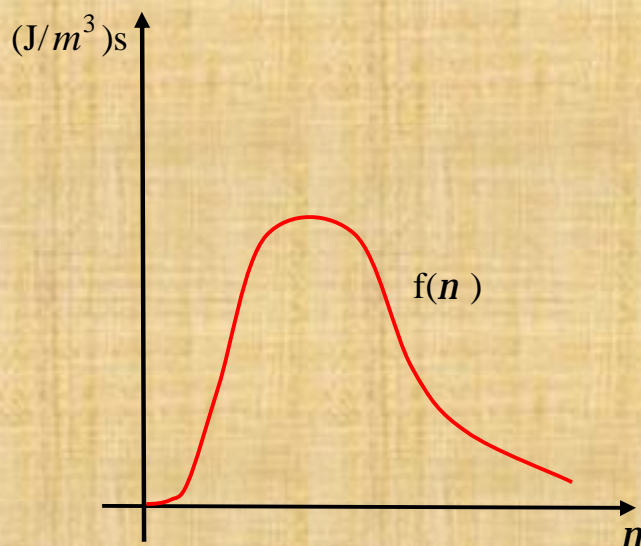


Fig. 2.9: Emissione reale.

Nella realtà, quindi, si ha un picco, cioè un valore di frequenza intorno al quale l'emissione del corpo nero si concentra.

Ovviamente, la curva qui sopra vale per una fissata temperatura T, e, come vedremo, all'aumentare di T il picco si ha per valori di frequenza più alti.

Ecco, ad esempio, perché un pezzo di ferro a temperatura ambiente emette radiazione elettromagnetica nel campo degli infrarossi, o giù di lì, mentre, man mano che lo si scalda, arriva ad emettere, per temperature di alcune centinaia di gradi, nel campo del visibile (calor rosso, calor bianco).

Analogamente, si riescono a determinare molte caratteristiche della superficie di una stella analizzando lo spettro di frequenza della "luce" che la stessa ci invia.

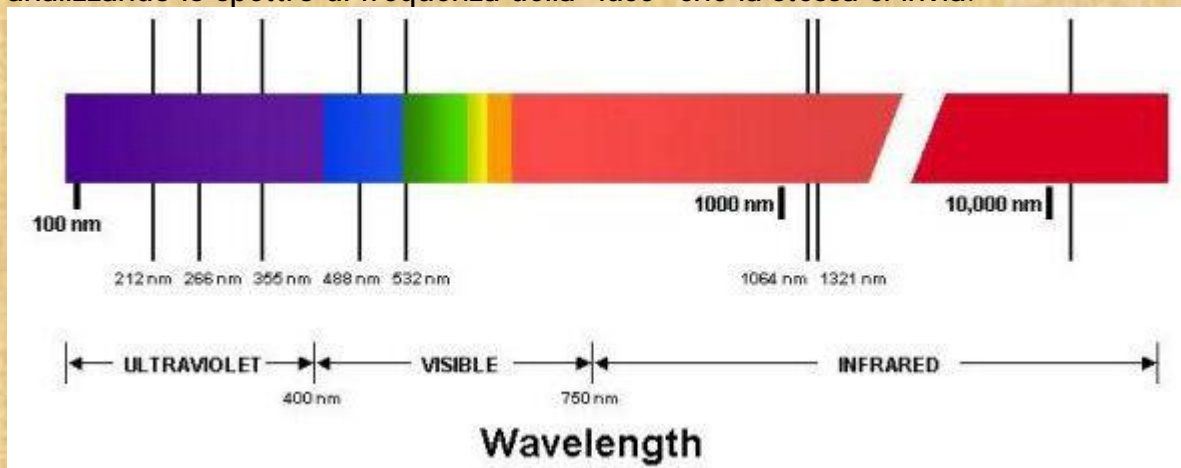


Fig. 2.10: Spettro della radiazione elettromagnetica.

Nulla di simile è invece confermato dal grafico alla Rayleigh-Jeans, che presuppone una catastrofe ultravioletta. Ciò segnò l'inizio della crisi della fisica classica, e ci fu la necessità di apportare idee ed ipotesi di carattere quantistico per far combaciare le deduzioni teoriche con la realtà; un esempio è la supposizione che Max Planck fece e che noi ora riportiamo.

Osserviamo innanzitutto che, se vogliamo stabilire l'energia media \bar{E} tra tutte le energie dei costituenti di un dato sistema, possiamo effettuare una media pesata di tutte le energie, che sono distribuite secondo la già dimostrata formula di Boltzmann (2.5) per $n(E)$; dunque:

$$\bar{E} = \frac{\sum E_i \cdot n(E_i)}{\sum n(E_i)} = \frac{\sum E_i \cdot n_0 e^{-E_i/kT}}{\sum n_0 e^{-E_i/kT}} = \frac{\sum E_i \cdot e^{-E_i/kT}}{\sum e^{-E_i/kT}} ; \quad (2.12)$$

il numeratore è la somma di tutte le energie, ognuna delle quali pesata secondo il numero di costituenti che la possiedono, mentre il denominatore è il numero totale di particelle. Al momento, tale media fornirebbe il valore kT , che è proprio il valore di energia che noi abbiamo attribuito ad ogni costituente.

Con l'unico fine di passare dalla formula di Rayleigh-Jeans ad una formula il cui grafico fosse quello sperimentale del corpo nero, sopra riportato, Planck suppose che per ogni valore di frequenza n , l'energia del sistema potesse assumere solo valori discreti (quantizzati !):

$$E = hn, 2hn, \dots, nhn \quad , \quad (n \text{ intero}). \quad [\text{Eq. ne di Planck/Einstein}]$$

Con tale assunzione, la (2.12) diviene (sommatoria in n):

$$\bar{E} = \frac{\sum_0^{\infty} nhn \cdot e^{-nhn/kT}}{\sum_0^{\infty} e^{-nhn/kT}}$$

Il risultato è:

$$\bar{E} = \frac{hn}{e^{hn/kT} - 1}; \text{ infatti, ponendo } \frac{hn}{kT} = z, \text{ si ha: } \bar{E} = kT \frac{\sum_0^{\infty} nz \cdot e^{-nz}}{\sum_0^{\infty} e^{-nz}}; \text{ definendo:}$$

$$f(z) = \sum_0^{\infty} e^{-nz}, \text{ si ha: } -z \cdot df/dz = z \sum_0^{\infty} n \cdot e^{-nz} = \sum_0^{\infty} nz \cdot e^{-nz}, \text{ dunque:}$$

$$\bar{E} = -kTz \frac{df/dz}{f} = -kTz \frac{d}{dz} \ln z = -kTz \frac{d}{dz} \ln \sum_0^{\infty} e^{-nz}. \text{ Avendosi ora, per gli sviluppi di Taylor,}$$

oppure per lo studio delle serie geometriche, che: $\sum_0^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$, e ponendo: $e^{-z} = x$, si

$$\text{ha: } \bar{E} = -kTz \frac{d}{dz} \ln(1 - e^{-z})^{-1} = -kTz \frac{1}{(1 - e^{-z})^{-1}} (1 - e^{-z})^{-2} e^{-z} = kTz \frac{e^{-z}}{1 - e^{-z}} = \frac{kTz}{e^z - 1} = \frac{hn}{e^{hn/kT} - 1}$$

cioè l'asserto, dopo aver ricordato l'espressione di z .

La novità di Planck, dunque, è stata quella di porre nella eq. di Rayleigh-Jeans (2.11), in luogo dell'energia media per componente, cioè kT , il valore trovato di \bar{E} , quindi:

$$f(\nu) d\nu = \frac{8\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2.13)$$

cioè, proprio l'equazione di Planck.

Dividendo entrambi i membri per $d\nu$, si ottiene l'espressione per $f(\nu)$ che descrive eccellentemente il grafico sperimentale sopra riportato sull'emissione del corpo nero!

Par. 2.3: La Legge di Stefan-Boltzmann.

Avevamo definito il corpo nero come una cavità. Ora, pratichiamo un forellino per far uscire dalla cavità della radiazione (u [J/m^3]), come in figura:

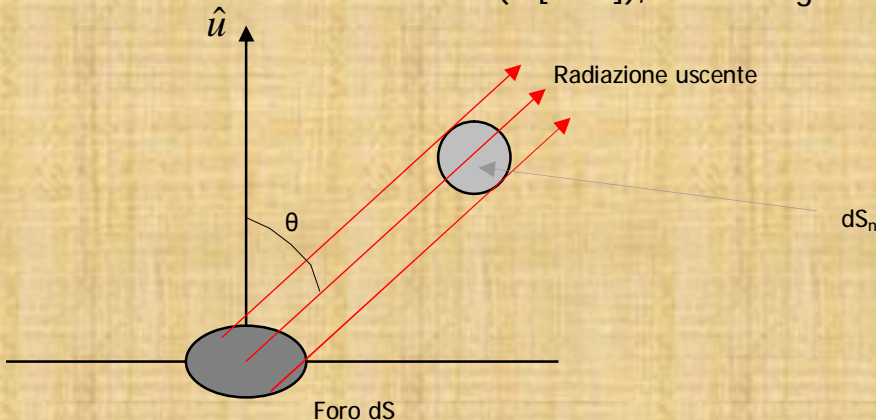


Fig. 2.11: Foro e radiazione uscente.

Avevamo poi visto, con la (2.11) che si aveva:

$$f(n)dn = \frac{8p}{c^3} kTn^2 dn \quad [J/m^3] \quad (2.14)$$

Introducendo ora la potenza W [$J/s=W$] e l'angolo solido Ω [sr], si ha banalmente, riguardo dS_n :

$$\left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = du \cdot c \cdot dS_n \frac{d\Omega}{4p} \quad [W] \text{ (potenza nell'intervallo } dv \text{ e } d\Omega.) \quad (2.15)$$

in quanto tali watt su dS_n sono dati dalla du [J/m^3], che emerge dal foro, per c , che è la velocità della radiazione uscente, che li porta a [$Jm/(m^3s)$] = [W/m^2], poi ancora per i metri quadri di dS_n (ed abbiamo i watt), ma il tutto ancora per la frazione di angolo solido (frazione adimensionale) $\frac{d\Omega}{4p}$ sotto cui è vista dS_n .

Ricordando ora che $dS_n = dS \cos q$ e $du = f(v)dv$, la (2.15) diventa:

$$\left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = f(v)dv \cdot c \cdot dS \cos q \frac{d\Omega}{4p} \quad [W]$$

Introducendo ora l'intensità della radiazione, cioè I [W/m^2], si ha ovviamente che:

$$\left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{1}{dS} \left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot d\Omega dv \quad [W/m^2]$$

(la legge del coseno che è emersa è la Legge del Coseno di Lambert).

Ricordando ora che si può esprimere un angolo solido in funzione degli angoli delle coordinate polari nel seguente modo: $d\Omega = \sin q dq dj$, si ha ancora:

$$\left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{1}{dS} \left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot \sin q \cdot dq dj dv \quad [W/m^2]$$

Integrando ora quest'ultima su $d\Omega$, ossia su $dq dj$ (θ tra 0 e p) (φ tra 0 e p), e tenendo conto che:

$$\int_0^p \cos q \sin q dq = 2 \int_0^{p/2} \cos q \sin q dq = 2(1/2) = 1, \text{ mentre l'integrale su } \varphi \text{ vale ovviamente } p, \text{ si}$$

ha, in totale:

$$\iint_{q-j} \left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \left(\frac{dI}{dv}\right)dv = dI = \frac{cf(v)}{4p} \cdot 1 \cdot p \cdot dv = \frac{cf(v)}{4} dv$$

ma essendo $\frac{dI}{dv} = e(n)$ [$W/(Hz \cdot m^2)$] = [J/m^2], si avrà che:

$$e(n)dv = \left(\frac{c}{4}\right)f(v)dv \quad [W/m^2] \quad (2.16)$$

Tenendo ora conto della (2.14) e della seguente scontata: $n = c/l$, si ha:

$$e(n)dv = \left(\frac{c}{4}\right)f(v)dv = \left(\frac{c}{4}\right)\frac{8p}{c^3} kTn^2 \cdot dv = \frac{2p}{c^2} n^2 kT dv$$

Differenziando ora la $n = c/l$, si ha, banalmente: $dn = c \cdot dl / l^2$ e definendo $f(l)$ ed $e(l)$ come segue (ovviamente):

$$f(l)dl = f(v)dv$$

$$e(l)dl = e(v)dv$$

si avrà:

$$f(l)dl = f(v)\frac{dv}{dl}dl = \frac{8p}{c^3} kTn^2 \cdot \frac{dv}{dl}dl = \frac{8p}{c^3} kTn^2 \cdot \frac{c}{l^2}dl = \frac{8p}{l^4} kT \cdot dl \quad (2.17)$$

$$e(l)dl = e(v) \frac{dv}{dl} dl = \frac{2p}{c^2} n^2 kT \frac{dv}{dl} dl = \frac{2p}{c^2} n^2 kT \frac{c}{l^2} dl = \frac{2pc}{l^4} kT \cdot dl \quad (2.18)$$

Se ora, proprio come facemmo nella (2.11) per ottenere la (2.13), nelle (2.17) e (2.18) poniamo al posto di kT l'espressione: $\frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$, si avranno le seguenti versioni

dell'Equazione di Planck:

$$f(v)dv = \frac{8pv^2}{c^3} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} dv \quad [J/m^3] \quad (2.19)$$

$$f(l)dl = \frac{8phc}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kTl} - 1} dl \quad [J/m^3] \quad (2.20)$$

$$e(v)dv = \frac{2pv^2}{c^2} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} dv \quad [W/m^2] \quad (2.21)$$

$$e(l)dl = \frac{2phc^2}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kTl} - 1} dl \quad [W/m^2] \quad (2.22)$$

Integrando poi la (2.21), si ottiene:

$$e = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{v^3}{e^{hv/kT} - 1} dv = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-hv/kT} v^3}{1 - e^{-hv/kT}} dv = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty [v^3 e^{-hv/kT} \sum_0^\infty (e^{-hv/kT})^n] dv = \frac{2ph}{c^2} \sum_1^\infty \int_0^\infty v^3 e^{-n(hv/kT)} dv$$

Ponendo ora: $b = \frac{h}{kT}$ ed $a = \frac{2ph}{c^2}$, si ha ancora:

$$e = a \sum_1^\infty \left(-\frac{d^3}{d(bn)^3} \right) \int_0^\infty e^{-bnv} dv = a \sum_1^\infty \left(-\frac{d^3}{d(bn)^3} \right) \left(\frac{1}{bn} \right) = \frac{6a}{b^4} \sum_1^\infty \frac{1}{n^4} = \frac{6a}{b^4} \frac{p^4}{90} = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \boxed{sT^4 = e}$$

$[W/m^2]$ (Legge di Stefan-Boltzmann)

con $s = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ (Costante di Stefan-Boltzmann)

Per verificare che la sommatoria $\sum_1^\infty \frac{1}{n^4}$ dà come risultato un numero pari a $\frac{p^4}{90}$ è sufficiente anche provare a sommare i primi termini della serie stessa.

Par. 2.4: La Legge di Wien.

Dalla (2.22) si ha: $e(l) = \frac{2phc^2}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kTl} - 1}$; con riferimento anche alla figura 2.9, che qui riportiamo:

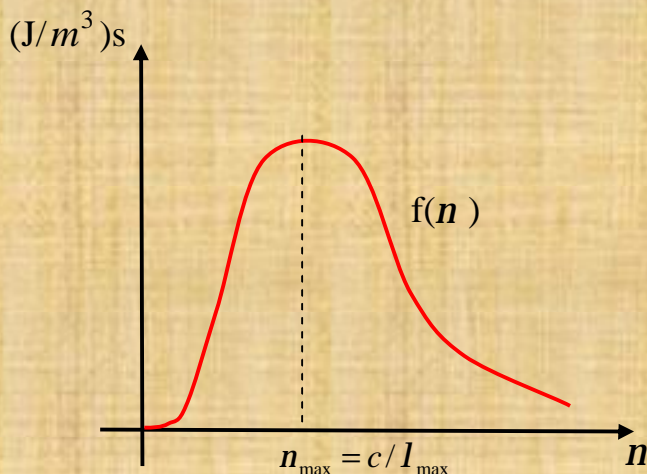


Fig. 2.12: Il massimo di frequenza.

volendo capire con quale λ_{\max} avviene l'emissione, per l'analisi matematica poniamo $\frac{de(I)}{dI} = 0$, cioè annulliamo la derivate prima, da cui:

$$5I^4(e^{hc/kTl} - 1) + I^5 e^{hc/kTl} \left(-\frac{hc}{kTl^2}\right) = 0, \text{ da cui: } 5I e^{hc/kTl} - 5I - \frac{hc}{kT} e^{hc/kTl} = 0, \text{ da cui ancora:}$$

$$\frac{(e^{hc/kTl} - 1)}{e^{hc/kTl}} = 1 - e^{-hc/kTl} = \frac{hc}{5kTl}; \text{ questa equazione trascendente, risolta numericamente, ma,}$$

volendo, anche graficamente, fornisce: $\frac{hc}{kTl} = 4,965$, da cui:

$$I_{\max} = \frac{C}{T} = \frac{hc}{k \cdot 4,965 T} = \frac{0,2897 \cdot 10^{-2}}{T} = I_{\max} [m] \quad (\text{Legge di Wien}) \quad (2.23)$$

e $C = 0,2897 \cdot 10^{-2} [K \cdot m]$ è la Costante di Wien.

Par. 2.5: L'Effetto Compton.

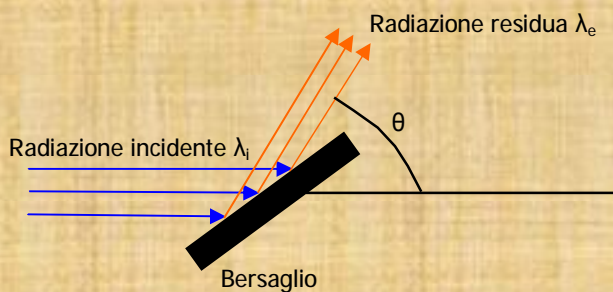


Fig. 2.13: L'Effetto Compton.

Siamo in un caso analogo a quello dell'Effetto Fotoelettronico; qui, però, la radiazione incidente sul bersaglio ha lunghezza d'onda λ_i molto piccola, pari a qualche frazione di Å. Parliamo dunque di fotoni molto energetici.

Gli elettroni partiranno con un certo angolo θ' , ma si osserverà anche una radiazione residua a λ_e . Essendo questo un urto molto energetico, tanto che l'energia cinetica dell'elettrone sarà poi paragonabile a quella sua di riposo $m_e c^2$, lo stesso sarà assimilabile a quello di un fotone contro elettrone libero, dunque come se quest'ultimo non fosse vincolato al nucleo. E si dovrà comunque ricorrere alle formule relativistiche.

Tale fenomeno, ovviamente, non è interpretabile nell'ambito della fisica classica.

Dimostriamo ora che: $I_e = I_i + I_c(1 - \cos q)$ (2.24)

$$I_c = \frac{h}{m_e c} = 0,025 \text{ \AA} \text{ è la lunghezza d'onda Compton.}$$

Riportiamo le composizioni vettoriali delle quantità di moto in gioco:

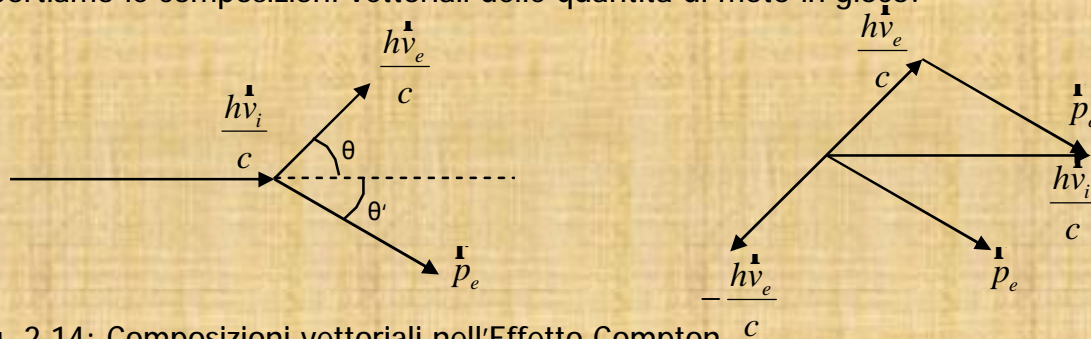


Fig. 2.14: Composizioni vettoriali nell'Effetto Compton.

Si ha che $\mathbf{p}_e = \frac{h\mathbf{v}_i}{c} - \frac{h\mathbf{v}_e}{c}$, da cui, moltiplicando scalarmente m.a.m. con la stessa equazione: $\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_e = \frac{h\mathbf{v}_i}{c} \cdot \frac{h\mathbf{v}_i}{c} + \frac{h\mathbf{v}_e}{c} \cdot \frac{h\mathbf{v}_e}{c} - 2 \frac{h\mathbf{v}_i}{c} \cdot \frac{h\mathbf{v}_e}{c}$, ossia:

$$p_e^2 = \left(\frac{hv_i}{c}\right)^2 + \left(\frac{hv_e}{c}\right)^2 - 2 \frac{hv_i}{c} \frac{hv_e}{c} \cos q \quad (2.25)$$

Inoltre, per la conservazione dell'energia:

$$E_0 + hv_i = E + hv_e \quad (2.26)$$

Ora, per le grandezze a riposo si ha: $E_0 = m_e c^2$, (2.27)

$\mathbf{p}_0 = 0$, mentre per quelle dinamiche, si ha:

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_e c^2 \quad \text{e} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{p}_e = \frac{m_e \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_e \mathbf{v} \quad (2.29)$$

e si ha poi, dalla relatività e dalle due eq. precedenti, che:

$$c^2 \mathbf{p}_e^2 - E^2 = -m_e c^4 \quad (2.30)$$

Moltiplichiamo ora la (2.25) per c^2 e nella (2.26) isoliamo E e poi quadriamo, ottenendo:

$$c^2 p_e^2 = (hv_i)^2 + (hv_e)^2 - 2h^2 v_i v_e \cos q$$

$$E^2 = (E_0 + hv_i - hv_e)^2 = m_e c^4 + (hv_i)^2 + (hv_e)^2 + 2m_e c^2 (hv_i - hv_e) - 2hv_i hv_e$$

sottraendo ora m.a.m. queste due e ricordando la (2.30),

$$hv_e - hv_i = \frac{h^2 v_i v_e}{m_e c^2} (1 - \cos q) \quad (2.31)$$

e moltiplicando ora per $\frac{c}{v_i v_e} (= \frac{I_e}{v_i} = \frac{I_i}{v_e})$, si ottiene: $I_i - I_e = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos q)$ e la (2.24) è

così dimostrata.

Calcoliamo ora θ' :

proiettiamo l'equazione (già introdotta) $\frac{h\mathbf{v}_i}{c} = \frac{h\mathbf{v}_e}{c} + \mathbf{p}_e$ sugli assi; si ottiene:

$$0 = \frac{hv_e}{c} \sin q + p_e \sin q' \quad \text{e} \quad \frac{hv_i}{c} = \frac{hv_e}{c} \cos q + p_e \cos q' \quad \text{ovvero:}$$

$$-\frac{hv_e}{c} \sin q = p_e \sin q' \quad \text{e} \quad \frac{hv_i}{c} - \frac{hv_e}{c} \cos q = p_e \cos q'$$

e dividendo m.a.m., si ha: $tg q' = \frac{v_e \sin q}{v_i - v_e \cos q} = \frac{\sin q}{\frac{v_i}{v_e} - \cos q}$, ma per la (2.31):

$$\frac{v_i}{v_e} = 1 + \frac{hv_i}{m_e c^2} (1 - \cos q), \quad \text{da cui, finalmente: } tg q' = \frac{\sin q}{\left(1 + \frac{hv_i}{m_e c^2}\right)(1 - \cos q)} = \frac{\cot(q/2)}{\left(1 + \frac{hv_i}{m_e c^2}\right)}$$

Capitolo 3: Una trattazione più formale della Meccanica Quantistica.

Par. 3.1: Equazione di Schrödinger (deduzione formale).

Ricordiamo l'equazione di Planck/Einstein:

$$E = h\nu \quad (3.1)$$

e ricordiamo poi anche la ovvia relazione matematica tra la pulsazione (velocità angolare) ω e la frequenza ν :

$$\omega = 2\pi\nu \quad (3.2)$$

Abbiamo poi l'energia di una particella:

$$E = m_0c^2 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{c} \quad (3.3)$$

e poi la quantità di moto:

$$\mathbf{p} = m_0\mathbf{c} \quad (3.4)$$

e poi ancora le relazioni generiche $c = \lambda\nu$ (velocità uguale lunghezza d'onda per frequenza)

$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ (modulo del vettore d'onda $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\hat{k}$) e $\mathbf{h} = \frac{h}{2\pi}$ (costante di Dirac – \mathbf{h} segnata).

Ora, dalle (3.1) e (3.3), scaturisce che: $p = h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi\nu}{\lambda} = \mathbf{h}k$ (3.5)

Inoltre: $E = h\nu = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = \mathbf{h}\omega$. (3.6)

e, per una particella, $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}m^2v^2 = \frac{p^2}{2m}$ (3.7)

e $E = \mathbf{h}\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\mathbf{h}^2k^2}{2m}$. (3.8)

Ora, visto che per localizzare una particella devo interferire con essa, illuminandola o comunque perturbandola in qualche modo e visto che, detto con semplicità, più una particella è piccola e più questa interazione la disturba, la sposta, la devia, la rallenta, l'accelera ecc, viene spontaneo non immaginarla più come un singolo puntino imperturbabile, ma bensì con un'onda.

Con De Broglie, possiamo associare ad una particella una lunghezza d'onda, e ciò traendo spunto dalla (3.5):

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV}, \text{ dove ora } V \text{ è la velocità della particella e } p \text{ è il modulo di } \mathbf{p} = m_0\mathbf{V}.$$

Per quanto appena detto, viene altresì spontaneo introdurre una funzione d'onda $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{x}, t)$ che descriva la particella in moto lungo $\mathbf{r}(x, y, z)$ (od $\mathbf{x}(x, y, z)$).

funzione d'onda:

per quanto precedentemente detto, la particella non è più un puntino senza dimensioni, ma una sorta di nuvoletta che rappresenta lo spazio entro il quale è più probabile trovare la particella; indicando con $r(\mathbf{x}, t)d^3x$ la probabilità di trovare la particella nell'elemento di volume tra \mathbf{x} ed $\mathbf{x} + d^3x$ (d^3x perchè ragioniamo, qui, in tre dimensioni), essa deve essere proporzionale, secondo una costante di proporzionalità, al modulo quadro $|\Psi(\mathbf{x}, t)|^2$ della funzione d'onda $\Psi = \Psi(\mathbf{x}, t)$. Si parla qui di modulo quadro perché un'onda, in generale, posso esprimerla con funzioni trigonometriche, e dunque anche in forma complessa, cioè con numeri complessi, cui corrispondono quantità appunto quantificabili in campo reale quando ne prendo il modulo:

$|\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = |N|^2 r(\mathbf{x},t) d^3x$ $(|\Psi(\mathbf{x},t)|^2 = \Psi(\mathbf{x},t)\Psi^*(\mathbf{x},t))$, dove $\Psi^*(\mathbf{x},t)$ è la complessa coniugata di $\Psi(\mathbf{x},t)$, (i scambiato con $-i$).

Ψ è caratteristica di ogni singolo elettrone. Ora, per la definizione stessa di probabilità, l'integrazione su tutto lo spazio deve fornire la probabilità massima:

$$\int r(\mathbf{x},t) d^3x = 1, \text{ da cui: } \int |\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = |N|^2$$

Normalizziamo dunque la funzione Ψ in modo tale che $\int |\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = 1$, da cui:

$$\Psi_N(\mathbf{x},t) = \frac{1}{N} \Psi(\mathbf{x},t)$$

Elenchiamo ora alcune caratteristiche cui deve sottostare Ψ :

-deve essere continua, in quanto la probabilità di trovare la particella, ad esempio, in x_0 deve essere la stessa, comunque si tenda ad x_0 , che sia da destra o da sinistra.

-deve essere ovunque limitata, così come lo è la probabilità di trovare la particella in un determinato luogo.

-per una particella localizzata in una regione Ω , si deve avere $\Psi = 0$ per $x \notin \Omega$.

-deve essere funzione monodroma (cioè ad un sol valore)

-funzioni d'onda che differiscono solo per la normalizzazione descrivono lo stesso sistema fisico (e $\Psi = 0 \rightarrow$ Vuoto)

-se un sistema può stare in uno stato Ψ_1 ed anche in uno stato Ψ_2 , allora può stare anche in un generico stato $\Psi = a\Psi_1 + b\Psi_2$.

funzione d'onda di una particella libera:

sappiamo dalla fisica delle onde che, ovviamente, un'onda che si propaga nel tempo e lungo x , deve avere come argomento una funzione del tipo:

$\frac{2p}{l} \hat{k} \cdot \mathbf{x} - \frac{2p}{l} vt = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t$, in quanto se fissiamo un punto nel tempo (es.: $t=0$) si ha una variabilità con x e fissando x si ha una variabilità nel tempo, dunque proprio un'onda.

Ora, per le (3.5) e (3.6) si ha: $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t = \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \cdot \mathbf{x} - \frac{E}{\hbar} t$ e dunque la funzione d'onda deve essere del tipo:

$$f(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) = f\left(\frac{\mathbf{p}}{\hbar} \cdot \mathbf{x} - \frac{E}{\hbar} t\right) \quad (3.9)$$

Notiamo ora che derivare la (3.9) rispetto a t significa fattorizzare ω , mentre derivarla rispetto ad x significa fattorizzare k .

Ora, essendo per la (3.8): $w = \frac{\hbar k^2}{2m}$, si intuisce, per quanto appena detto, che dovremo considerare come equazione delle onde un'equazione del primo ordine rispetto a t e del secondo rispetto ad x :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = g \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} . \quad (3.10)$$

Adesso, Fourier ci suggerirebbe di proporre come funzioni di base candidate ad essere soluzioni della (3.10) le seguenti quattro:

$$A \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (3.11)$$

$$B \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (3.12)$$

$$C e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (3.13)$$

$$D e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (3.14)$$

Notiamo dunque che le (3.11) e (3.12), in forma monodimensionale (x in luogo di \mathbf{x} ecc), non possono soddisfare la (3.10), mentre le (3.13) e (3.14) sì, a patto di considerare:

$-i\omega = -gk^2$, da cui: $g = i \frac{\omega}{k^2} = i\hbar \frac{\hbar\omega}{\hbar^2 k^2} = i\hbar \frac{E}{p^2} = \frac{i\hbar}{2m}$ e notiamo che g è qui indipendente da quantità dinamiche come p , dunque ci va bene.

Se invece avessimo scelto l'Equazione delle Onde $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = g \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$ (non ok), tutte e quattro le candidate l'avrebbero soddisfatta, ma per g si sarebbe avuto:

$g = \frac{\omega^2}{k^2} = \left(\frac{\hbar\omega}{\hbar k}\right)^2 = \frac{E^2}{p^2} = \frac{p^2}{4m^2}$, non ok, in quanto un simile g sarebbe un parametro dinamico, contenendo p , e dunque l'equazione proposta avrebbe, come dire, visto cambiare la propria caratteristica con p .

Inseriamo allora la (3.13) nella nostra buona candidata (3.10), ottenendo:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \text{ ossia, moltiplicando entrambi i membri per } i\hbar:$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

(Equazione di Schrödinger per una particella libera ed in moto unidimensionale)

Sostituendo ora l'espressione di $\Psi(x,t)$ (la (3.13) monodimensionale) nella (3.15), si ottiene:

$$\hbar\omega\Psi = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Psi, \text{ cioè:}$$

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m} \Psi \quad (3.16)$$

ed infatti già vedemmo che $E = \frac{p^2}{2m}$.

Ora, riscriviamo un attimo una sopra l'altra le (3.15) e (3.16):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m} \Psi$$

Da un confronto membro a membro, si nota che è possibile la seguente associazione di operatori:

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \text{ e } p^2 \rightarrow -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \gg \gg p \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

In tre dimensioni, la (3.15) diventa:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi, \quad (3.17)$$

che è l'Equazione di Schrödinger tridimensionale per una particella libera, dove $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ è il Laplaciano, poi $\Psi(\mathbf{r}, t) = C e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, $|\Psi(\mathbf{r}, t)| = C$, $E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$,

$$p^2 \rightarrow -\hbar^2 \Delta, \quad p \rightarrow -i\hbar \nabla, \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad \omega = \frac{\hbar k^2}{2m}, \quad \text{con } k = |\mathbf{k}|.$$

Si noti che la velocità dell'onda è $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m}$, cioè una velocità di fase, mentre la

velocità della particella è $v_g = \frac{p}{m} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} \frac{\hbar k^2}{2m} = 2v_f$, e cioè una velocità di gruppo.

Essendo ora che nella (3.17) la quantità $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$ ha le dimensioni appunto di un'energia E,

e cinetica, nella fattispecie, visto che tale quantità abbiamo visto corrispondere a:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \rightarrow \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} m^2 v^2 = E_k, \quad (3.18)$$

se la particella si trova invece anche in un potenziale V, si avrà, in luogo della sola energia cinetica, l'energia totale $H = T + V = E_k + V$ (H è l'Hamiltoniana) e la (3.17) diverrà dunque: $(\Psi(\mathbf{r}, t) = C e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, funzione d'onda e $\Psi^*(\mathbf{r}, t) = C e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ è la complessa coniugata)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V\right) \Psi \quad \text{Equazione di Schrödinger completa!} \quad (3.19)$$

Alternativamente, per la (3.18) qui sopra possiamo scrivere che:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = H - V = \frac{p^2}{2m} \quad (3.20)$$

nonchè:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = (H - V) \Psi \quad (3.21)$$

$$\text{ossia: } \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0 \quad \text{Altra forma della Equazione di Schrödinger completa!} \quad (3.22)$$

Riguardo le velocità di fase e di gruppo, per un fotone, che evidentemente è monocromatico e rispetta l'equazione delle onde, le due coincidono ($v_f = v_g = c$), e tutto ciò ci ricorda ancora una volta che l'Equazione di Schrödinger non è l'Equazione delle Onde di d'Alembert ed inoltre, per essa, si ha che $v_f \neq v_g$.

L'Equazione di Schrödinger sa dunque di onda "legata", stazionaria. Guarda caso. Vuoi vedere che l'Equazione di Schrödinger, nella formulazione della (3.22), coincide con l'equazione delle onde stazionarie???

Proviamo a vedere:

notiamo innanzitutto che la (3.22) ha proprio la forma dell'equazione delle onde stazionarie:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0 ; \text{ (equazione delle onde stazionarie)} \quad (3.23)$$

per semplicità, consideriamola un attimo la (3.22) in forma monodimensionale:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0 ; \text{ beh, è proprio identica.}$$

La (3.23) è appunto l'equazione delle onde stazionarie; infatti, se un'onda generica Ψ_1 si propaga in un mezzo limitato, la sovrapposizione di essa con la sua riflessa Ψ_2 dà origine ad un'onda stazionaria $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$: $\Psi_1 = A \sin(kx - \omega t)$, $\Psi_2 = A \sin(kx + \omega t)$.

La differenza di segno negli argomenti testimonia il fatto che le onde si propagano ognuna in senso opposto all'altra; inoltre, il termine $\omega t = 2\pi n t$ ci dice che, fissato un punto x , si ha oscillazione nel tempo, mentre il termine kx ci dice che, fissato un istante t , si nota un'oscillazione muovendosi lungo x .

Ψ , dunque, oscilla nel tempo e lungo la direzione di propagazione.

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \sin kx \cdot \cos \omega t = 2A \sin \frac{2p}{\hbar} x \cdot \cos 2\pi n t ; \quad (3.24)$$

ciò dopo aver ricordato l'identità trigonometrica seguente:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{(a - b)}{2} \cdot \sin \frac{(a + b)}{2} .$$

Ora, fissato t nella (3.24), si ha: $\Psi = \text{const} \cdot \sin kx$, da cui: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\text{const} \cdot k^2 \sin kx = -k^2 \Psi$,

da cui ancora: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0$, e cioè la (3.23), ossia appunto l'equazione delle onde stazionarie!

Allora, come ulteriore dimostrazione intuitiva dell' Equazione di Schrödinger, forniamo la seguente:

sia Ψ la funzione d'onda; essa deve sottostare all'equazione delle onde $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0$;

sappiamo dalle pagine precedenti che: $p = \hbar k$, da cui: $k^2 = \frac{p^2}{\hbar^2}$ e quindi:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \Psi = 0 . \quad (3.25)$$

Ora, abbiamo visto con la (3.20) che: $H - V = \frac{p^2}{2m}$, da cui: $\frac{2m}{\hbar^2} (H - V) = \frac{p^2}{\hbar^2}$ e la (3.25)

fornisce: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0$ e cioè proprio la (3.22) monodimensionale!

Par. 3.2: Le Relazioni di Indeterminazione di Heisenberg (deduzione formale).

premesse sul valor medio di un operatore:

ricordiamo che con (Ψ, Ψ) intendiamo la seguente espressione: $\int \Psi^*(\mathbf{\hat{x}}, t) \Psi(\mathbf{\hat{x}}, t) d^3 x$, che vale dunque 1 per Ψ normalizzate.

Abbiamo in precedenza parlato di probabilità P come funzione dello spazio (x o $\mathbf{\hat{x}}$) e proporzionale al modulo quadro della funzione d'onda:

$$P \propto |\Psi(\mathbf{\hat{x}}, t)|^2 = \Psi(\mathbf{\hat{x}}, t) \Psi^*(\mathbf{\hat{x}}, t), \text{ dove } \Psi^*(\mathbf{\hat{x}}, t) \text{ è la complessa coniugata di } \Psi(\mathbf{\hat{x}}, t)$$

(i scambiato con -i). Volendo poi valutare il valor medio (nello spazio) per un operatore F, possiamo utilizzare il concetto di media pesata, dove appunto il peso valutato in ogni punto dello spazio, dove si effettua la media, è allora $\Psi(\mathbf{\hat{x}}, t)\Psi^*(\mathbf{\hat{x}}, t)$:

$$\langle F \rangle = (\Psi, F\Psi) = \int \Psi^*(\mathbf{\hat{x}}, t) F \Psi(\mathbf{\hat{x}}, t) d^3x \quad (3.26)$$

premesse sui commutatori fondamentali:

si definisce commutatore dell'operatore A con l'operatore B: $[A, B] = AB - BA$. Ora, nel caso A e B siano semplici numeri, il commutatore sarà nullo, ma se essi sono invece degli operatori, allora può essere diverso.

Per i commutatori fondamentali, abbiamo:

$$[x_i, x_j] = x_i x_j - x_j x_i = 0 \quad (x = \text{posizione})$$

$$[p_i, p_j] = (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i})(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j}) - (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j})(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i}) = 0, \quad (\text{vedemmo che } p \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}).$$

$$[x_i, p_j] = i\hbar d_{ij}$$

infatti, immaginando di applicare il commutatore ad un operatore ausiliario ϕ generico:

$$[x_i, p_j]j = x_i(-i\hbar \frac{\partial j}{\partial x_j}) - (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j})(x_i j) = -i\hbar x_i \frac{\partial j}{\partial x_j} + i\hbar \frac{\partial x_i}{\partial x_j} j + i\hbar x_i \frac{\partial j}{\partial x_j} = i\hbar d_{ij} j$$

con d_{ij} che è la Delta di Kronecker, e vale 0 se $i \neq j$ e 1 se $i = j$. Infatti, essendo x_i e x_j ortogonali e linearmente indipendenti (come lo sono x, y e z), si ha proprio $\frac{\partial x_i}{\partial x_j} = d_{ij}$.

Riguardo invece il commutatore $[t, E]$: (ricordando che $E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$)

$$[t, E]j = i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}(tj) = i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} - i\hbar \frac{\partial t}{\partial t} j - i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} = -i\hbar \frac{\partial t}{\partial t} j = -i\hbar j \quad \text{e dunque:}$$

$$[t, E] = -i\hbar$$

premesse sulle equazioni agli autovalori e sugli scarti:

così come x_i è una determinata posizione su un determinato asse (ad esempio, $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$), così pure Ψ_i è un determinato stato i, inteso come componente i di una funzione d'onda Ψ , magari di uno spazio ad infinite dimensioni ($i=\text{infinito}$).

Se esistono stati "i" in cui un operatore F (che può essere anche semplicemente un numero reale f) ha un ben definito valore, allora evidentemente si ha:

$\langle F \rangle_i = f_i$. F sarebbe una "osservabile", evidentemente. Ricordiamo poi la definizione di scarto quadratico medio ΔF per F e richiediamo che esso si annulli:

$$\Delta F = \sqrt{\langle F^2 \rangle_i - \langle F \rangle_i^2} = 0. \quad \text{Definiamo altresì lo "scarto semplice" } \Delta_F:$$

$$\Delta_F = F - \langle F \rangle_i. \quad \text{Si ha allora che:}$$

$$\langle \Delta_F^2 \rangle_i = \langle (F - \langle F \rangle_i)^2 \rangle_i = \langle F^2 \rangle_i + \langle F \rangle_i^2 - 2\langle F \rangle_i \langle F \rangle_i = \langle F^2 \rangle_i - \langle F \rangle_i^2 = (\Delta F)^2. \quad \text{Ora, la richiesta qui}$$

sopra, secondo cui: $\Delta F = 0$, si traduce in quanto segue:

$$\langle \Delta_F^2 \rangle_i = 0 = (\Psi_i, \Delta_F^2 \Psi_i) = 0. \quad \text{Essendo poi F un'osservabile, dunque hermitiana (F^*=F) anche}$$

Δ_F sarà hermitiano, e allora potremo scrivere:

$\langle \Delta_F^2 \rangle_i = (\Psi_i, \Delta_F^2 \Psi_i) = (\Delta_F \Psi_i, \Delta_F \Psi_i) = \int |\Delta_F \Psi_i|^2 dx = 0$, da cui: $\Delta_F \Psi_i = 0$, ossia: $F\Psi_i = f_i\Psi_i$, che è l'equazione agli autovalori per F.

premesse sulla Diseguaglianza di Schwarz:

considerando il prodotto scalare tra due vettori come la proiezione di uno sull'altro, si ha:

$$\frac{\mathbf{r}}{u} \cdot \frac{\mathbf{r}}{w} = \left| \frac{\mathbf{r}}{u} \right| \left| \frac{\mathbf{r}}{w} \right| \cos q \leq \left| \frac{\mathbf{r}}{u} \right| \left| \frac{\mathbf{r}}{w} \right| = \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{u \cdot u}} \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{w \cdot w}} = \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{u^2}} \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{w^2}}, \text{ in quanto } \cos q \leq 1.$$

$\frac{\mathbf{r}}{u} \cdot \frac{\mathbf{r}}{w} \leq \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{u \cdot u}} \sqrt{\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{w \cdot w}}$ è una espressione generale della Diseguaglianza di Schwarz.

Tornando ora al nostro formalismo operatoriale quantistico dei valori medi, si ha, per analogia: $|\langle \Psi, FG\Psi \rangle| \leq \sqrt{\langle \Psi, F^2\Psi \rangle} \sqrt{\langle \Psi, G^2\Psi \rangle}$, ossia anche (col quadrato di entrambi i membri, se vogliamo):

$$|\langle \Psi, FG\Psi \rangle|^2 \leq \langle \Psi, F^2\Psi \rangle \langle \Psi, G^2\Psi \rangle = \langle \Psi, FF\Psi \rangle \langle \Psi, GG\Psi \rangle \text{ ed essendo F e G hermitiani, si avrà anche: } |\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2 \leq \langle F * \Psi, F\Psi \rangle \langle G * \Psi, G\Psi \rangle = \langle F\Psi, F\Psi \rangle \langle G\Psi, G\Psi \rangle, \quad (3.27)$$

in quanto, dalla definizione (3.26), è banale verificare che un operatore nelle tonde si può spostare da una parte all'altra della virgola, a patto di farne il complesso coniugato e, se esso è hermitiano, il suo complesso coniugato coincide con se stesso.

La (3.27) è la Diseguaglianza di Schwarz che a noi interessa.

finalmente le Relazioni di Indeterminazione di Heisenberg:

essendo ora padroni di tutta la terminologia e di tutto il formalismo quantistico di cui sopra, proviamo a valutare la seguente espressione: $(i\langle [F, G]_\Psi \rangle)^2$, con F e G hermitiani:

$$\langle i[F, G]_\Psi \rangle^2 = |\langle \Psi, FG\Psi \rangle - \langle \Psi, GF\Psi \rangle|^2, \text{ ma possiamo altresì scrivere che:}$$

$$|\langle \Psi, FG\Psi \rangle - \langle \Psi, GF\Psi \rangle|^2 \leq (|\langle \Psi, FG\Psi \rangle| + |\langle \Psi, GF\Psi \rangle|)^2, \text{ in quanto la somma dei moduli è sicuramente non inferiore alla differenza semplice.}$$

Essendo F e G hermitiani, possiamo poi scrivere:

$$\langle \Psi, GF\Psi \rangle = \langle G\Psi, F\Psi \rangle = \langle FG\Psi, \Psi \rangle = \langle \Psi, FG\Psi \rangle^* \text{ e } \langle \Psi, FG\Psi \rangle = \langle F\Psi, G\Psi \rangle \text{ e allora, tornando alle precedenti:}$$

$$\langle i[F, G]_\Psi \rangle^2 \leq 4|\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2; \text{ poi, per Schwarz: } |\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2 \leq \langle F\Psi, F\Psi \rangle \langle G\Psi, G\Psi \rangle \text{ e dunque ancora:}$$

$$\langle i[F, G]_\Psi \rangle^2 \leq 4\langle \Psi, F^2\Psi \rangle \langle \Psi, G^2\Psi \rangle = 4\langle F^2 \rangle_\Psi \langle G^2 \rangle_\Psi \quad (3.28)$$

Definiamo in precedenza: $\Delta_F = F - \langle F \rangle_\Psi$, e, analogamente: $\Delta_G = G - \langle G \rangle_\Psi$, cioè:

$$\begin{cases} \Delta_F = F - \langle F \rangle_\Psi \\ \Delta_G = G - \langle G \rangle_\Psi \end{cases} \quad (3.29)$$

ed ottenemmo anche che: $\langle \Delta_F^2 \rangle_\Psi = \langle F^2 \rangle_\Psi - \langle F \rangle_\Psi^2 = (\Delta F)^2$ e, sempre per analogia, allora

pure: $\langle \Delta_G^2 \rangle_\Psi = \langle G^2 \rangle_\Psi - \langle G \rangle_\Psi^2 = (\Delta G)^2$, cioè:

$$\begin{cases} \langle \Delta_F^2 \rangle_\Psi = \langle F^2 \rangle_\Psi - \langle F \rangle_\Psi^2 = (\Delta F)^2 \\ \langle \Delta_G^2 \rangle_\Psi = \langle G^2 \rangle_\Psi - \langle G \rangle_\Psi^2 = (\Delta G)^2 \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\text{Dalle (3.29) segue che: } [\Delta_F, \Delta_G] = [F, G], \quad (3.31)$$

in quanto, nell'esplicitare $[\Delta_F, \Delta_G]$ i prodotti di F e di G con i v.m. si elidono a vicenda (mentre non si elidono FG e GF). A questo punto, effettuiamo nella (3.28) le sostituzioni $F \rightarrow \Delta_F$ e $G \rightarrow \Delta_G$; si ha:

$$\langle\langle i[\Delta_F, \Delta_G]_\Psi \rangle\rangle^2 \leq 4 \langle\Delta_F^2\rangle_\Psi \langle\Delta_G^2\rangle_\Psi \quad (3.32)$$

e tenuto conto anche delle (3.30) e della (3.31), la (3.32) cambia ancora:

$$\langle\langle i[F, G]_\Psi \rangle\rangle^2 \leq 4(\Delta F)^2(\Delta G)^2, \text{ da cui:}$$

$$\Delta F \cdot \Delta G \geq \frac{1}{2} \langle\langle i[F, G]_\Psi \rangle\rangle \quad (3.33)$$

che è la relazione di Indeterminazione di Heisenberg.

Ponendo ora $F=x$ e $G=p$ e ricordando le premesse sui commutatori fondamentali, dalla

(3.33) si ha la famosa: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2}$. (se voglio conoscere bene la posizione di un elettrone,

devo fare delle rinunce sulla valutazione della sua velocità $\propto p$, e viceversa)

Invece, ponendo $F=t$ e $G=E$ e ricordando sempre le premesse sui commutatori

fondamentali, sempre dalla (3.33) si ha la altrettanto famosa: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2}$.

Capitolo 4: Le costanti della fisica come effetto dell'Universo (l'origine delle costanti fisiche).

Par. 4.1: La velocità della luce.

Sappiamo dalla fisica che per un corpo gravitante ad una distanza R dal centro di massa del sistema in cui gravita, l'accelerazione centrifuga è:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (4.1)$$

Passando ora al nostro Universo ⁽¹⁾, lo stesso è in fase di contrazione con accelerazione $a_{Univ} \cong 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2$ verso il suo centro di massa e noi siamo ovviamente ad una certa distanza dallo stesso centro, distanza che denominiamo $R_{Univ} \cong 1,17908 \cdot 10^{28} m$.

Sappiamo, per ultimo, che nel luogo dell'Universo dove siamo ora noi, la velocità della luce vale ovviamente c, dunque la (4.1) diventa, nello specifico:

$$a_{Univ} = \frac{c^2}{R_{Univ}}, \text{ da cui:} \quad (4.2)$$

$$c = \sqrt{a_{Univ} \cdot R_{Univ}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s. \quad (4.3)$$

Si ha anche che: $c = \sqrt{\frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s$.

(¹): per una trattazione analitica del nostro Universo, si veda l'Appendice 1.

Par. 4.2: Massa e raggio dell'elettrone.

Il nostro è un Universo armonico oscillante, in contrazione verso il suo centro di massa. Tale contrazione determina appunto l'avvicinarsi reciproco di tutta la materia, e verso

appunto il centro di massa dell'Universo. Questo effetto fisico di avvicinamento reciproco è ciò che noi ordinariamente chiamiamo ormai da secoli forza di gravità. Parlandosi poi di moto "armonico", è ovvio sospettare dell'esistenza di armoniche dell'Universo, così come un suono può essere ritenuto come composto dalle sue armoniche (di Fourier) e ci sono fortissimi motivi per ritenere l'elettrone una armonica dell'Universo, anzi, un vero e proprio Universo in piccolo o, se vogliamo, una piccola "particella di Dio", o un piccolo bosone di Higgs dei giorni nostri, appunto detto particella di Dio, con l'unica differenza che quest'ultimo ancora non è stato trovato, supposto che esista e che serva a ciò che si dice, mentre l'elettrone lo conosciamo abbastanza bene.

Tornando a noi, sospettiamo che l'elettrone sia talmente equivalente, nel microscopico, all'Universo, che l'accelerazione di gravità, intesa in senso classico, e calcolata sulla sua superficie, come se lo stesso fosse un piccolo pianetino, coincida con l'accelerazione cosmica di contrazione dell'Universo a_{Univ} ; devo allora scrivere banalmente che:

$$m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}, \text{ da cui:}$$

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2 \quad \text{e dunque:}$$

$$\frac{m_e}{r_e^2} = \frac{a_{Univ}}{G}. \quad (4.4)$$

Ora, dal momento che la forza elettrica di Coulomb tra un elettrone e^- ed un positrone e^+ , oppure tra un elettrone e^- ed un protone p^+ nell'atomo di idrogeno, è enormemente più intensa di quella gravitazionale, sospetto che tale enorme forza sia dovuta alla enorme forza gravitazionale che tutto l'Universo circostante ad un elettrone trasmette all'elettrone stesso; e vale anche il viceversa, cioè la composizione delle forze elettriche di tutte le particelle dell'Universo si mostra, nel macroscopico, come forza di gravità.

Ora, non avendo altre ragioni plausibili per giustificare tale intensa forza elettrica ed essendo, al momento, la forza gravitazionale l'unica che conosco, se non voglio inventare altre forze, cosa che non ho intenzione di fare, posso dunque supporre che appunto l'energia elettrostatica di una carica in una coppia $e^- - e^+$ a distanza r_e (raggio classico dell'elettrone) sia dovuta alla influenza gravitazionale dell'Universo circostante, cioè:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}} \quad (4.5)$$

$$\text{da cui: } m_e r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_{Univ}e^2}{GM_{Univ}} \quad (4.6)$$

$$(M_{Univ} = 1,59486 \cdot 10^{55} \text{ kg})$$

Facendo ora sistema tra la (4.4) e la (4.6), otteniamo:

$$r_e = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_{Univ}e^2}{a_{Univ}M_{Univ}} \right)^{\frac{1}{3}} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

$$m_e = \frac{a_{Univ}}{G} r_e^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

che sono proprio i valori che la fisica ci ha sempre insegnato!

Par. 4.3: La Costante di Planck.

1) Sappiamo dalla fisica che la velocità orbitale v vale: $v = \omega R$ e $w = 2p/T$, e, nel caso dell'Universo intero: $c = \omega R_{Univ}$ e $w = 2p/T_{Univ}$, da cui:

$$T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} s \quad (7.840 \text{ miliardi di anni}) \quad (4.7)$$

e per il valore della frequenza angolare, si ha: w_{Univ} : $w_{Univ} \cong c/R_{Univ} = 2,54 \cdot 10^{-20} rad/s$, parametro giusto per una reinterpretazione della costante di Hubble globale H_{global} , che vale $H_{local} \cong 2,22 \cdot 10^{-18} [(m/s)/m]$ solo nell'Universo a noi visibile ($w_{Univ} = H_{global}$).

Ora, se si immagina che un elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!) irradi tutta l'energia che lo costituisce nel tempo T_{Univ} , si ottiene una potenza che è esattamente $1/2$ della costante di Planck in watt!

Infatti:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_w = 3,316 \cdot 10^{-34} W \quad (4.8)$$

(Non deve stupire il coefficiente $1/2$; infatti, ai livelli fondamentali di energia, esso sempre compare, come, ad esempio, sul primo orbitale dell'atomo di idrogeno, dove la circonferenza dell'orbitale dell'elettrone ($2\pi r$) è proprio $\frac{1}{2} \lambda_{DeBroglie}$ dell'elettrone. E lo stesso fotone è rappresentabile come se racchiuso in un cubetto di lato

$\frac{1}{2} \lambda_{photon}$).

Dunque,
$$h = |2L_e| = \left| 2 \frac{1}{2} h_w \right| = 6,625 \cdot 10^{-34} Js.$$

2) Come alternativa, per il Principio di Indeterminazione di Heisenberg, dal momento che il prodotto $\Delta x \Delta p$ deve stare al disopra della quantità $\mathbf{h}/2$, con il segno dell'eguaglianza, quando Δx è massimo, Δp deve essere minimo, e viceversa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \mathbf{h}/2 \quad \text{e} \quad \Delta p_{max} \cdot \Delta x_{min} = \mathbf{h}/2 \quad (\mathbf{h} = h/2\pi)$$

Ora, come Δp_{max} consideriamo, per l'elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!), ovviamente la quantità $\Delta p_{max} = (m_e \cdot c)$ e come Δx_{min} per l'elettrone, dal momento che lo stesso altro non è che un'armonica dell'Universo che lo contiene (così come un suono può essere considerato come composto dalle sue armoniche), avremo $\Delta x_{min} = a_{Univ}/(2p)^2$, come conseguenza diretta delle caratteristiche dell'Universo che lo contiene; infatti, si sa dalla fisica che $a = w^2 R$, e poi $w_{Univ} = 2p/T_{Univ} = 2\pi n_{Univ}$, da cui, per l'Universo: $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$ e come w_e dell'elettrone (che è armonica dell'Universo) si considera dunque la " n_{Univ} - esima" parte di $w_{Univ} = H_{global}$, cioè:

$|w_e| = |w_{Univ}/n_{Univ}| = |H_{Global}/n_{Univ}|$, come se l'elettrone o una coppia elettrone-positrone possono compiere oscillazioni a mo' di quelle dell'Universo, ma con un rapporto velocità-ampiezza non pari alla Costante di Hubble (globale), bensì con la stessa fratto n_{Univ} e,

dunque, se per l'Universo tutto è vero che: $R_{Univ} = a_{Univ} / w_{Univ}^2$, per l'elettrone:

$$\Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2p)^2}, \text{ da cui:}$$

$$\Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2p)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \text{ e questa quantità } (0,527 \cdot 10^{-34} \text{ Js}), \text{ guarda caso, è}$$

proprio $h/2$!!

$$\text{Essendo poi } h = h/2p, \text{ si ha che: } h = 2ph = m_e c \frac{a_{Univ}}{p} = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}.$$

Par. 4.4: La Costante di Stephan-Boltzmann.

Proviamo a continuare a ritenere l'elettrone una armonica dell'Universo e dunque un Universo in piccolo e consideriamo dunque la proporzione elettrone-Universo tra massa e potenza irradiata, avvalendosi dunque della (4.8):

$$\frac{L_e}{m_e} = \frac{L_{Univ}}{M_{Univ}}, \text{ da cui: } L_{Univ} = \frac{1}{2} h_w \frac{M_{Univ}}{m_e} = \frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ}} = 5,80 \cdot 10^{51} W$$

Ricordando ora la Legge di Stephan-Boltzmann: $\frac{L_{[W]}}{4pR^2} = sT^4$, ed applicandola all'Universo,

dopo aver attribuito all'Universo stesso la temperatura della radiazione cosmica di fondo $T(\text{CMBR}) = \text{Temp}_{Univ} \cong 2,73K$ (hai visto mai?!...), si ottiene:

$$s = \frac{L_{Univ}}{4pR_{Univ}^2 (\text{Temp}_{Univ})^4} = 5,67 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4 !$$

che è il valore che tutti i libri di fisica generale forniscono.

Osservazione: la temperatura media "attribuibile" ad un elettrone nell'Universo è:

$$T_e = \left(\frac{L_e}{4pr_e^2 s} \right)^{1/4} = \left(\frac{\frac{1}{2} h}{4pr_e^2 s} \right)^{1/4} \cong 2,73K !$$

Par. 4.5: La Costante di Struttura Fine.

Sappiamo che la quantità $a = \frac{1}{137} = \frac{1}{4\pi} \frac{pe_0}{h} \frac{e^2}{c}$ (Alonso-Finn) è la costante di struttura fine;

cerchiamo di capire il significato fisico di tale costante, moltiplicando numeratore e denominatore per $\frac{1}{r_e}$, oppure anche per $\frac{1}{a_0}$, dove r_e è il raggio classico dell'elettrone ed a_0 è il raggio di Bohr, cioè il raggio dell'orbita dell'elettrone nell'atomo di idrogeno:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{1}{4\pi} \frac{pe_0}{h} \frac{e^2}{c} \frac{r_e}{r_e} = \frac{1}{4\pi} \frac{pe_0}{h} \frac{e^2}{c} \frac{a_0}{a_0}; \quad (4.9)$$

il numeratore è l'energia elettrostatica dell'elettrone, mentre il denominatore è l'energia irradiabile dall'elettrone stesso, tramite un fotone di frequenza $\frac{c}{2pa_0}$ ($E = hn = h\frac{c}{2pa_0}$) in quanto, se l'elettrone avesse la velocità della luce, percorrerebbe la circonferenza dell'orbita $2pa_0$ nel periodo $T = \frac{2pa_0}{c}$, e dunque si ha una frequenza $n_c = \frac{1}{T} = \frac{c}{2pa_0}$.

Riscriviamo ora la (4.9):

$$a = \frac{\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{a_0}}{hn_c} = \frac{\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{a_0}}{\frac{hc}{2pa_0}}, \text{ da cui: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{a_0} = \frac{hac}{2pa_0} = \frac{hV}{2pa_0} = hn_v = ahn_c. \text{ Da quest'ultima si}$$

vede che la velocità reale V dell'elettrone è ac , cioè $\frac{1}{137}$ della velocità della luce, e dunque anche l'energia del fotone che viene eventualmente emesso da tale elettrone dell'atomo di H, e cioè hn_v è $\frac{1}{137}$ dell'energia hn_c che verrebbe emessa se l'elettrone fosse non in H, ma in una coppia elettrone-positrone a distanza r_e e dunque a velocità c , cioè: ahn_c . Effettivamente, sappiamo dalla fisica che la velocità V dell'elettrone in H è $\frac{1}{137}c$.

Tra parentesi, a è appunto data anche dal rapporto tra la velocità dell'elettrone nell'atomo di idrogeno e la velocità della luce: $a = v_{e_in_H} / c = e^2 / 2e_0hc$, oppure ancora come rapporto tra la lunghezza d'onda Compton dell'elettrone (che è la minima λ di e^- quando è libero ed alla velocità massima c) e la lunghezza d'onda di e^- appunto sul primo orbitale di H: $a = I_{Compton} / I_{1-H} = (h/m_e c) / (h/m_e v_{e_in_H})$, oppure ancora da $a = \sqrt{r_e / a_0}$, con $a_0 = 0,529 \text{ \AA}$, che è il raggio di Bohr.

Notiamo però che la Costante di Struttura Fine può essere espressa anche dalla seguente equazione:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{Gm_e^2}{r_e} / hn_{Univ} \quad (4.10)$$

dove notoriamente $n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}}$. In precedenza abbiamo anche visto che essa ha come altra espressione la seguente:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c} \quad (4.11)$$

Potremo dunque stabilire la seguente uguaglianza e trarre le relative conseguenze:

$$(a = \frac{1}{137}) = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c} = \frac{Gm_e^2}{r_e hn_{Univ}}, \text{ da cui: } \frac{1}{4pe_0} e^2 = \frac{c}{2pn_{Univ}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = \frac{c}{H_{global}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = R_{Univ} \frac{Gm_e^2}{r_e}$$

Dunque, si può scrivere che: $\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{Gm_e^2}{r_e}$.

Ora, se si immagina momentaneamente, e per semplicità, che la massa dell'Universo sia composta da N tra elettroni e^- e positroni e^+ , potremo scrivere che:

$$M_{Univ} = N \cdot m_e, \text{ da cui: } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}\sqrt{N}r_e}, \text{ oppure ancora:}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{(R_{Univ}/\sqrt{N})} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}r_e}. \quad (4.12)$$

Se ora ipotizziamo che $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$, oppure, ciò che è lo stesso, $r_e = R_{Univ}/\sqrt{N}$, allora la (4.12) diventa:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}} \quad !! \quad (4.13)$$

Ora, notiamo innanzitutto che l'aver supposto che $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ è correttissimo, in quanto, dalla definizione di N data poco fa e dal valore della massa dell'Universo, si ha che:

$$N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85} \text{ (~Eddington)}, \text{ da cui: } \sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42} \text{ (~Weyl) e}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N}r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m, \text{ cioè proprio il valore di } R_{Univ} \text{ a noi noto.}$$

Riassunto: le (4.10), (4.11) e (4.13) ci dicono dunque che la Costante di Struttura Fine scaturisce non solo dalle caratteristiche degli atomi e delle particelle, ma anche da quelle dell'Universo e, cosa ancor più importante, tali caratteristiche, microscopiche e macroscopiche, sono intimamente correlate!

Par. 4.6: La Costante di Boltzmann.

L'integrazione della Equazione dello Spettro di Corpo Nero di Planck fornisce la Legge di Stephan-Boltzmann:

$$e = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{n^3 dn}{(e^{hn/kT} - 1)} = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = sT^4, \text{ cioè: } s = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3}, \text{ da cui:}$$

$$k = \left(\frac{15c^2 h^3 s}{2p^5} \right)^{\frac{1}{4}} = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K, \text{ scaturente da costanti che già abbiamo giustificato, fino ad ora.}$$

Par. 4.7: La Costante di Gravitazione Universale.

Al Par. 4.1 abbiamo ricordato che:

$$c = \sqrt{\frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s, \text{ da cui, se vogliamo:}$$

$$G = \frac{c^2 R_{Univ}}{M_{Univ}} \cong 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 / kg^2.$$

Appendici:

App. 1: Come io vedo l'Universo (Unificazione Gravità Elettromagnetismo).

Indice dell'App. 1:

-Indice dell'App. 1.	Pag.26
-App. 1-Capitolo 1: Un nuovo Universo, cento volte più grande, massivo e vecchio.	Pag.26
App. 1-Par. 1.1: Niente materia oscura!	Pag.26
App. 1-Par. 1.2: L'accelerazione cosmica a_{Univ} .	Pag.28
App. 1-Par. 1.3: La nuova densità dell'Universo.	Pag.29
App. 1-Par. 1.4: Ulteriori considerazioni sul significato di a_{Univ} .	Pag.29
App. 1-Par. 1.5: Ulteriori conferme ed incoraggiamenti da parte di altre branche della fisica.	Pag.30
App. 1-Par. 1.6: Sulle discrepanze tra la velocità di rotazione calcolata e quella osservata, nelle galassie.	Pag.31
-App. 1-Capitolo 2: L'unificazione della forza elettromagnetica con quella gravitazionale (Rubino).	Pag.32
App. 1-Par. 2.1: L'effetto di M_{Univ} sulle particelle.	Pag.32
App. 1-Par. 2.2: La scoperta dell'essenza comune di gravità ed elettromagnetismo.	Pag.33
App. 1-Par. 2.3: L'entità oscillatoria dell'Universo tutto e delle particelle.	Pag.34
-App. 1-Capitolo 3: L'unificazione della forza magnetica con quella elettrica.	Pag.35
App. 1-Par. 3.1: La forza magnetica è niente altro che una forza elettrica di Coulomb(!).	Pag.35
-App. 1-Capitolo 4: Giustificazione dell'equazione $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ precedentemente utilizzata per l'unificazione della forza elettrica con quella gravitazionale (Rubino).	Pag.38
App. 1-Par. 4.1: L'equazione $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ (I).	Pag.38
-App. 1-Capitolo 5: " a_{Univ} " come responsabile assoluta di tutte le forze.	Pag.39
App. 1-Par. 5.1: Tutto da " a_{Univ} ".	Pag.39
App. 1-Par. 5.2: Schema riassuntivo dell'unificazione delle forze.	Pag.39
App. 1-Par. 5.3: Altre considerazioni sulla composizione dell'Universo in coppie +/-.	Pag.40
App. 1-Par. 5.4: La Teoria della Relatività altro non è che la interpretazione dell'Universo di oscillazioni appena descritto, in contrazione a velocità c ed accelerazione a_{univ} .	Pag.40
App. 1-Par. 5.5: Sulla "Relatività" delle energie cedute.	Pag.42
-App. 1-SUBAPPENDICI.	Pag.42
App. 1-Subppendice 1: Costanti fisiche.	Pag.42

App. 1-Capitolo 1: Un nuovo Universo, cento volte più grande, massivo e vecchio.

App. 1-Par. 1.1: Niente materia oscura!

SULLE DISCREPANZE TRA LA DENSITA' ρ_{Univ} CALCOLATA E QUELLA OSSERVATA:

Ricerca il 99% della materia dell'Universo, dopo che la si è dichiarata invisibile, mi sembra alquanto strano. Si dice infatti che la materia oscura dovrebbe essere molta di più di quella visibile (dalle 10 alle 100 volte di più).

Gli astrofisici misurano un valore di ρ dell'Universo visibile pari, o intorno, a: $\rho \cong 2 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$.

La cosmologia prevalente di oggi, nel calcolo della densità media dell'Universo, giunge invece ad un valore ρ pari a (vedere anche la (A1.6)):

$$\rho_{Wrong} = H_{local}^2 / \left(\frac{4}{3} \rho G\right) \cong 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg} / \text{m}^3 \text{ (valore troppo elevato!) .} \quad (A1.1)$$

Assumiamo ora per H_{local} (costante di Hubble locale – vedi la (A1.7) più sotto) il valore plausibile di:

$$H_{local} \cong 75 \text{ km} / (\text{s} \cdot \text{Mpc}) \cong 2,338 \cdot 10^{-18} \left[\left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) / \text{m} \right] \quad (A1.2)$$

confermato dalle innumerevoli misurazioni, ad esempio, sull'ammasso di galassie della Chioma (vedi la (A1.7) più sotto) e ciò conferma dunque anche il fatto che gli oggetti più lontani mai osservati si allontanano ad una velocità vicina a quella della luce:

$$H_{local} \approx c / R_{Univ-Old} , \text{ da cui: } R_{Univ-Old} \approx c / H_{local} \approx 4000 \text{ Mpc} \approx 13,5 \cdot 10^9 \text{ anni_luce} \quad (\text{A1.3})$$

Inoltre, si calcola la velocità di un corpo "gravitante" di massa m ai confini dell'Universo visibile, banalmente, imponendo la seguente eguaglianza tra forza centrifuga e forza gravitazionale:

$$m \cdot a = m \cdot \frac{c^2}{R_{Univ-Old}} = G \cdot m \cdot M_{Univ-Old} / R_{Univ-Old}^2 \quad (\text{A1.4})$$

da cui, tenuto anche conto della (A1.3), segue che:

$$M_{Univ-Old} = c^3 / (G \cdot H_{local}) \cong 1,67 \cdot 10^{53} \text{ kg} \quad (\text{A1.5})$$

e quindi:

$$r_{Wrong} = M_{Univ-Old} / \left(\frac{4}{3} \rho R_{Univ-Old}^3 \right) = (c^3 / GH_{local}) / \left[\frac{4}{3} \rho \left(\frac{c}{H_{local}} \right)^3 \right] = H_{local}^2 / \left(\frac{4}{3} \rho G \right) \cong 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg} / \text{m}^3 \quad (\text{A1.6})$$

cioè appunto la (A1.1) (valore troppo elevato!)

Bene, anzi, male; tale valore è di quattro ordini di grandezza superiore al valore di densità osservato e, dunque, misurato dagli astrofisici. E poi le galassie sono troppo "leggere" per ruotare così velocemente (vedere oltre). Ed ecco che si è deciso di mettersi alla ricerca di materia oscura, e non di poca, visto che essa dovrebbe essere molta di più di quella visibile (dalle 10 alle 100 volte di più).

Invece, gli astrofisici misurano dunque un valore di ρ pari, o intorno, a: $\rho \cong 2 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$.

Cerchiamo un attimo di capire quali scelte arbitrarie, nei decenni, abbiano potuto portare a tale discrepanza.

Dalle osservazioni di Hubble in poi, emerse che le galassie lontane e gli ammassi di galassie si allontanano da noi con certe velocità, determinate da misure dello spostamento verso il rosso. Ma non solo; più si osservano quelle lontane e più si rilevano velocità di allontanamento maggiori e pare giustamente che ci sia una legge che legghi la distanza di tali oggetti da noi e la velocità con cui essi si allontanano, sempre da noi.

La Fig. A1.1 qui sotto è una foto dell'ammasso di galassie della Chioma, sul quale sono disponibili centinaia di misurazioni; bene, sappiamo che tale ammasso dista da noi:

$$\Delta x = 100 \text{ Mpc} = 3,26 \cdot 10^8 \text{ a.l.} = 3,09 \cdot 10^{24} \text{ m}$$

e si allontana da noi ad una velocità:

$$\Delta v = 6870 \text{ km/s} = 6,87 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$



Fig. A1.1: Ammasso della Chioma.

Parlando appunto della legge di Hubble ed utilizzando i dati dell'ammasso della Chioma, quanto si osservava (e si osserva tutt'oggi), in forma matematica, è esprimibile come segue:

$$H_{local} = \Delta v / \Delta x \cong 2,22 \cdot 10^{-18} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] / \text{m} \quad (\text{A1.7})$$

cioè un buon valore per la costante di Hubble "locale", utilizzata ancor oggi dalla Cosmologia (prevalente).

App. 1-Par. 1.2: L'accelerazione cosmica a_{Univ} .

A conferma di quanto appena detto, abbiamo anche visto con la (A1.3) che si ottiene sempre lo stesso valore di costante di Hubble locale se, invece dei dati sull'ammasso della Chioma, si utilizza l'intero nostro Universo visibile, di $13,5 \cdot 10^9$ a.l. di raggio ed espandentesi approssimativamente a velocità c .

Ma per gli stessi ragionamenti fatti finora per giungere alla definizione di Hlocal, possiamo anche dire che se le galassie, con l'allontanarsi, aumentano la loro velocità, allora sono sottoposte ad un'accelerazione a_{Univ} , e, dalla fisica, sappiamo che, banalmente:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} (a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t, \text{ da cui: } \Delta t = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta v}, \text{ che usata nella definizione di accelerazione } a_{Univ}, \text{ ci dà:}$$

$$a_{Univ} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta v}} = \frac{(\Delta v)^2}{2 \cdot \Delta x} = a_{Univ} \cong 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2, \text{ accelerazione cosmica (Wählin)} \quad (A1.8)$$

avendo utilizzato i dati dell'ammasso della Chioma.

E' questa l'accelerazione con cui perlomeno tutto il nostro Universo visibile accelera verso il centro di massa dell'Universo intero.

VEDREMO ORA CHE QUESTO PICCOLO OGGETTO CHE ABBIAMO APPENA VALUTATO, E CIOE' a_{Univ} , CHE E' UN OGGETTO DI CUI, EVIDENTEMENTE, NON SI TIENE BEN CONTO, CI PERMETTE DI CONCLUDERE CHE LA DENSITA' CALCOLATA DELL'UNIVERSO E' ESATTAMENTE QUELLA MISURATA DAGLI ASTROFISICI E CI PERMETTERA' ANCHE DI GIUSTIFICARE LE ALTE VELOCITA' DI ROTAZIONE DELLE GALASSIE, SEMPRE SENZA STARE A CERCARE LA MATERIA OSCURA

pena però il dover accettare che viviamo in un Universo che ha un raggio almeno 100 volte quello dei $13,5 \cdot 10^9$ a.l. predicato oggi, e con una massa molto più grande dell' $1,67 \cdot 10^{53}$ kg, valutata a pag. 27, e sempre predicata oggi come massa dell'Universo tutto, e non di quello a noi visibile (vedere oltre).

Dipaniamo la matassa:

Partiamo dunque dalla scoperta rappresentata dalla (A1.8), secondo cui stiamo accelerando e dalla (A1.4), secondo cui:

$$a_{Univ} = \frac{c^2}{R_{Univ-New}}, \text{ da cui, per il nuovo raggio dell'Universo:}$$

$$R_{Univ-New} = \frac{c^2}{a_{Univ}} \cong 1,17908 \cdot 10^{28} m. \quad (A1.9)$$

Tale valore è un centinaio di volte quello precedentemente calcolato nella (A1.3) e sarebbe però il raggio compreso tra il centro di massa dell'Universo ed il luogo dove siamo ora noi, luogo in cui la velocità della luce vale c .

((non essendo evidentemente noi esattamente ai confini di tale Universo, si dimostra che l'estensione totale è più grande di un fattore $\sqrt{2}$, cioè $R_{Univ-Tot} = 1,667 \cdot 10^{28} m$.)

In ogni caso, si viaggia su dimensioni lineari dell'ordine di 100 volte quelle contemplate nella cosmologia prevalente. In un certo senso, di materia che non vediamo ce n'è, ma sta oltre il range dei nostri telescopi, e non dentro le galassie o tra le galassie, materia (quella oscura) che andrebbe a scombussolare le leggi della gravitazione, che invece reggono bene.

Sempre dalla (A1.4) si ha ora che:

$$m \cdot a_{Univ} = G \cdot m \cdot M_{Univ-New} / R_{Univ-New}^2, \text{ da cui:}$$

$$M_{Univ-New} = a_{Univ} \cdot R_{Univ-New}^2 / G = 1,59486 \cdot 10^{55} kg \quad (A1.10)$$

Questo valore, ancora una volta, è 100 volte quello della cosmologia prevalente della (A1.5) ed è la massa entro il raggio $R_{Univ-New}$, mentre quella entro il totale $R_{Univ-Tot}$ non è nota.

$$\text{Dalle (A1.9) ed (A1.10) scaturisce poi che: } c^2 = \frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}} \text{ (~Eddington).} \quad (A1.11)$$

App. 1-Par. 1.3: La nuova densità dell'Universo.

VENIAMO ORA AL CALCOLO DELLA NUOVA DENSITA' DELL'UNIVERSO:

$$r = M_{Univ-New} / \left(\frac{4}{3} \rho \cdot R_{Univ-New}^3 \right) = 2.32273 \cdot 10^{-30} \text{ kg / m}^3 \quad !!! \quad (A1.12)$$

molto, ma molto prossima a quella osservata e misurata dagli astrofisici e già riportata a pag. 27.

La natura, per fortuna, offre anche dei segnali che incoraggiano e, anzi, convincono, nel perseguimento di una determinata strada, quando conferme di ciò che si è intuito giungono da altri settori della fisica del tutto distanti da quello in cui ci si sta muovendo.

A tal proposito, premetto che il raggio classico dell'elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!) è definito eguagliando la sua energia $E = m_e c^2$ a quella elettrostatica immaginata sulla sua superficie (in senso classico):

$$m_e \cdot c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e}, \text{ da cui:}$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (A1.13)$$

Adesso, sempre in senso classico, se immagino, ad esempio, di calcolare l'accelerazione di gravità su un elettrone, come se lo stesso fosse un piccolo pianettino, devo scrivere banalmente che:

$$m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}, \text{ da cui:}$$

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = 8p^2 e_0^2 \frac{G m_e^3 c^4}{e^4} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2 \quad !!! \quad (A1.14)$$

cioè esattamente il valore ottenuto nella (A1.8) per tutt'altra via, macroscopica, e non microscopica, come nel caso della (A1.14). Del resto, i comportamenti gravitazionali dell'Universo e degli elettroni che lo compongono, perchè dovrebbero essere diversi tra loro?

App. 1-Par. 1.4: Ulteriori considerazioni sul significato di a_{Univ} .

Beh, certo che se la materia mostra attrazione reciproca in forma di gravità, allora siamo in un Universo armonico oscillante in fase di contrazione, che si sta contraendo tutto verso un punto comune che è il centro di massa di tutto l'Universo. Infatti, l'accelerare verso il centro di massa ed il mostrare proprietà attrattive gravitazionali sono due facce della stessa medaglia. Inoltre, tutta la materia intorno a noi mostra di voler collassare: se ho una penna in mano e la lascio, essa cade, dimostrandomi che vuole collassare; poi, la Luna vuole collassare nella Terra, la Terra vuole collassare nel Sole, il Sole nel centro della Via Lattea, la Via Lattea nel centro del suo ammasso e così via, e, dunque, anche tutto l'Universo collassa. No?

Ma allora come si spiegherebbe che vediamo la materia lontana, intorno a noi, allontanarsi e non avvicinarsi? Beh, facile: se tre paracadutisti si lanciano in successione da una certa quota, tutti e tre stanno cadendo verso il centro della Terra, dove poi idealmente si incontreranno, ma il secondo paracadutista, cioè quello che sta in mezzo, se guarda in avanti, vede il primo che si allontana da lui, in quanto ha una velocità maggiore, poiché si è buttato prima, mentre se guarda indietro verso il terzo, vede anche questi allontanarsi, in quanto il secondo, che sta facendo tali rilevamenti, si è lanciato prima del terzo, e dunque ha una velocità maggiore e si allontana dunque pure da lui. Allora, pur convergendo tutti, in accelerazione, verso un punto comune, si vedono tutti allontanarsi reciprocamente. Hubble era un po' come il secondo paracadutista che fa qui i rilevamenti. Solo che non si accorse dell'esistenza della accelerazione di gravità g (a_{Univ}) come background.

Ricordo poi che recenti misurazioni su supernove di tipo Ia in galassie lontane, utilizzate come candele standard, hanno dimostrato che l'Universo sta effettivamente accelerando, fatto questo che è contro la teoria della nostra presunta attuale espansione post Big Bang, in quanto, dopo che l'effetto di una esplosione è cessato, le schegge proiettate si propagano, sì, in espansione, ma devono farlo ovviamente non accelerando.

Riguardo il periodo T_{Univ} dell'Universo, sappiamo dalla fisica che: $v = \omega R$ e $w = 2p / T$, e, nel caso dell'Universo intero: $c = \omega R_{Univ}$ e $w = 2p / T_{Univ}$, da cui:

$$T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} \text{ s} \quad (7.840 \text{ miliardi di anni}) \quad (A1.15)$$

E per il valore della frequenza angolare: $w_{Univ} \cong c / R_{Univ-New} = 2,54 \cdot 10^{-20} \text{ rad / s}$, ed esso è il parametro giusto per una reinterpretazione della costante di Hubble globale H_{global} , che vale H_{local} solo nell'Universo a noi visibile ($w_{Univ} = H_{Global}$).

App. 1-Par. 1.5: Ulteriori conferme ed incoraggiamenti da parte di altre branche della fisica.

1) Ricordiamo preliminarmente la legge di Stephan-Boltzmann:

$$e = sT^4 \text{ [W/m}^2\text{]}, \text{ dove } s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4\text{)}$$

E' ora interessantissimo notare che se si immagina che un elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!) irradi tutta l'energia che lo costituisce nel tempo T_{Univ} , si ottiene una potenza che è esattamente $\frac{1}{2}$ della costante di Planck in watt!

Infatti:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_W = 3,316 \cdot 10^{-34} \text{ W}$$

(Non deve stupire il coefficiente $\frac{1}{2}$; infatti, ai livelli fondamentali di energia, esso sempre compare, come, ad esempio, sul primo orbitale dell'atomo di idrogeno, dove la circonferenza dell'orbitale dell'elettrone ($2\pi r$) è proprio $\frac{1}{2} I_{DeBroglie}$ dell'elettrone. E lo stesso fotone è rappresentabile come se racchiuso in un cubetto di lato $\frac{1}{2} I_{photon}$).

2) Inoltre, notiamo che un elettrone e l'Universo hanno lo stesso rapporto luminosità - massa:

infatti, $L_{Univ} = \frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ}} = 5,80 \cdot 10^{51} \text{ W}$ (per definizione) e risulta quindi vero che:

$$\frac{L_{Univ}}{M_{Univ}} = \frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ} M_{Univ}} = \frac{c^2}{T_{Univ}} = \frac{L_e}{m_e} = \frac{m_e c^2}{m_e T_{Univ}} = \frac{c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} \frac{h_W}{m_e} \text{ e per la legge di Stephan-Boltzmann, sia all'Universo}$$

che ad un "elettrone" si può, per così dire, attribuire la stessa temperatura della radiazione cosmica di fondo:

$$\frac{L}{4\pi R^2} = sT^4, \text{ da cui: } T = \left(\frac{L}{4\pi R^2 s}\right)^{1/4} = \left(\frac{L_{Univ}}{4\pi R_{Univ}^2 s}\right)^{1/4} = \left(\frac{L_e}{4\pi r_e^2 s}\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{2} \frac{h}{4\pi r_e^2 s}\right)^{1/4} \cong 2,73 \text{ K} \quad !!!$$

3) Il Principio di Indeterminazione di Heisenberg come conseguenza dell'essenza dell'Universo macroscopico accelerante ad a_{Univ} :

per tale principio, dal momento che il prodotto $\Delta x \Delta p$ deve stare al disopra della quantità $\mathbf{h}/2$, con il segno dell'eguaglianza, quando Δx è massimo, Δp deve essere minimo, e viceversa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \mathbf{h}/2 \quad \text{e} \quad \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = \mathbf{h}/2 \quad (\mathbf{h} = h/2\pi)$$

Ora, come Δp_{\max} consideriamo, per l'elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!), la quantità $\Delta p_{\max} = (m_e \cdot c)$ e come Δx_{\min} per l'elettrone, dal momento che lo stesso altro non è che un'armonica dell'Universo che lo contiene (così come un suono può essere considerato come composto dalle sue armoniche), avremo $\Delta x_{\min} = a_{Univ}/(2\pi)^2$, come conseguenza diretta delle caratteristiche dell'Universo che lo contiene; infatti, per la (A1.15), $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$, in quanto si sa dalla fisica che $a = w^2 R$, e poi $w_{Univ} = 2\pi/T_{Univ} = 2\pi n_{Univ}$, e come w_e dell'elettrone (che è armonica dell'Universo) si considera dunque la " n_{Univ} - esima" parte di w_{Univ} , cioè:

$|w_e| = |w_{Univ}/n_{Univ}| = |H_{Global}/n_{Univ}|$, come se l'elettrone o una coppia elettrone-positrone possono compiere oscillazioni a mo' di quelle dell'Universo, ma con un rapporto velocità - ampiezza non pari alla Costante di Hubble (globale), bensì con la stessa fratto n_{Univ} e, dunque, se per l'Universo tutto è vero che: $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$, per

l'elettrone: $\Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2\pi)^2}$, da cui:

$$\Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2\pi)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \text{ e questa quantità } (0,527 \cdot 10^{-34} \text{ Js}), \text{ guarda caso, è proprio } \mathbf{h}/2 \quad !!$$

4) Come fatto in precedenza, premetto che il raggio classico dell'elettrone (particella base e "stabile", nel nostro Universo!) è definito eguagliando la sua energia $E=m_e c^2$ a quella elettrostatica immaginata sulla sua superficie (in senso classico):

$$m_e \cdot c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e}, \text{ da cui:}$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Sempre in senso classico, se immagino di calcolare l'accelerazione di gravità su un elettrone, come se lo stesso fosse un piccolo pianetino, devo scrivere banalmente che:

$$m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}, \text{ da cui:}$$

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = 8\pi^2 \epsilon_0^2 \frac{G m_e^3 c^4}{e^4} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2 \text{ !!!}$$

5) Sappiamo che la quantità $a = \frac{1}{137}$ è il valore della Costante di Struttura Fine e l'espressione $\frac{G m_e^2}{r_e} / h n$ assume tale valore solo se n è quella dell'Universo da noi appena descritto, cioè:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{G m_e^2}{r_e} / h n_{Univ}, \text{ dove notoriamente } n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}} \text{ (vedi la (A1.15)) !!}$$

6) Se suppongo, per semplicità, che l'Universo sia composto solo da armoniche come gli elettroni e^- (e/o i positroni e^+), essi saranno, in numero, pari a: $N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85}$ (~Eddington); la radice quadrata di tale numero è:

$$\sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42} \text{ (~Weyl).}$$

Notiamo ora, con sorpresa, che $\sqrt{N} r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} \text{ m}$ (!), cioè proprio il valore di R_{Univ} ottenuto nella (A1.9) ($R_{Univ} = \sqrt{N} r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} \text{ m}$) !!!

App. 1-Par. 1.6: Sulle discrepanze tra la velocità di rotazione calcolata e quella osservata, nelle galassie.



Galassia di Andromeda (M31):
 Distanza: 740 kpc; $R_{Gal} = 30 \text{ kpc}$;
 Massa visibile $M_{Gal} = 3 \cdot 10^{11} M_{Sun}$;
 Massa stimata(+Dark) $M_{+Dark} = 1,23 \cdot 10^{12} M_{Sun}$;
 $M_{Sun} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$;

Fig. A1.2: Galassia di Andromeda (M31).

Imponiamo, ad una stella periferica in rotazione in una galassia, l'equilibrio tra forza centrifuga e forza di attrazione gravitazionale verso il centro di massa della galassia stessa:

$$m_{star} \frac{v^2}{R_{Gal}} = G \frac{m_{star} M_{Gal}}{R_{Gal}^2}, \text{ da cui: } v = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{R_{Gal}}}$$

Nel caso invece si consideri anche il contributo mareale dovuto ad a_{Univ} , e cioè dovuto anche a tutto l'Universo circostante, si ha:

$$v = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{R_{Gal}} + a_{Univ} R_{Gal}} ; \text{ vediamo dunque, nel caso, ad esempio, della M31, a quanti } R_{Gal} \text{ (quante } k \text{ volte) di}$$

distanza dal centro della galassia il contributo di a_{Univ} riesce a sopperire alla necessità di considerare dark matter:

$$\sqrt{\frac{GM_{+Dark}}{kR_{Gal}}} = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{kR_{Gal}} + a_{Univ} kR_{Gal}} , \text{ da cui: } k = \sqrt{\frac{G(M_{+Dark} - M_{Gal})}{a_{Univ} R_{Gal}^2}} \cong 4 , \text{ dunque a } 4R_{Gal} \text{ l'esistenza di } a_{Univ}$$

ci permette di avere i valori di velocità di rotazione osservati, senza far ricorso alla materia oscura. Inoltre, a $4R_{Gal}$ il contributo alla rotazione dovuto ad a_{Univ} domina.

Per ultimo, osservo che a_{Univ} non ha invece effetto su oggetti piccoli come il sistema solare; infatti, in tale caso:

$$G \frac{M_{Sun}}{R_{Terra-Sole}} \cong 8,92 \cdot 10^8 \gg a_{Univ} R_{Terra-Sole} \cong 1,14 .$$

E' ovvio che queste considerazioni sul legame tra a_{Univ} e la velocità di rotazione delle galassie sono ampiamente aperte ad ulteriori speculazioni e la formula tramite la quale si può tener conto dell'effetto mareale di a_{Univ} nelle galassie può assumere una forma ben più complessa di quelle qui sopra, ma non sembra proprio un caso che un po' tutte le galassie hanno dimensioni che stanno in un range abbastanza stretto (3 – 4 $R_{Milky Way}$ o non molto di più) e, in ogni caso, non con raggi di decine o di centinaia di $R_{Milky Way}$, ma, al massimo, di qualche unità. E' infatti la componente dovuta all'accelerazione cosmica che, annullando, in certe fasi, l'accelerazione centripeta nella galassia, andrebbe a sfrangiare la galassia stessa, ed eguaglia, ad esempio, nella M31, la componente gravitazionale propria ad un valore di raggio pari a:

$$\frac{GM_{M31}}{R_{Gal-Max}} = a_{Univ} R_{Gal-Max} , \text{ da cui: } R_{Gal-Max} = \sqrt{\frac{GM_{M31}}{a_{Univ}}} \cong 2,5R_{M31} , \text{ ed infatti i raggi massimi osservati nelle}$$

galassie sono all'incirca di tale taglia.

App. 1-Capitolo 2: L'unificazione della forza elettromagnetica con quella gravitazionale (Rubino).

App. 1-Par. 2.1: L'effetto di M_{Univ} sulle particelle.

a) Ricordo che dalla definizione di r_e della (A1.13): $\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = m_e c^2$ e dalla (A1.11): $c^2 = \frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}$ (~Eddington),

segue che:

$$\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ} m_e}{R_{Univ}} \quad !! \quad (A2.1)$$

b) Alternativamente, sappiamo che la Costante di Struttura Fine vale 1 su 137 ed è espressa dalla seguente equazione:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c} \quad (\text{Alonso-Finn}), \text{ ma notiamo anche che la quantità } \frac{1}{137} \text{ è data dalla seguente espressione, che}$$

può essere evidentemente ritenuta, a tutti gli effetti, altrettanto valida come espressione per la Costante di Struttura Fine:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{Gm_e^2}{r_e}}{h n_{Univ}} = \frac{E_{Box_Min}}{E_{Emanable}} , \text{ dove notoriamente } n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}} .$$

E_{Box_Min} è la più piccola scatoletta di energia dell'Universo (l'elettrone), mentre $E_{Emanable}$ è la minima energia emanabile, visto che n_{Univ} è la più piccola frequenza.

Tra parentesi, a è anche data dal rapporto tra la velocità dell'elettrone nell'atomo di idrogeno e la velocità della luce: $a = v_{e_in_H} / c = e^2 / 2e_0 hc$, oppure ancora come rapporto tra la lunghezza d'onda Compton dell'elettrone (che è la minima λ di e^- quando è libero ed alla velocità massima c) e la lunghezza d'onda di e^- appunto sul primo orbitale di H: $a = I_{Compton} / I_{1-H} = (h/m_e c) / (h/m_e v_{e_in_H})$. E' altresì vero che $a = \sqrt{r_e / a_0}$, con $a_0 = 0,529 \text{ \AA}$, che è il raggio di Bohr.

Potremo dunque stabilire la seguente uguaglianza e trarre le relative conseguenze (Rubino):

$$\left(a = \frac{1}{137}\right) = \frac{1}{4pe_0} e^2 = \frac{Gm_e^2}{hn_{Univ}} , \text{ da cui: } \frac{1}{4pe_0} e^2 = \frac{c}{2pn_{Univ}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = \frac{c}{H_{global}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = R_{Univ} \frac{Gm_e^2}{r_e}$$

avendo utilizzato anche la (A1.15).

Dunque, si può scrivere che: $\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{Gm_e^2}{r_e}$ (ed anche questa equazione intermedia mostra una strettissima parentela tra elettromagnetismo e gravità, ma procediamo oltre...)

Ora, se si immagina momentaneamente, e per semplicità, che la massa dell'Universo sia composta da N tra elettroni e^- e positroni e^+ , potremo scrivere che:

$$M_{Univ} = N \cdot m_e , \text{ da cui: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{GM_{Univ} m_e}{\sqrt{N} \sqrt{N} r_e} ,$$

$$\text{oppure ancora: } \frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{(R_{Univ} / \sqrt{N})} = \frac{GM_{Univ} m_e}{\sqrt{N} r_e} . \quad (A2.2)$$

Se ora ipotizziamo che $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ (vedi anche la (A4.2)), oppure, ciò che è lo stesso, $r_e = R_{Univ} / \sqrt{N}$, allora la (A2.2) diventa:

$$\boxed{\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ} m_e}{R_{Univ}}} \quad !! \quad (\text{Rubino}) \text{ cioè appunto ancora la (A2.1).}$$

Ora, notiamo innanzitutto che l'aver supposto che $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ è correttissimo, in quanto, dalla definizione di N data poco fa e dalla (A1.10), si ha che:

$$N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85} \text{ (-Eddington)}, \text{ da cui: } \sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42} \text{ (~Weyl)} \text{ e } R_{Univ} = \sqrt{N} r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m , \text{ cioè}$$

proprio il valore di R_{Univ} ottenuto nella (A1.9).

App. 1-Par. 2.2: La scoperta dell'essenza comune di gravità ed elettromagnetismo.

La (A2.1) è di fondamentale importanza ed ha un significato molto preciso (Rubino) in quanto ci dice che l'energia **elettrostatica** associata ad un elettrone in una coppia elettrone-positrone (e^+e^- adiacenti) è né più, né meno che l'energia **gravitazionale** conferita alla stessa da tutto l'Universo M_{Univ} alla distanza R_{Univ} ! (e viceversa...)

Dunque, un elettrone, lanciato gravitazionalmente da una enorme massa M_{Univ} per un tempo lunghissimo T_{Univ} e attraverso un lunghissimo cammino R_{Univ} , acquista una energia cinetica di origine gravitazionale tale che, se poi è chiamato a restituirla tutta insieme, in un attimo, tramite, ad esempio, un urto, e tramite dunque una oscillazione della molla costituita appunto dalla coppia e^+e^- , deve appunto trasferire una tale energia gravitazionale, accumulata nei miliardi di anni, che se fosse da attribuire solo alla energia potenziale gravitazionale della esigua massa dell'elettrone stesso, sarebbe insufficiente per parecchi ordini di grandezza.

Ecco, dunque, che l'effetto di restituzione immediata, da parte di e^- , di una grande energia gravitazionale accumulata, che abbiamo visto essere $\frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}}$, fa "apparire" l'elettrone, sul momento, e in un range più ristretto (r_e), capace

di liberare energie derivanti da forze molto più intense della gravitazionale, oppure, come se fosse capace di una speciale forza gravitazionale con una speciale Costante di Gravitazione Universale G' ben più grande di G :

$$\left(\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \frac{e}{m_e}\right) \cdot \frac{m_e m_e}{r_e} = G' \cdot \frac{m_e m_e}{r_e};$$

dunque, nel momento eventuale della restituzione immediata di energia da parte dell'elettrone, c'è l'effetto rincorsa dovuto alla sua eterna caduta libera (gravitazionale) nell'Universo. E, di riflesso, la gravità è l'effetto di composizione di tante piccole forze elettrostatiche.

Faccio altresì notare che l'energia espressa dalla (A2.1), guarda caso, è proprio pari a $m_e c^2$!!!, cioè proprio una sorta di energia cinetica di rincorsa posseduta dalle coppie elettrone-positrone in caduta libera, e che Einstein conferì anche alla materia in quiete, senza purtroppo dirci che quella materia, appunto, non è mai in quiete rispetto al centro di massa dell'Universo, visto che siamo tutti inesorabilmente in caduta libera, anche se tra noi ci vediamo fermi, da cui la sua essenza di energia cinetica di origine gravitazionale $m_e c^2$:

$$m_e c^2 = \frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}}.$$

App. 1-Par. 2.3: L'entità oscillatoria dell'Universo tutto e delle particelle.

Si parla di oscillazioni perché è così che si trasmette l'energia, specie in un urto, ed anche in quello tra, ad esempio, due palle da biliardo, dove le oscillazioni nel punto di contatto ci sono, e come, anche se non si vedono (quelle degli elettroni periferici, delle molecole, degli atomi ecc, nel punto di scontro).

Si parla qui di oscillazioni in modo proprio, anche perché un semplice atomo di idrogeno, oppure una coppia elettrone-positrone e^-e^+ , che sono governati dalle leggi dell'elettromagnetismo, si comportano come delle vere e proprie molle: infatti, in coordinate polari, per l'elettrone in orbita intorno al protone, in un atomo di idrogeno, si ha l'equilibrio tra forza di attrazione elettrostatica e forza centrifuga:

$$F_r = -\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{r^2} + m_e \left(\frac{dj}{dt}\right)^2 r = -\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{r^2} + \frac{p^2}{m_e r^3}, \text{ dove } \frac{dj}{dt} = w \text{ e } p = m_e v \cdot r = m_e w r r = m_e w r^2$$

Valutiamo ora l'energia corrispondente, integrando tale forza nello spazio:

$$U = -\int F_r dr = -\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{r} + \frac{p^2}{2m_e r^2}. \tag{A2.3}$$

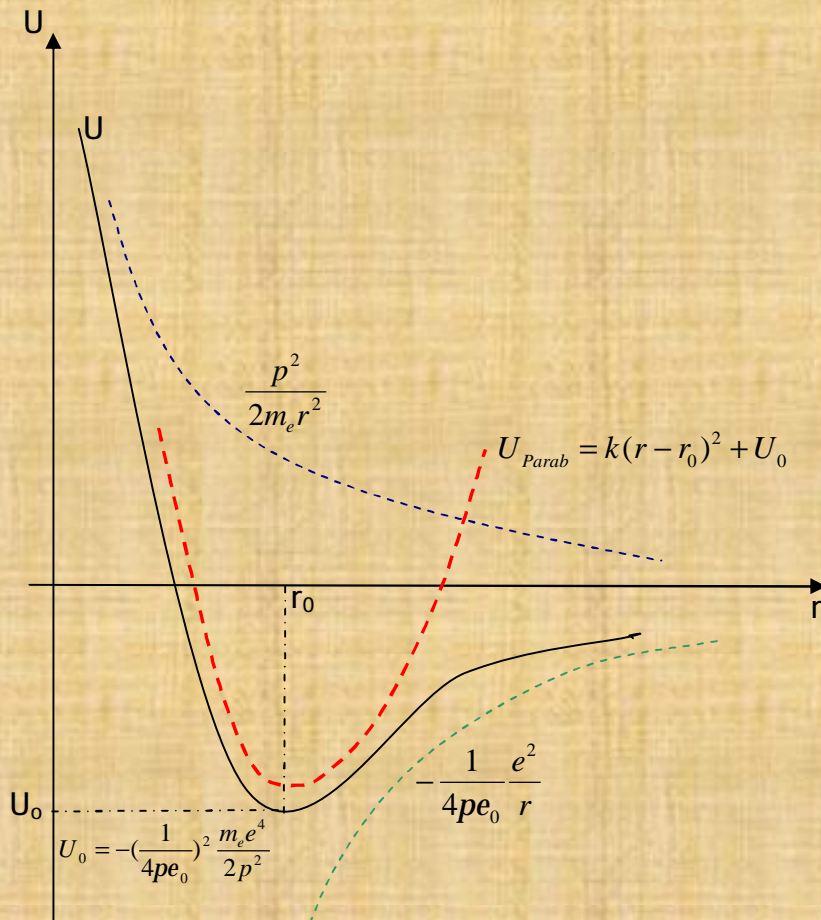


Fig. A2.1: Grafico dell'energia.

Il punto di minimo in (r_0, U_0) è punto di equilibrio e di stabilità ($F_r=0$) e lo si calcola annullando la derivata prima della (A2.3) (e cioè ponendo appunto $F_r=0$).

Inoltre, in r_0 , la curva esprimente U è visivamente approssimabile con una parabola U_{Parab} e cioè, in quell'intorno, si può scrivere:

$$U_{Parab} = k(r - r_0)^2 + U_0, \text{ e la corrispondente forza è: } F_r = -\partial U_{Parab} / \partial r = -2k(r - r_0)$$

che è, guarda caso, una forza elastica a tutti gli effetti ($F = -kx$ - Legge di Hooke).



Inoltre, la legge gravitazionale cui l'Universo obbedisce, mostra una forza che varia con il quadrato della distanza, proprio come quella elettrostatica, dunque anche la forza gravitazionale porta alla legge di Hooke per l'Universo.

Tramite la (A2.1) e la sua interpretazione abbiamo ricondotto la forza elettrica a quella gravitazionale; riconduciamo ora la forza magnetica a quella elettrica, in modo tale da chiudere il cerchio ed effettuare l'unificazione del campo elettromagnetico con quello gravitazionale. E tutti questi campi, per ultimo, sono riconducibili all'accelerazione cosmica a_{Univ} , visto che la gravità lo è.

App. 1-Capitolo 3: L'unificazione della forza magnetica con quella elettrica.

App. 1-Par. 3.1: La forza magnetica è niente altro che una forza elettrica di Coulomb(!).

A tal proposito, immaginiamo la seguente situazione, dove vi è un conduttore, ovviamente composto da nuclei positivi e da elettroni, e poi un raggio catodico (di elettroni) che scorre parallelo al conduttore:

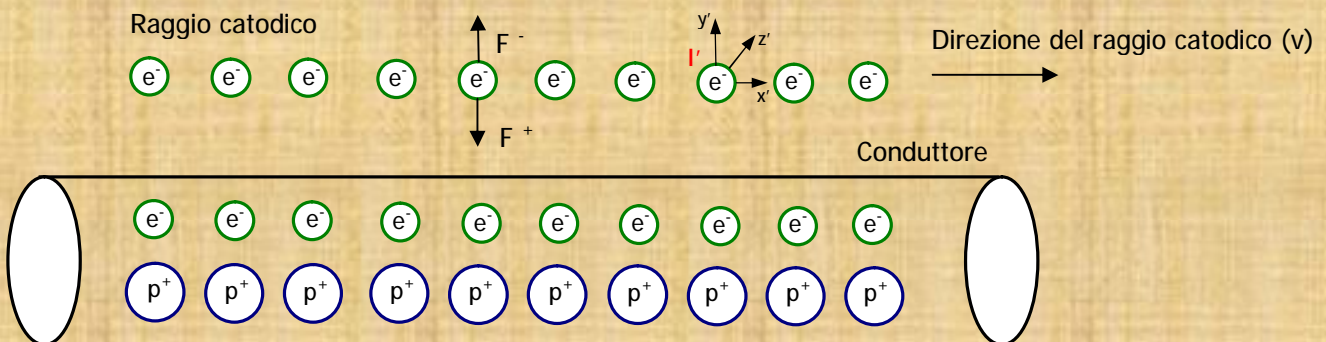


Fig. A3.1: Conduttore non percorso da corrente, visto dal sistema di riferimento I' (x', y', z') di quiete del raggio catodico.

Sappiamo dal magnetismo che il raggio catodico non sarà deflesso verso il conduttore perché in quest'ultimo non scorre nessuna corrente che possa determinare ciò. Questa è l'interpretazione del fenomeno in chiave magnetica; in chiave elettrica, possiamo dire che ogni singolo elettrone del raggio è respinto dagli elettroni del conduttore con una forza F^- identica a quella F^+ con cui è attratto dai nuclei positivi del conduttore.

Passiamo ora alla situazione in cui nel conduttore scorre invece una corrente con gli e^- a velocità u :

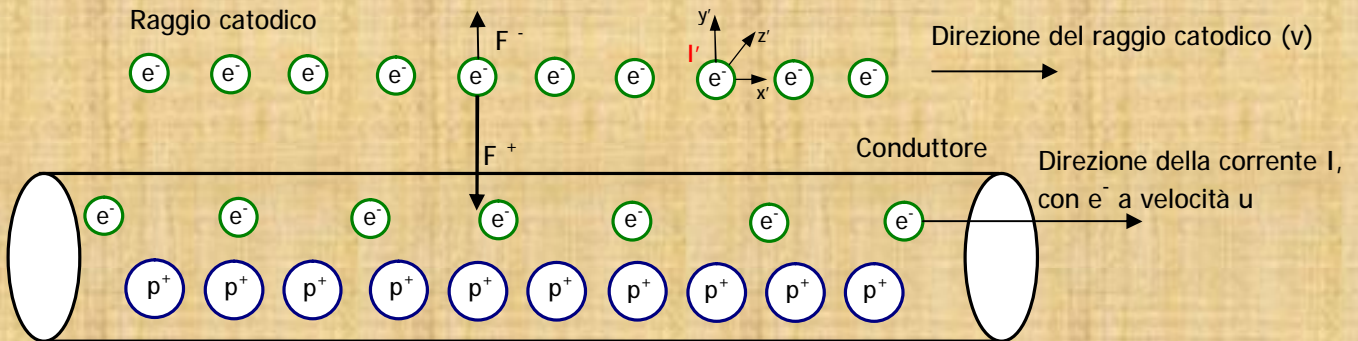


Fig. A3.2: Conduttore percorso da corrente (con gli e^- a velocità u), visto dal sistema di riferimento I' (x', y', z') di quiete del raggio catodico.

In quest'ultimo caso, sappiamo dal magnetismo che il raggio di elettroni deve deflettere verso il conduttore, in quanto siamo nel noto caso di correnti parallele e di verso concorde, che devono dunque attrarsi. Questa è l'interpretazione del fenomeno in chiave magnetica; in chiave elettrica, possiamo dire che dal momento che gli elettroni nel conduttore inseguono, per così dire, quelli del fascio, i primi, visti dal sistema di quiete del fascio (I'), avranno una velocità minore rispetto a quella che risultano avere i nuclei positivi, che invece sono fermi nel conduttore. Risulterà, perciò, che gli spazi immaginabili tra gli elettroni del conduttore subiranno una contrazione relativistica di Lorentz meno accentuata, rispetto ai nuclei positivi, e dunque ne risulterà una densità di carica negativa minore della densità di carica positiva, e dunque gli elettroni del fascio verranno elettricamente attratti dal conduttore. Ecco la lettura in chiave elettrica del campo magnetico. Ora, è vero che la velocità della corrente elettrica in un conduttore è molto bassa (centimetri al secondo) rispetto alla relativistica velocità della luce c , ma è anche vero che gli elettroni sono miliardi di miliardi ..., e dunque un piccolo effetto di contrazione su così tanti interspazi determina l'apparire della forza magnetica.

Ora, però, vediamo se la matematica ci dà quantitativamente ragione su quanto asserito, dimostrandoci che la forza magnetica è una forza elettrica anch'essa, ma vista in chiave relativistica. Consideriamo allora una situazione semplificata in cui un elettrone e^- , di carica q , viaggia, con velocità v , parallelo ad una corrente di nuclei con carica Q^+ (a velocità u):

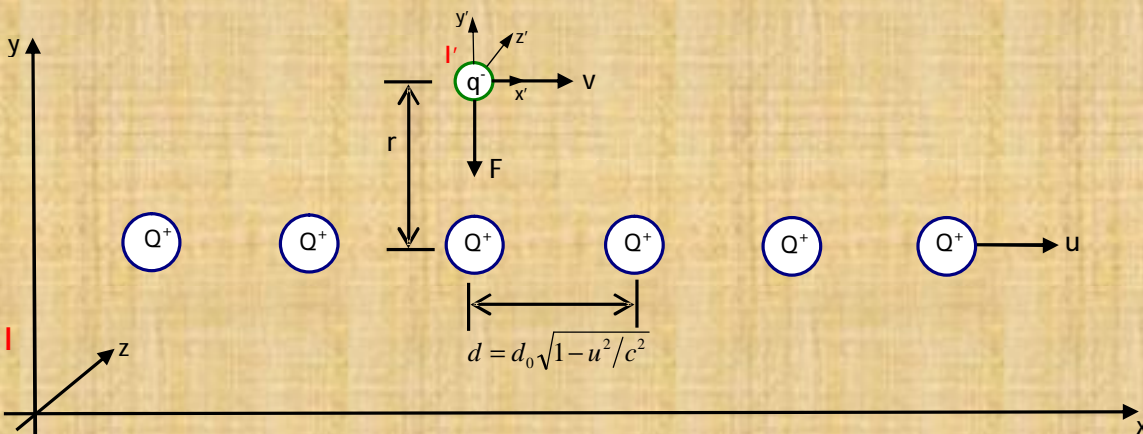


Fig. A3.3: Corrente di cariche positive (a velocità u) ed elettrone a velocità v nel sistema di quiete del lettore I .

a) Valutazione di F in chiave elettromagnetica, nel sistema I :

Ricordiamo innanzitutto che se ho N cariche Q , in linea, a distanza d una dall'altra (come in figura A3.3), allora la densità di carica lineare λ sarà:

$$I = N \cdot Q / N \cdot d = Q/d$$

Ora, sempre con riferimento alla Fig. A3.3, nel sistema I , per l'elettromagnetismo l'elettrone sarà sottoposto alla forza di Lorentz $F_l = q(E + v \times B)$ che si compone di una componente originariamente già elettrica e di una magnetica:

$$F_{el} = E \cdot q = \left(\frac{1}{\epsilon_0} \frac{I}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q/d}{2pr} \right) q, \text{ dovuta all'attrazione elettrostatica di una distribuzione lineare di cariche } Q$$

e:

$$F_{magn} = m_0 \frac{I}{2pr} = m_0 \frac{Q/t}{2pr} = m_0 \frac{Q/(d/u)}{2pr} = m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \quad (\text{Biot e Savart}).$$

$$\text{Dunque: } F_I = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d}{2pr} - v m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \right) = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - m_0 uv \right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad (\text{A3.1})$$

dove il segno meno indica che la forza magnetica è repulsiva, in tale caso, visti i segni reali delle due correnti, e dove la distanza d_0 di quiete risulta contratta a d , per Lorentz, nel sistema I in cui le cariche Q hanno velocità u ($d = d_0 \sqrt{1-u^2/c^2}$).

b) Valutazione di F in chiave elettrica, nel sistema I' di quiete di q :

nel sistema I' la carica q è ferma e dunque non costituisce nessuna corrente elettrica, e dunque sarà presente solo una forza elettrica di Coulomb verso le cariche Q :

$$F'_{el} = E' \cdot q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{I'}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d'}{2pr} \right) q = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{1}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}, \quad (\text{A3.2})$$

dove u' è la velocità della distribuzione di cariche Q nel sistema I' , che si compone di u e v tramite il noto teorema relativistico di addizione delle velocità:

$$u' = (u - v) / (1 - uv/c^2), \quad (\text{A3.3})$$

e d_0 , questa volta, si contrae appunto secondo u' : $d' = d_0 \sqrt{1-u'^2/c^2}$.

Notiamo ora che, con un po' di algebra, vale la seguente relazione (vedi la (A3.3)):

$$1 - u'^2/c^2 = \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)}{(1 - uv/c^2)^2}, \quad \text{che sostituita nel radicale della (A3.2) fornisce:}$$

$$F'_{el} = E' \cdot q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{I'}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d'}{2pr} \right) q = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (\text{A3.4})$$

Vogliamo ora confrontare la (A3.1) con la (A3.4), ma ancora non possiamo, perché una fa riferimento ad I e l'altra ad I' ; rapportiamo allora F'_{el} della (A3.4) in I anch'essa e, per fare ciò, osserviamo che, per la definizione stessa di forza, in I' :

$$F'_{el}(in_I') = \frac{\Delta p_{I'}}{\Delta t_{I'}} = \frac{\Delta p_I}{\Delta t_I \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{F_{el}(in_I)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{con } \Delta p_{I'} = \Delta p_I \text{ in quanto } \Delta p \text{ si estende lungo } y, \text{ e non}$$

lungo la direzione del moto relativo, dunque per le T . di Lorentz non subisce variazione, mentre Δt ovviamente sì. Si ha allora:

$$\begin{aligned} F_{el}(in_I) &= F'_{el}(in_I') \sqrt{1 - v^2/c^2} = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \\ &= q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = F_{el}(in_I) \end{aligned} \quad (\text{A3.5})$$

Ora, dunque, possiamo confrontare la (A3.1) con la (A3.5), in quanto ora entrambe fanno riferimento al sistema I . Riscriviamole una sopra l'altra:

$$F_I(in_I) = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d}{2pr} - v m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \right) = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - m_0 uv \right) \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$F_{el}(in_I) = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - \frac{uv}{e_0 c^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Possiamo dunque dire che le due equazioni sono identiche se è verificata la seguente identità: $c = 1/\sqrt{e_0 m_0}$, e la stessa è nota sin dal 1856. Essendo dunque identiche le due equazioni, la forza magnetica risulta ricondotta ad una forza elettrica di Coulomb, e dunque è compiuta l'unificazione dei campi elettrico e magnetico!!

App. 1-Capitolo 4: Giustificazione dell'equazione $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ precedentemente utilizzata per l'unificazione della forza elettrica con quella gravitazionale (Rubino).

App. 1-Par. 4.1: L'equazione $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ (!).

Abbiamo innanzitutto già verificato che l'equazione $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$, utilizzata nella (A2.2), è corretta di per sé, in quanto, a livello numerico, è esatta.

Ed è altresì giustificabile pure in chiave oscillatoria ed ora vediamo come; tale equazione ci dice che il raggio dell'Universo è uguale al raggio classico dell'elettrone moltiplicato per la radice quadrata del numero di elettroni (e positroni) N di cui l'Universo può ritenersi composto.

(Sappiamo che in realtà, la quasi totalità della materia dell'Universo non è composta da coppie e^+e^- ma da coppie p^+e^- di atomi di H, ma a noi ora interessa vedere l'Universo scomposto in mattoni fondamentali, o in armoniche fondamentali, e sappiamo che l'elettrone ed il positrone lo sono, in quanto sono stabili, mentre il protone pare che stabile non sia, e dunque non è un'armonica fondamentale e dunque neanche un mattone fondamentale.)

Supponiamo ora che ogni coppia e^+e^- (o, per il momento, anche p^+e^- (H), se preferite) sia una piccola molla (fatto peraltro già giustificato dai ragionamenti compiuti intorno alla (A2.3)), e che l'Universo sia una grande molla oscillante (ed attualmente in contrazione verso il suo centro di massa) con ampiezza di oscillazione pari ovviamente ad R_{Univ} , che si compone di tutte le micro oscillazioni delle coppie e^+e^- . E, per ultimo, chiariamo che tali micromolle sono distribuite alla rinfusa nell'Universo, come non può che essere, dunque una oscilla verso destra, l'altra verso sinistra, l'altra in su, l'altra ancora in giù, e così via.

In più, i componenti e^+ ed e^- di ogni coppia non sono fissi, dunque non considereremo N/2 coppie oscillanti con ampiezza $2r_e$, ma N elettroni/positroni oscillanti ad r_e .

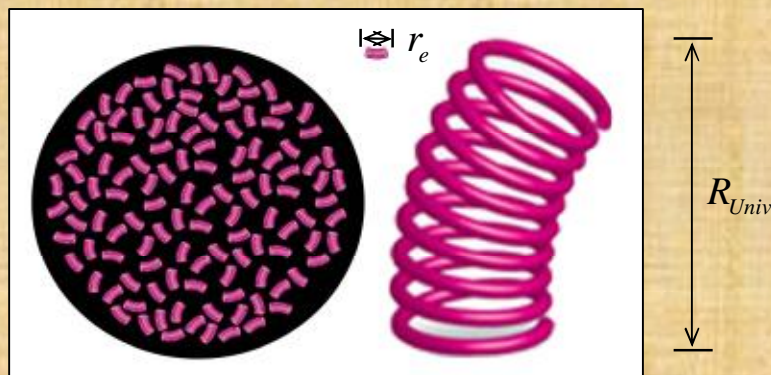


Fig. A4.1: L'Universo rappresentato come un insieme di tante (N) molle oscillanti in direzione casuale, o come grossa molla oscillante unica.

Ora, essendo le micro oscillazioni orientate a caso, la loro composizione random è schematizzabile come in figura A4.2.

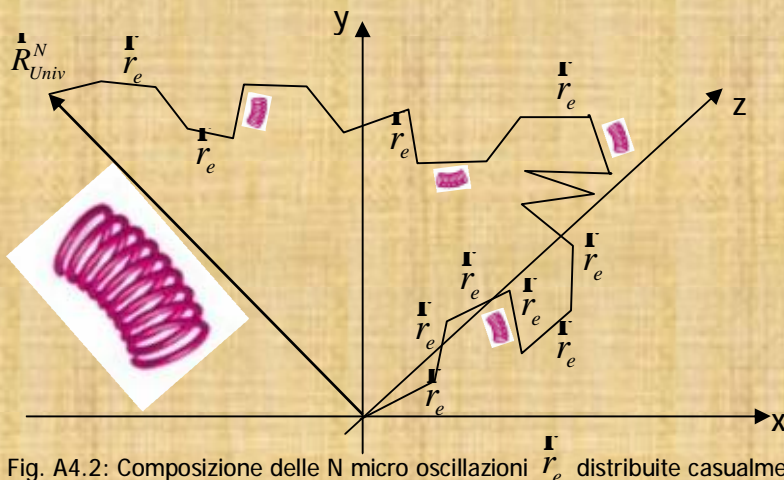


Fig. A4.2: Composizione delle N micro oscillazioni r_e distribuite casualmente a formare l'oscillazione globale R_{Univ} .

Possiamo scrivere ovviamente che: $\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N = \dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} + \dot{\mathbf{r}}_e$ ed il prodotto scalare di $\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N$ con se stesso fornisce:

$\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N \cdot \dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N = (R_{Univ}^N)^2 = (R_{Univ}^{N-1})^2 + 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e + r_e^2$; prendendo ora la media:

$$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e \rangle + \langle r_e^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle, \quad (A4.1)$$

visto che $\langle 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e \rangle = 0$, dal momento che $\dot{\mathbf{r}}_e$ può essere orientate in modo casuale su 360° (o su 4π sr, se vi va), e dunque un vettore che media con esso, come nella espressione precedente, fornisce un valore nullo.

Riscriviamo allora la (A4.1): $\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle$ e procedendo, su di essa, per induzione, dal momento che (sostituendo N con N-1 e così via):

$\langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle$, e poi: $\langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-3})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle$ ecc, si ottiene:

$$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle + 2\langle r_e^2 \rangle = \dots = 0 + N\langle r_e^2 \rangle = N\langle r_e^2 \rangle, \text{ cioè:}$$

$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = N\langle r_e^2 \rangle$, da cui, estraendo la radice di entrambi i membri:

$$\sqrt{\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle} = R_{Univ} = \sqrt{N} \sqrt{\langle r_e^2 \rangle} = \sqrt{N} \cdot r_e, \text{ e cioè:}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N} \cdot r_e \quad !!! \quad (\text{Rubino}) \quad (A4.2)$$

E' comunque noto, in fisica, che, ad esempio, il cammino R compiuto per N passi r successivi effettuati in direzione casuale è proprio la radice di N per r (vedi, ad esempio, gli studi sul moto Browniano).

App. 1-Capitolo 5: "a_{Univ}" come responsabile assoluta di tutte le forze.

App. 1-Par. 5.1: Tutto da "a_{Univ}".

Sempre in linea con quanto detto finora, la stessa accelerazione cosmica a_{Univ} è responsabile della gravità tutta e dunque anche di quella terrestre. Infatti, solo perché la Terra è abbastanza densa, ha una accelerazione di gravità sulla sua superficie pari a g=9,81 m/s², mentre, se tutt'oggi la si potesse considerare come composta di elettroni sparsi a caso, un

po' come in Fig. A4.1 per l'Universo, allora la stessa avrebbe un raggio pari a $\sqrt{\frac{M_{Earth}}{m_e}} \cdot r_e = \sqrt{N_{Earth}} \cdot r_e$, e

l'accelerazione di gravità sulla sua superficie sarebbe:

$$g_{New} = G \frac{M_{Earth}}{(\sqrt{N_{Earth}} \cdot r_e)^2} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2 \quad !!!$$

Dunque, ancora una volta, possiamo dire che la forza di gravità è una conseguenza del collasso dell'Universo con accelerazione a_{Univ}, e le accelerazioni di gravità che si incontrano, di volta in volta, per ogni oggetto celeste, sono diverse da a_{Univ} nella misura in cui tali oggetti sono particolarmente più compressi.

App. 1-Par. 5.2: Schema riassuntivo dell'unificazione delle forze.

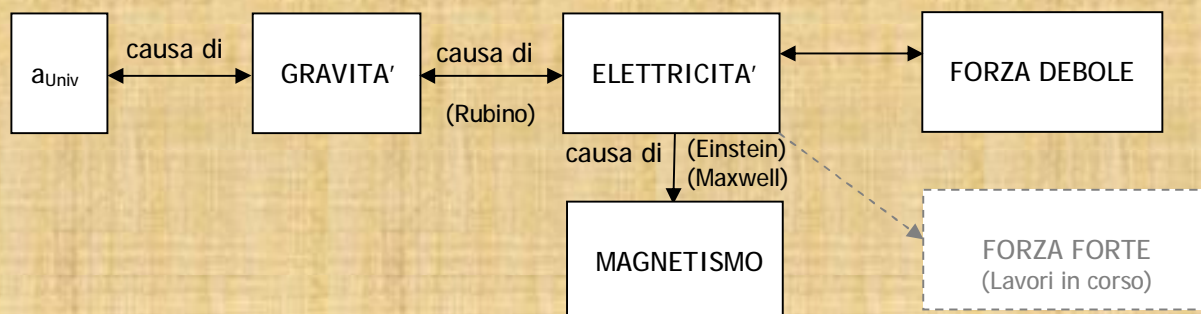


Fig. A5.1: Schema riassuntivo dell'unificazione delle forze.

App. 1-Par. 5.3: Altre considerazioni sulla composizione dell'Universo in coppie +/-.

Lo scaricarsi completo di ogni singola molletta, che rappresenta la coppia elettrone-positrone, altro non è che l'annichilazione, con trasformazione in fotoni delle due particelle. In tal modo, la coppia non sarà più rappresentata da un'onda piccata in un dato luogo ed in un dato momento (ad esempio $\sin(x - vt)/(x - vt)$, o la cugina di quest'ultima, cioè la $d(x - vt)$ di Dirac), dove la parte piccata starebbe a testimoniare la carica della molla, ma sarà rappresentata da una funzione del tipo $\sin(x - ct)$, omogenea lungo tutta la sua traiettoria, quale il fotone è. Ciò avverrà quando il collasso dell'Universo nel suo centro di massa sarà completo.

Inoltre, l'essenza delle coppie e^-e^+ , o, in quest'era, delle e^-p^+ , è necessaria per la non violazione del Principio di Conservazione dell'Energia. Infatti, l'Universo, che nella sua fase di contrazione massima verso una singolarità, pare svanire nel nulla, o originarsi dal nulla, nel processo inverso a mo' di Big Bang, rappresenterebbe una violazione di tale principio di conservazione, se non fosse per il Principio di Indeterminazione, secondo cui una energia ΔE è comunque legittimata a comparire, purchè sia di durata inferiore a Δt , nella misura in cui $\Delta E \cdot \Delta t \leq h/2$, cioè, essa può comparire a patto che l'osservatore non abbia tempo sufficiente, in relazione ai suoi mezzi di misura, per determinarla, giungendo quindi alla constatazione della violazione. E, di riflesso, tutto l'Universo, che di coppie +/- è composto, gode di questa proprietà. E la comparsa di un ΔE composto da una coppia di particelle, vede le stesse prima separarsi, e dunque avere carica uguale, mentre l'annihilarsi successivo dopo un Δt testimonia una attrazione successiva, e dunque l'assunzione di cariche opposte. Dunque, la comparsa e l'annichilazione equivalgono alla espansione e contrazione dell'Universo. Se dunque fossimo in un Universo in fase di espansione, la gravità non esisterebbe, anzi esisterebbe all'incontrario, e non è dunque vero che solo la forza elettrica può essere repulsiva, ma anche la gravità può esserlo (con Universo in fase di espansione); ora non lo è, ma lo fu!

La considerazione filosofica più immediata che si può fare, in tale scenario, è che, come dire, tutto può nascere (comparire), purchè muoia, e sufficientemente in fretta; e così la violazione è evitata, o meglio, non è dimostrata/dimostrabile, ed il Principio di Conservazione dell'Energia è preservato, e la contraddizione della comparsa di energia dal nulla è aggirata, anzi, di più, è contraddetta essa stessa.

App. 1-Par. 5.4: La Teoria della Relatività altro non è che la interpretazione dell'Universo di oscillazioni appena descritto, in contrazione a velocità c ed accelerazione a_{univ} .

Sulla composizione delle velocità:

1) Caso di un corpo di massa m. Se in un mio sistema di riferimento I, in cui io osservatore sono in quiete, ho un corpo di massa m in quiete, potrò scrivere:

$v_1 = 0$ e $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$. Se ora gli conferisco energia cinetica, esso passerà alla velocità v_2 , tale che, ovviamente:

$E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ ed il suo delta energia di energia GUADAGNATA $\Delta_{\uparrow}E$ (delta up) sarà:

$$\Delta_{\uparrow}E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = \frac{1}{2}m(v_2 - 0)^2 = \frac{1}{2}m(\Delta v)^2, \text{ con } \Delta v = v_2 - v_1.$$

Ora, il fatto che ho ottenuto un Δv che è semplicemente pari a $v_2 - v_1$ è un caso del tutto PARTICOLARE e vale solo quando si parte da fermi, e cioè quando $v_1 = 0$.

In caso contrario: $\Delta_{\uparrow}E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(\Delta_v v)^2$, dove Δ_v è un delta

vettoriale: $\Delta_v v = \sqrt{(v_2^2 - v_1^2)}$; possiamo dunque affermare che, a parte il caso particolare in cui si parta da fermi ($v_1 = 0$), se si è già in moto, non si avrà un delta semplice, ma bensì uno vettoriale; ma questa è semplice fisica di base.

2) Caso della Terra. In un mio sistema di riferimento I, in cui io osservatore sono in quiete, la Terra (E-Earth) ruota intorno al Sole con energia totale:

$$E_{Tot} = \frac{1}{2}m_E v_E^2 - G \frac{M_{Sun} m_E}{R_{E-S}}, \text{ e con energia cinetica } E_K = \frac{1}{2}m_E v_E^2. \text{ Se ora conferiamo alla Terra un delta up}$$

$\Delta_{\uparrow}E$ di energia cinetica per farla saltare dalla sua orbita a quella di Marte (M-Mars), allora, analogamente al caso precedente del punto 1, si ha:

$$\Delta_{\uparrow}E = \frac{1}{2}m_E v_E^2 - \frac{1}{2}m_E v_M^2 = \frac{1}{2}m_E (v_E^2 - v_M^2) = \frac{1}{2}m_E (\Delta_v v)^2, \text{ con } \Delta_v v = \sqrt{(v_E^2 - v_M^2)}, \text{ e dunque anche qui i}$$

delta di velocità sono di tipo vettoriale (Δ_v).

3) Caso dell'Universo. In un mio sistema di riferimento I, in cui io osservatore sono in quiete, se ad un corpo di massa m_0 che mi appare in quiete voglio fargli raggiungere la velocità V, devo conferirgli un delta v appunto, ma per quanto

esposto nelle pagine precedenti, essendo noi già in movimento nell'Universo (ed a velocità c), come per i punti 1 e 2 qui sopra, tale delta v deve sottostare alla seguente eguaglianza (vettoriale):

$$V = \Delta_v v = \sqrt{(c^2 - v_{New-Abs-Univ-Speed}^2)} , \quad (A5.1)$$

dove $v_{New-Abs-Univ-Speed}$ è la nuova velocità assoluta che il corpo di massa m_0 risulta avere non rispetto a noi, ma nel contesto dell'Universo e rispetto al suo centro di massa. Infatti, un corpo è inesorabilmente legato all'Universo in cui si trova, nel quale, guarda caso, esso, già di suo si muove con velocità c e possiede dunque una energia intrinseca $m_0 c^2$. Nella fattispecie, dovendo io apportare energia cinetica E_k al corpo m_0 per fargli acquisire velocità V (rispetto a me), e considerando che, ad esempio, in una molla con una massa attaccata ad un'estremità, per la legge del moto armonico ho, per la velocità, una legge armonica del tipo:

$$v = (wX_{Max}) \sin a = V_{Max} \sin a \quad (v_{New-Abs-Univ-Speed} = c \sin a , \text{ nel nostro caso}),$$

e per l'energia armonica si ha una legge armonica del tipo:

$$E = E_{Max} \sin a \quad (m_0 c^2 = (m_0 c^2 + E_K) \sin a , \text{ nel nostro caso}),$$

ricavando $\sin a$ dalle due equazioni precedenti ed eguagliando, si ottiene:

$$v_{New-Abs-Univ-Speed} = c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K} ,$$

e sostituendo tale valore di $v_{New-Abs-Univ-Speed}$ nella (A5.1), otterrò:

$$V = \Delta_v v = \sqrt{(c^2 - v_{New-Abs-Univ-Speed}^2)} = \sqrt{[c^2 - (c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K})^2]} = V , \text{ che riscrivo:}$$

$$V = \sqrt{[c^2 - (c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K})^2]} \quad (A5.2)$$

Se ora ricavo E_k dalla (A5.2), ottengo:

$$E_K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad !!! \text{ che è esattamente l'energia cinetica relativistica di Einstein!}$$

Aggiungendo ora a tale E_k cinetica l'energia intrinseca (che ha anche a "riposo" – riposo rispetto a noi, non rispetto al centro di massa dell'Universo) del corpo m_0 , ottengo l'energia totale:

$$E = E_K + m_0 c^2 = m_0 c^2 + m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} m_0 c^2 = g \cdot m_0 c^2 , \text{ e cioè la ben nota}$$

$$E = g \cdot m_0 c^2 \text{ (della TRR)}. \quad (A5.3)$$

Tutto ciò dopo che abbiamo supposto di apportare energia cinetica ad un corpo in quiete (rispetto a noi). La (A5.3) funziona benissimo, dunque, negli acceleratori di particelle, dove le particelle guadagnano energia, ma ci sono casi (Universo collassante e Fisica Atomica) dove le masse perdono energia ed irradiano, invece di guadagnarla, ed in tali casi la (A5.3) è completamente inapplicabile, in quanto la stessa vale per energie apportate, non rimosse.

App. 1-Par. 5.5: Sulla "Relatività" delle energie cedute.

In caso di energie rimosse (fase ulteriore del moto armonico), vale la seguente:

$$E = \frac{1}{g} \cdot m_0 c^2 \quad (\text{Rubino}) \quad (\text{A5.4})$$

che è intuitiva già solo per il fatto che, con l'aumentare della velocità, il coefficiente $1/g$ mi abbassa m_0 , riducendola appunto, a favore della irradiazione, e cioè della perdita, di energia, cosa purtroppo non prevista, nei termini della (A5.4), nella Teoria della Relatività.

Per una (convincente) deduzione della stessa (A5.4) e di alcune sue implicazioni, però, sono da me disponibili ulteriori trattazioni a riguardo.

Utilizzando la (A5.4) in Fisica Atomica per valutare le energie di ionizzazione $\Delta_{\downarrow} E_Z$ di atomi con singolo elettrone, ma con numero atomico Z variabile, ci si riconduce, ad esempio, alla seguente equazione, che rispecchia egregiamente i dati sperimentali:

$$\Delta_{\downarrow} E_Z = m_e c^2 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{Ze^2}{2e_0 hc} \right)^2} \right] \quad (\text{A5.5})$$

e per atomi con numero quantico n qualsiasi ed orbitali qualsiasi:

$$\Delta_{\downarrow} E_{Z-n} = m_e c^2 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{Ze^2}{4ne_0 hc} \right)^2} \right] \quad (\text{Wählin}) \quad (\text{A5.6})$$

Orbitale (n)	Energia (J)	Orbitale (n)	Energia (J)
1	$2,1787 \cdot 10^{-18}$	5	$8,7147 \cdot 10^{-20}$
2	$5,4467 \cdot 10^{-19}$	6	$6,0518 \cdot 10^{-20}$
3	$2,4207 \cdot 10^{-19}$	7	$4,4462 \cdot 10^{-20}$
4	$1,3616 \cdot 10^{-19}$	8	$3,4041 \cdot 10^{-20}$

Tab. A5.1: Livelli energetici nell'atomo di idrogeno H ($Z=1$), come da (A5.6).

L'applicazione della qui inappropriata (A5.3) non porta invece ai dati sperimentali, ma bensì al ricorso di complesse correzioni ed equazioni di correzione (Fock-Dirac ecc), che tenterebbero appunto di "correggere" una applicazione appunto errata.

Anche per avere delle chiare dimostrazioni delle (A5.5) e (A5.6), sono da me disponibili ulteriori files e trattazioni.

App. 1-SUBAPPENDICI.

App. 1-Subpendice 1: Costanti fisiche.

Costante di Boltzmann k : $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$

Accelerazione Cosmica a_{Univ} : $7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m / s}^2$

Distanza Terra-Sole AU: $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Massa della Terra M_{Terra} : $5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Raggio della Terra R_{Terra} : $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$

Carica dell'elettrone e : $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Numero di elettroni equivalente dell'Universo N : $1,75 \cdot 10^{85}$

Raggio classico dell'elettrone r_e : $2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

Massa dell'elettrone m_e : $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Costante di Struttura Fine $a (\cong 1/137)$: $7,30 \cdot 10^{-3}$

Frequenza dell'Universo n_{Univ} : $4,05 \cdot 10^{-21} \text{ Hz}$

Pulsazione dell'Universo $w_{Univ} (= H_{global})$: $2,54 \cdot 10^{-20} \text{ rad/s}$

Costante di Gravitazione Universale G : $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$

Periodo dell'Universo T_{Univ} : $2,47 \cdot 10^{20} \text{ s}$

Anno luce a.l.: $9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Parsec pc: $3,26 _ \text{ a.l.} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Densità dell'Universo ρ_{Univ} : $2,32 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$
Temp. della Radiaz. Cosmica di Fondo T: $2,73 \text{ K}$
Permeabilità magnetica del vuoto μ_0 : $1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H} / \text{m}$
Permittività elettrica del vuoto ϵ_0 : $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} / \text{m}$
Costante di Planck h: $6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Massa del protone m_p : $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Massa del Sole M_{Sun} : $1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Raggio del Sole R_{Sun} : $6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Velocità della luce nel vuoto c: $2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} / \text{s}$
Costante di Stephan-Boltzmann σ : $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}^4$
Raggio dell'Universo (dal centro fino a noi) R_{Univ} : $1,18 \cdot 10^{28} \text{ m}$
Massa dell'Universo (entro R_{Univ}) M_{Univ} : $1,59 \cdot 10^{55} \text{ kg}$

Grazie per l'attenzione.
Leonardo RUBINO
E-mail: leonrubino@yahoo.it

Bibliografia:

- 1) (M. Alonso & E.J. Finn) FUNDAMENTAL UNIVERSITY PHYSICS III, Addison-Wesley.
 - 2) (C. Rossetti) ISTITUZIONI DI FISICA TEORICA (Intr. alla M.Q.), Levrotto & Bella.
 - 3) (R. Gautreau & W. Savin) FISICA MODERNA – Schaum.
 - 4) (L. Wáhlín) THE DEADBEAT UNIVERSE, 2nd Ed. Rev., Colutron Research.
 - 5) (R. Feynman) LA FISICA DI FEYNMAN I-II e III – Zanichelli.
 - 6) (Lionel Lovitch-Sergio Rosati) FISICA GENERALE, Eletticità, Magnetismo, Elettromagnetismo Relatività Ristretta, Ottica, Meccanica Quantistica , 3^a Edizione; Casa Editrice Ambrosiana-Milano.
 - 7) (C. Mencuccini e S. Silvestrini) FISICA I – Meccanica-Termodinamica, Liguori.
 - 8) (C. Mencuccini e S. Silvestrini) FISICA II – Elettromagnetismo-Ottica, Liguori.
 - 9) (R. Sexl & H.K. Schmidt) SPAZIOTEMPO – Vol. 1, Boringhieri.
 - 10) (V.A. Ugarov) TEORIA DELLA RELATIVITA' RISTRETTA, Edizioni Mir.
 - 11) (A. Liddle) AN INTRODUCTION TO MODERN COSMOLOGY, 2nd Ed., Wiley.
 - 12) (A. S. Eddington) THE EXPANDING UNIVERSE, Cambridge Science Classics.
 - 13) ENCYCLOPEDIA OF ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS, Nature Publishing Group & Institute of Physics Publishing.
 - 14) (Keplero) THE HARMONY OF THE WORLD.
 - 15) (H. Bradt) ASTROPHYSICS PROCESSES, Cambridge University Press.
-



THE ORIGINS OF QUANTIZATION IN THE UNIVERSE

by *Leonardo Rubino*
leonrubino@yahoo.it
for www.fisicamente.net
June 2011 – Rev. 00

Contents:

-Contents.	Page.1
-Chapter 1: Quantization and Indetermination from the Universe.	Page.2
Par. 1.1: Introductory concepts.	Page.2
Par. 1.2: Quantization, Indetermination and Universe.	Page.3
Par. 1.3: The Planck/Einstein Equation and the quantization.	Page.3
-Chapter 2: The birth of Quantum Physics.	Page.5
Par. 2.1: The Photoelectric Effect and the walk to quantization.	Page.5
Par. 2.2: Planck's Black Body Spectrum.	Page.6
Par. 2.3: The Stefan-Boltzmann's Law.	Page.14
Par. 2.4: The Wien's Law.	Page.16
Par. 2.5: The Compton Effect.	Page.17
-Chapter 3: A more formal treatise on Quantum Mechanics.	Page.19
Par. 3.1: The Schrödinger's Equation (formal deduction).	Page.19
Par. 3.2: The Heisenberg's Indetermination Relations (formal deduction).	Page.23
-Chapter 4: Physical constants as an effect of the Universe (the origins of physical constants).	Page.26
Par. 4.1: The speed of light.	Page.26
Par. 4.2: Mass and radius of the electron.	Page.26
Par. 4.3: Planck's Constant.	Page.28
Par. 4.4: Stephan-Boltzmann's Constant	Page.29
Par. 4.5: The Fine Structure Constant.	Page.29
Par. 4.6: The Boltzmann's Constants.	Page.31
Par. 4.7: The Universal Gravitational Constant.	Page.31
-APPENDIXES.	Page.32
Appendix 1: As I see the Universe (Unification Gravity Electromagnetism).	Page.32
-Bibliography.	Page.49

Chapter 1: Quantization and Indetermination from the Universe.

Par. 1.1: Introductory concepts.

If the world had ever existed, then what is happening now should have already happened.
A. SCHOPENHAUER.

If an event, after having had at its disposal an infinite time, hasn't happened yet, then it's because it can never happen.

In physics an infinite time is meaningless. The infinite is something you can just say and you can assign a symbol, but it can be neither imagined nor really handled.

In mathematics they talk about a tendency to infinite; just a tendency. The Universe cannot be born an infinite time ago; and so, what was before it? Well, we cannot say there isn't any answer, but rather we can say this question is wrong. Time was born together with the Universe and in the Universe, so the expression "before the Universe" is a contradiction. It exists since the moment when it started to exist and that's it. Or better, it exists and that's it. Rather, there is something more interesting: to understand how the Universe can "appear" without violating the conservation laws and laws of physics in general (see my explanation in App. 1).

Well, we have to admit that if matter shows mutual attraction as gravitation, then we are in a harmonic and oscillating Universe in contraction towards a common point, that is the center of mass of all the Universe. As a matter of fact, the acceleration towards the center of mass of the Universe and the gravitational attractive properties are two faces of the same medal. Moreover, all the matter around us shows it want to collapse: if I have a pen in my hand and I leave it, it drops, so showing me it wants to collapse; then, the Moon wants to collapse into the Earth, the Earth wants to collapse into the Sun, the Sun into the centre of the Milky Way, the Milky Way into the centre of the cluster and so on; therefore, all the Universe is collapsing. Isn't it?

So why do we see far matter around us getting farther and not closer? Easy. If three parachutists jump in succession from a certain altitude, all of them are falling towards the center of the Earth, where they would ideally meet, but if parachutist n. 2, that is the middle one, looks ahead, he sees n. 1 getting farther, as he jumped earlier and so he has a higher speed, and if he looks back at n. 3, he still sees him getting farther as n. 2, who is making observations, jumped before n. 3 and so he has a higher speed. Therefore, although all the three are accelerating towards a common point, they see each other getting farther. Hubble was somehow like parachutist n. 2 who is making observations here, but he didn't realize of the background acceleration g (a_{Univ}).

At last, I remind you of the fact that recent measurements on far galaxies type Ia supernovae, used as standard candles, have shown an accelerating Universe; this fact is against the theory of our supposed current post Big Bang expansion, as, after that an explosion has ceased its effect, chips spread out in expansion, ok, but they must obviously do that without accelerating.

Anyway, as the world wasn't born an infinite time ago, collapsing matter cannot come from an infinite distance; therefore, hundreds of billions years ago there was an expansion (post Big Bang), in the opposite direction with respect to the collapse we have now, and so all that with a repulsive gravity. On the basis of all that, the Universe is cyclic and so it has a cyclic frequency **and this is the right key to understand why it is quantized!** All the frequencies which are in the Universe must so be, directly or indirectly, a multiple of the Universe one and this one is the smallest existing frequency.

In App. 1 I prove that the period T_{Univ} of the Universe is: $T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} s$ (7.840 billion years) ($n_{Univ} = 4,05 \cdot 10^{-21} Hz$), as we know from physics that: $v = \omega R$ and $w = 2p/T$, and, for the whole Universe: $c = \omega R_{Univ}$ and $w = 2p/T_{Univ}$. And about the value of the angular frequency, we have: $w_{Univ} \cong c/R_{Univ} = 2,54 \cdot 10^{-20} rad/s$, and it is the right parameter for a reinterpretation of the global Hubble's constant H_{global} , which is H_{local} only for the Universe visible to us ($w_{Univ} = H_{Global}$).

Moreover, still in App. 1, by starting from data on the Coma galaxy cluster, we prove the Universe, while collapsing with speed c , accelerates with acceleration $a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2$.

Par. 1.2: Quantization, Indetermination and Universe.

As per App. 1, we derive The Heisenberg Uncertainty Principle as a consequence of the essence of the macroscopic, collapsing and a_{Univ} accelerating Universe.

According to this principle, the product $\Delta x \Delta p$ must keep above $\hbar/2$, and with the equal sign, when Δx is at a maximum, Δp must be at a minimum, and vice versa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2 \quad \text{and} \quad \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = \hbar/2 \quad (\hbar = h/2p)$$

Now, as Δp_{\max} we take, for the electron ("stable" and base particle in our Universe!), $\Delta p_{\max} = (m_e \cdot c)$ and as Δx_{\min} for the electron, as it is a harmonic of the Universe in which it is (just like a sound can be considered as made of its harmonics), we have: $\Delta x_{\min} = a_{Univ}/(2p)^2$, as a direct consequence of the characteristics of the Universe in which it is; in fact, from (1.15), $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$, as we know from physics that $a = w^2 R$, and then $w_{Univ} = 2p/T_{Univ} = 2pn_{Univ}$, and as w_e of the electron (which is a harmonic of the Universe) we therefore take the " n_{Univ} -th" part of w_{Univ} , that is:

$|w_e| = |w_{Univ}/n_{Univ}|$ like if the electron of the electron-positron pairs can make oscillations similar to those of the Universe, but through a speed-amplitude ratio which is not the (global) Hubble Constant, but through H_{Global} divided by n_{Univ} , and so, if for the whole Universe: $R_{Univ} = a_{Univ}/w_{Univ}^2$,

then, for the electron: $\Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global}/n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2p)^2}$, from which:

$$\Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2p)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \quad (1.1)$$

and such a number ($0,527 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$), as chance would have it, is really $\hbar/2$!!

Par. 1.3: The Planck/Einstein Equation and the quantization.

As we said, there is a Universe with its frequency, the smallest and most basic one. Then, through (1.1) we got $\mathbf{h}/2 = h/4p$ and here Planck's constant $h = 6,625 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ starts showing, as a function of macroscopic quantities, as a_{Univ} and c . Moreover, still in App. 1, we show that if we imagine an electron ("stable" and base particle in our Universe!) irradiating all energy it's made of in time T_{Univ} , we get a power which is exactly $\frac{1}{2}$ of Planck's constants, expressed in watt! In fact:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_w = 3,316 \cdot 10^{-34} W$$

And Planck/Einstein Equation $E = h\nu$ (and $E_T = nh\nu$, in case of many photons), which tells us the energy of a photon is ν (frequency) times the energy box h (in joule), is held somehow as the father of quantum physics, of energy boxes etc.

Before, we got such a special constant h from visual reasonings about the Universe and particles, but in the last century it appeared through the Planck/Einstein Equation, mainly through two separate phenomena: one, the Photoelectric Effect, was studied mainly by Einstein, while the other, that is the studies on the Black Body Radiation Spectrum, was mainly treated by Planck. On the opinion of who is writing, here, both Einstein and Planck didn't intuit in advance their equation and the quantization, but rather were forced by circumstances to such suppositions in order to just make the theoretical interpretation match the results from the experiments!

Moreover, as a quantum is not as small as zero, but it has its own size somehow, then, in the opinion of who is writing, here, in the evaluation of physical quantities, uncertainties cannot be zero (The Heisenberg Uncertainty Principle, Schrödinger's Equation etc). If you see a particle, in order to figure out its position, you must interfere with it somehow, although through the smallest quantum of energy, and so you "touch" it, so you move it, so you change what you are going to measure.

In thermodynamics, too, where quantum physics acts deeply, if, for instance, I try to make a liquid in a calorimeter reach the absolute zero, I'll put a thermometer inside and start cooling as well as I can, through a refrigerator, but whenever I decide to check the temperature reached, in order to see if the absolute zero has been reached, then, in the opinion of the writer, I have to see the thermometer, so I have to illuminate it, although through just the smallest quantum of luminous energy, and so I heat it and it transmits some heat to the liquid and therefore I'll never get the absolute zero.

Now, let's analyse both the above mentioned phenomena: the Photoelectric Effect and the Black Body Radiation Spectrum.

Chapter 2: The birth of Quantum Physics.

Par. 2.1: The Photoelectric Effect and the walk to quantization.

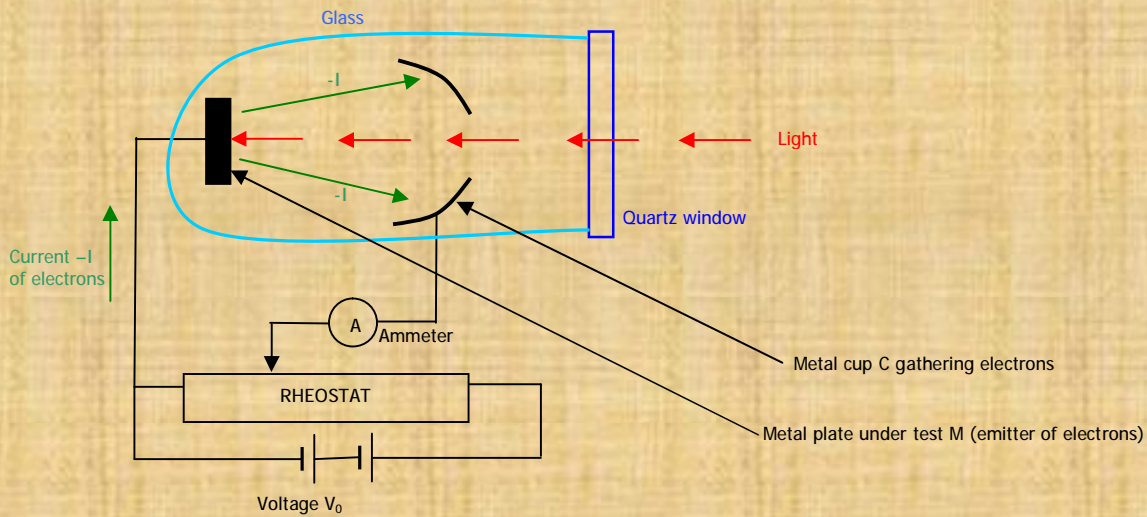


Fig. 2.1: Device for the Photoelectric Effect.

Let the voltage between the cup C and plate M be: $\Delta V = V_C - V_M$ and let I be the current measured by the ammeter. Then, let I_∞ be the saturation current, that is the maximum current you can have with a certain light flux Φ .

From the experiments, we have:

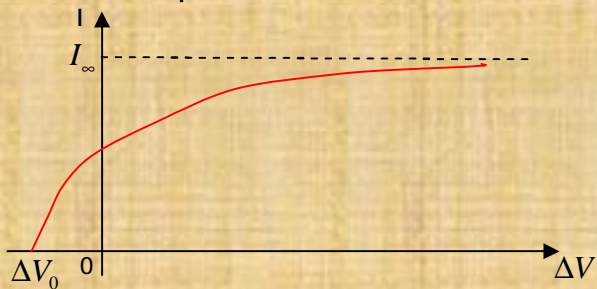


Fig. 2.2: Voltage-current graph.

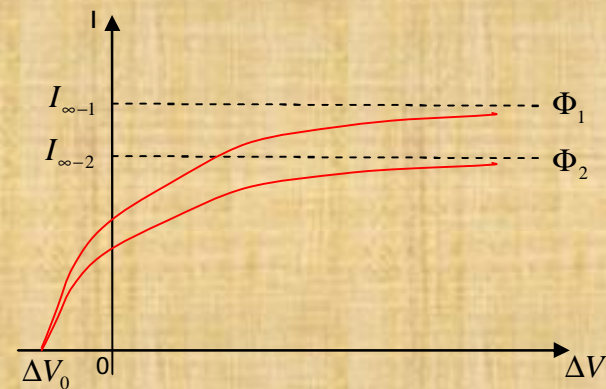


Fig. 2.3: Voltage-current graph for different light fluxes Φ .

Incident light makes electrons jump out of the plate M, and they are then gathered by the cup C, and accelerated, too, by a voltage.

We have that the electrons are emitted with a kinetic energy E_K which can be measured by supplying an inverse $\Delta V = \Delta V_0$ (stop voltage) so that the current of electrons emitted also with $\Delta V = 0$ is reduced to zero; when this happens, we have: $-e\Delta V_0 = E_K$.

From the experiments, we see that $\Delta V_0 \neq f(\Phi)$, that is: ΔV_0 does not depend on Φ , but, on the contrary, it depends on the frequency n of the incident light.

All this is in a complete disagreement with classic physics.

The experiments show what is in Fig. 2.4:

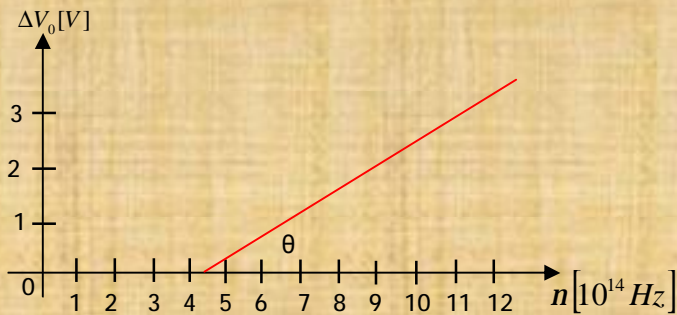


Fig. 2.4: Stop voltage-frequency of the incident radiation.

$tg\theta$ is fixed and is always: $tg\theta = h/e$. The equation of this line, known as Einstein Relation, is, of course:

$$E_K = -e\Delta V_0 = hn - L_e = \frac{1}{2}m_e V^2, \text{ where } L_e \text{ is the extraction energy needed for the electron,}$$

hn is the energy brought from the photon to the electron and $E_K = \frac{1}{2}m_e V^2$ is the kinetic energy with which the electron comes out.

The big news, here, is the relation $E = hn$ (Planck/Einstein relation) through which light brings energy: it depends on the frequency through a constant $h = 6,625 \cdot 10^{-34} Js$ (Planck's constant).

Par. 2.2: Planck's Black Body Spectrum.

preamble on Boltzmann's Distribution Law:

now we try to understand how changes, in a material, the number of molecules per unit of volume, when the energy changes.

Suppose to have a column of gas at a constant temperature, in a container and under the effect of the gravitational field.

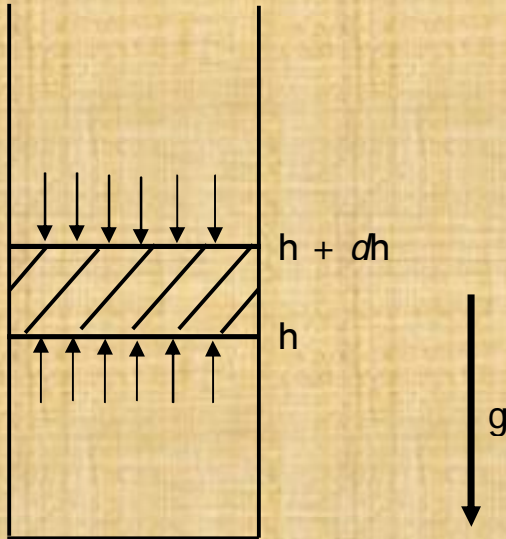


Fig. 2.5: Column of gas.

If this container has a volume V in which we have N gas particles, we define n as the number of particles per unit of volume.

With reference to the above figure, we examine a section S of the column of gas at the height h . The pressure P_h at the height h is obviously higher than that at the height $h+dh$, as at h the mass of gas pushing downwards is higher.

Being pressure P defined as $dF/dS = (\text{weight of the disc } dh \text{ high and section } S) / S$, we have:

$$P_{h+dh} - P_h = dP = \frac{-m \cdot n \cdot S \cdot dh \cdot g}{S} = -mgndh, \quad (2.1)$$

where m is the mass of every single particle of gas, n is the number of particles per unit of volume, $S \cdot dh$ is the volume of the disc, g is the gravitational acceleration and the negative sign tells us that dP is negative (P goes down while we go up).

We also know from thermodynamics that:

$$PV = n_{\text{kmoles}} RT = n_{\text{kmoles}} N_A \cdot \frac{R}{N_A} T = N \cdot k \cdot T, \quad (2.2)$$

where the first equality is the law of ideal gases ($R=\text{const}$), N_A is the number of particles in a kilomole, i.e. the Number of Avogadro, $N = n_{\text{kmoles}} N_A$ is the total number of gas particles (made of n_{kmoles}) and $k=R/N_A$ is the Boltzmann's constant.

For a proof of the equation of state of ideal gases, see any of the books on general Physics.

From the previous equation, we have:

$$P = \frac{N}{V} kT = nkT.$$

By differentiating this equation, we get:

$$dP = dnkT \quad (2.3)$$

By eq. (2.1) and (2.3), we have:

$$\frac{dn}{n} = -\frac{mg}{kT} dh = -\frac{dE_p}{kT},$$

where $dE_p = mgdh$ is the differential of the potential energy of every particle.

The integration of this differential equation easily yields the following result:

$$n = n_0 e^{-E_p/kT}, \quad (2.4)$$

where n_0 is constant.

In case the particles are subject not to the gravitational field, but to any other conservative force, F_i (for instance, the intermolecular forces themselves), which we suppose is oriented along x , in (2.4), instead of the potential energy E_p , we'll have the corresponding potential energy E_i coming from the force F_i , that is:

$$E_i = -\int F_i \cdot dx.$$

Finally:

$$n = n_0 e^{-E_i/kT} \quad (2.5)$$

The situation with non conservative forces is here not taken into account, as in this case it wouldn't be even possible to claim the thermal equilibrium.

In our opinion, the Boltzmann's equation (2.5) can be considered as proved and we want to remind you of what it means:

the probability to find molecules in a certain spatial disposition changes exponentially with the opposite of the potential energy of that disposition, divided by kT .

Preamble on the linear harmonic oscillator:

We consider a mass fixed to one end of a spring; the other end is fixed to a wall.

When the mass starts oscillating, as $F=ma$ and, by Hooke, $F=-kx$, we can write the following differential equation:

$$ma + kx = m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0, \text{ whose solution is:}$$

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.6)$$

$$\text{where } \omega = \sqrt{k/m}.$$

Now, we write the expression for the total energy E (which is the sum of the kinetic energy with the elastic potential one) of such an oscillating mass:

$$\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} kx^2 = E = E_k + E_p; \quad (2.7)$$

This is true because:

$$E_p = -\int F \cdot dx = \int kx \cdot dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

Using (2.6) in (2.7) and taking into account the expression for ω , we get:

$$\begin{aligned} E &= \frac{m}{2} \omega^2 x_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} kx_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} kx_0^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} kx_0^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

As, from the previous expression, kinetic and potential components are the same, we have justified the reason why we assigned two identical values $(1/2)kT$ for the total energy of the oscillators in the cavity of a black body.

preamble on standing waves:

If a wave S_1 propagates in a limited mean, the superposition of it with its reflected one S_2 generates a standing wave S :

$$S_1 = A \sin(kx - \omega t), \quad S_2 = A \sin(kx + \omega t).$$

The difference in sign in the arguments is due to the fact that those waves propagate in opposite directions; moreover, the term $wt = 2\pi nt$ tells us that if we fix a point x , we have an oscillation in time, while the term kx tells us that, if we fix a time t , we see an oscillation by moving along x .

Therefore, a propagating wave oscillates in time and also along the space through which it's propagating indeed.

$$S = S_1 + S_2 = 2A \cdot \sin kx \cdot \cos wt = 2A \cdot \sin \frac{2\pi}{l} x \cdot \cos 2\pi nt \quad ; \quad (2.9)$$

after that we take into account the following trigonometric equality:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{(a - b)}{2} \cdot \sin \frac{(a + b)}{2} \quad .$$

Planck's Black Body Spectrum:

Let's consider a cavity whose sides are at temperature T , uniform and constant.

Microscopic charges which makes the sides move because of the thermal agitation and, so doing, they radiate electromagnetic waves which fill the cavity; there is an energy transfer from the cavity sides to the electromagnetic field. Simultaneously, electromagnetic waves move into the cavity and hit the sides; so doing, they transfer energy from the field to the cavity sides. An equilibrium is so settled.

The **black body radiation spectrum** is the function $f(n)$ so that $f(n)dn$ is the energy had by the electromagnetic field in the unity of volume of the cavity, and with frequency between n and $n + dn$, that is:

$$f(n)dn = du \quad [J / m^3]$$

Cavity sides emit and absorb radiation and can be held as made by small oscillating dipole. Moreover, we can assign the radiation in the cavity two degrees of freedom corresponding to two polarization planes which are perpendicular and independent each other and on which every electromagnetic wave can oscillate; in simpler words, an electromagnetic wave which propagates along z can oscillate transversally on both planes zx and zy .

We know from the kinetic theory of gases that for every particle, and so for every em wave emitted by the particles, and for every degree of freedom we can assign an energy equal to twice $\frac{1}{2}kT$, that is kT , as the total energy is made of a kinetic part and a

potential part and their mean values are the same (see (2.8)).

For a proof of the fact that the total energy to be conferred is really kT /degree of freedom see any of the available general physics books.

Now, suppose we have, out of simplicity, a cubic cavity whose electromagnetic radiation propagates along the three axis, so generating standing waves; moreover, we consider just one polarization plane per propagation axis (y), and we'll later take into account the

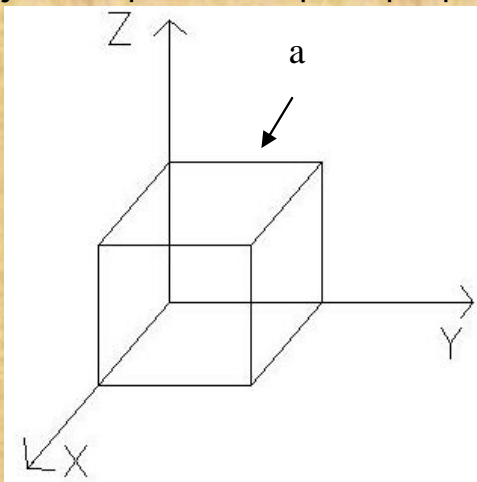


Fig. 2.6.

real existence of two degrees of freedom.

As the cavity is place of standing waves, and considering the x axis as the propagation one, we will write the following equation for a standing wave (see (2.9)):

$E_y(x, t) = E_{oy} \sin(kx) \cdot \sin(2pnt)$, k is the wave number = $2p/l$ and l is the wavelength.

We remind that : $c = ln$, and: $w = 2p/T = 2pn$.

As the standing wave must be zero in $x = 0$ and in $x = a$, we have:

$$ka = np \rightarrow n = 2a/l \rightarrow n = \frac{c}{l} = \frac{c \cdot n}{2a} .$$

n is positive and not zero, otherwise we don't have any wave.

In general, for a wave propagating along a random direction, we have, component by component:

$$E_y(x, t) = E_{oy} \sin(k_x x) \cdot \sin(2pnt) \quad k_x = (2p/l) \cdot \cos a$$

$$E_z(y, t) = E_{oz} \sin(k_y y) \cdot \sin(2pnt) \quad k_y = (2p/l) \cdot \cos b$$

$$E_x(z, t) = E_{ox} \sin(k_z z) \cdot \sin(2pnt) \quad k_z = (2p/l) \cdot \cos g$$

where the three direction cosines are the components of the versor \hat{k} which indicates the direction of propagation of the wave.

Still by analogy with the single dimension case, we have:

$$k_x a = n_x p \rightarrow (2a/l) \cos a = n_x$$

$$k_y a = n_y p \rightarrow (2a/l) \cos b = n_y$$

$$k_z a = n_z p \rightarrow (2a/l) \cos g = n_z$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = (2a/l)^2 (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 g) = 4a^2 / l^2 ,$$

from which:

$$n = \frac{c}{l} = \frac{c}{2a} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (2.10)$$

With all values of n , we have all possible ways of vibration. If we put such values n_x , n_y , n_z on three axes and considering the example $n_x, n_y, n_z = (1, 2, 2)$, we see that the number of possible vibrations corresponding to terns n_x, n_y, n_z ($n_x, n_y, n_z \neq 0$, or we have a singularity case) are the vertexes of the following graph, where the n values are different from zero, so they are all the red spots.

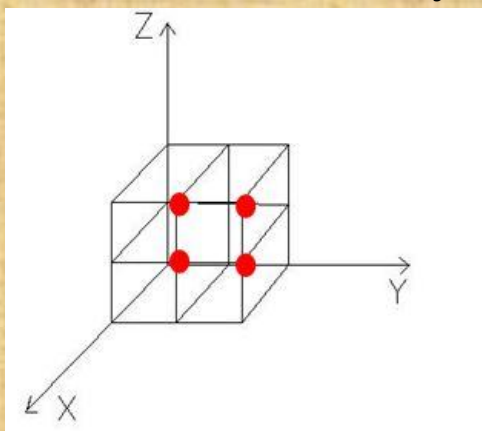


Fig. 2.7.

The fundamental thing we must take into account now (and this has a general validity) is that such *possible ways of vibration* (●) correspond, in number, to the small unit side cubes (which are four, too).

So: n . of possible ways of vibration = total volume V located by the tern n_x , n_y , n_z .

The radical in the expression (2.10) is just the radius of an octant of sphere located by the three components n_x , n_y , n_z (of course, we consider just the octant where n_x , n_y , n_z are positive, as those must be positive and not zero).

The last remark makes us use the more suitable polar coordinates:

as the volume of an octant of a sphere is equal to $\frac{1}{8} \frac{4}{3} p \cdot r^3$, the number N of modes of possible vibrations for a value of r between 0 and r is:

$$N = \frac{1}{8} \frac{4}{3} p \cdot r^3 .$$

As a consequence, the number $N(r) dr$ of possible modes of vibration for a value of r between r and $r + dr$ can be obtained by differentiating the previous equation:

$$N(r)dr = \frac{p}{2} r^2 dr .$$

Now, let's define an $N(n)$ so that $N(r)dr = N(n)dn$ = number of possible modes of vibration for frequencies between n and $n + dn$; we see that, according to (2.10), $n = r \cdot c / (2a)$, and by differentiating the last equation, we have:

$$dn = \frac{c}{2a} dr ; \text{ and then we get:}$$

$$N(n)dn = \frac{p}{2} \left(\frac{2a}{c} \right)^3 n^2 dn = \frac{4p}{c^3} V n^2 dn , \text{ where } V = a^3 = \text{volume of the cavity.}$$

Now, in order to pass from the previous equation to $f(n)$, and remembering that, according to the definition of $f(n)$ itself we gave before, we have to:

- divide by V to refer to the unity of volume
- multiply by two to take into account the two possible states of polarization of the radiation (as well as we will do when we'll consider the black body)
- multiply by kT , that is, by the mean energy corresponding to each degree of freedom.

Therefore:

$$f(n)dn = \frac{8p}{c^3} kT n^2 dn , \tag{2.11}$$

and this equation is known to be the Rayleigh-Jeans equation.

Of course:

$$f(n) = \frac{8p}{c^3} kT n^2$$

The graph of this equation is here below:

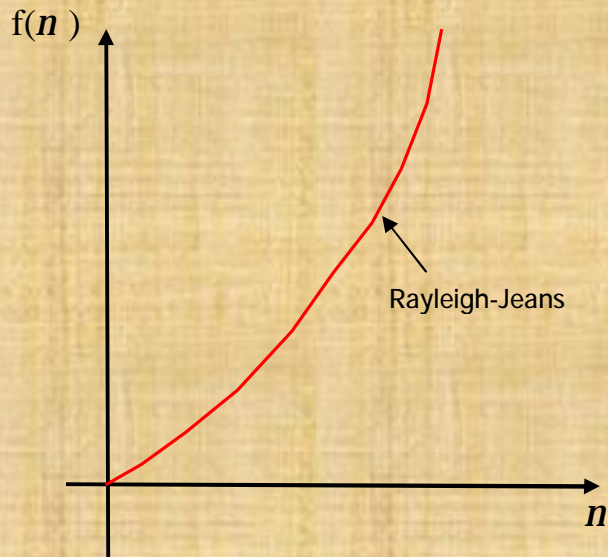


Fig. 2.8: Rayleigh-Jeans' graph.

The experiments, on the contrary, show a different behaviour:

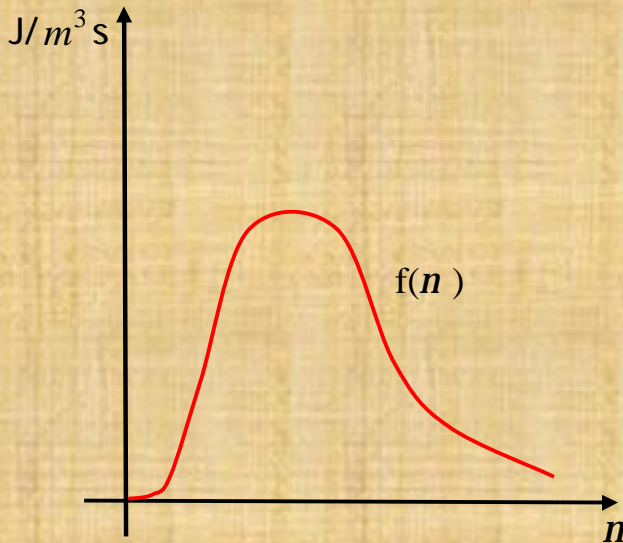


Fig. 2.9: Real emission.

In the real situations, there is a peak, that is a value of frequency around which the emission of the black body concentrates.

Of course, the above curve is for a fixed temperature T and we'll see the more the temperature increases, the higher the frequency values are.

That's why, for instance, a piece of iron at ambient temperature emits an electromagnetic radiation in the range of the infrared waves, or around it, while if you heat it, it will emit visible radiation, at temperatures around some hundreds of centigrade degrees (white heat, red heat).

Similarly, you can find many characteristics of the surface of a star by just studying the frequency spectrum of the light the star irradiates.

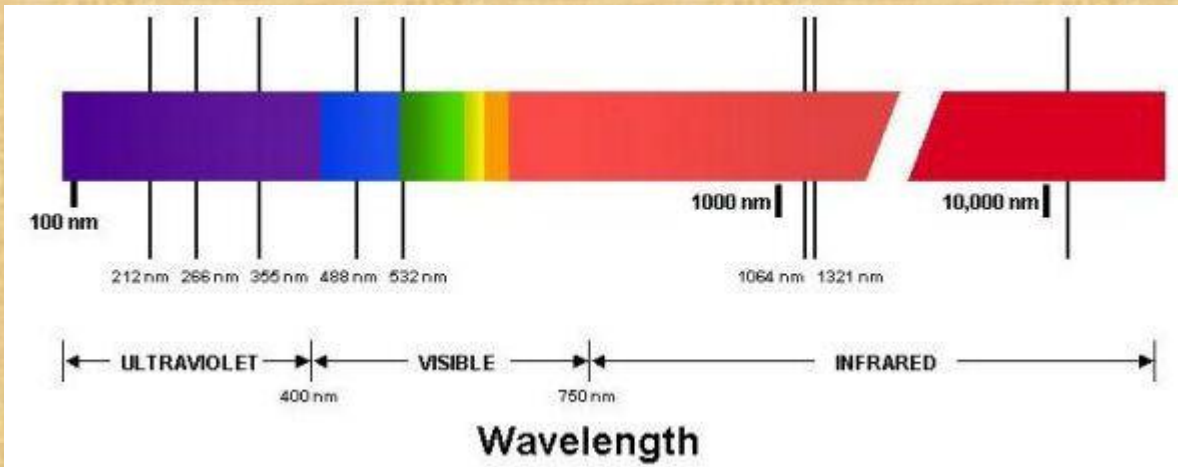


Fig. 2.10: Spectrum of the electromagnetic radiation.

Nothing similar is shown by the Rayleigh-Jeans graph, which leads to an ultraviolet catastrophe. All this was the beginning of the crisis of classic physics, and there was the need to bring new ideas and quantum hypotheses to make the theoretical deductions match the reality; as an example, we bring the Max Planck's supposition:

first of all, we see that if we want to figure out the mean energy \bar{E} among all energies of the elements of a system, we can carry out a weighed average of all energies, which are distributed according to the already proved Boltzmann's formula (2.5) for $n(E)$; therefore:

$$\bar{E} = \frac{\sum E_i \cdot n(E_i)}{\sum n(E_i)} = \frac{\sum E_i \cdot n_0 e^{-E_i/kT}}{\sum n_0 e^{-E_i/kT}} = \frac{\sum E_i \cdot e^{-E_i/kT}}{\sum e^{-E_i/kT}}; \quad (2.12)$$

the numerator is the sum of all energies and each of them is weighed according to the number of components which have it, while the denominator is the total number of particles. For the moment, such an average value should be kT , and this is exactly the energy value we conferred to every constituent.

In order to jump from the Rayleigh-Jeans equation to one whose graph is that of the Planck's black body above reported, Planck supposed that for every value of frequency n , the energy of the system could have just discrete (quantized!) values:

$$E = hn, 2hn, \dots, nhn \quad , \quad (n \text{ integer}). \quad [\text{Planck/Einstein equation}]$$

By such an assumption, (2.12) becomes (summation over n):

$$\bar{E} = \frac{\sum_0^{\infty} nhn \cdot e^{-nhn/kT}}{\sum_0^{\infty} e^{-nhn/kT}} .$$

The result is:

In fact, by assuming that $\frac{hn}{kT} = z$, we have: $\bar{E} = kT \frac{\sum_0^{\infty} nz \cdot e^{-nz}}{\sum_0^{\infty} e^{-nz}}$; by defining:

$f(z) = \sum_0^{\infty} e^{-nz}$, we have: $-z \cdot df/dz = z \sum_0^{\infty} n \cdot e^{-nz} = \sum_0^{\infty} nz \cdot e^{-nz}$, so:

$$\bar{E} = -kTz \frac{df/dz}{f} = -kTz \frac{d}{dz} \ln z = -kTz \frac{d}{dz} \ln \sum_0^{\infty} e^{-nz}.$$

Now, for Taylor's series, or for the study on geometrical series:

$\sum_0^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$, and if we say: $e^{-z} = x$, we have:

$$\bar{E} = -kTz \frac{d}{dz} \ln(1-e^{-z})^{-1} = -kTz \frac{1}{(1-e^{-z})^{-1}} (1-e^{-z})^{-2} e^{-z} = kTz \frac{e^{-z}}{1-e^{-z}} = \frac{kTz}{e^z - 1} = \frac{hn}{e^{hn/kT} - 1}$$

that is, the assumption, after that we have taken into account the expression for z.

Therefore, Planck's news was to put in Rayleigh-Jeans' equation (2.11), the value of \bar{E} , just found, instead of the mean energy per component, that is, kT:

$$f(n)dn = \frac{8pn^2}{c^3} \frac{hn}{e^{hn/kT} - 1} dn \quad (2.13)$$

and this is really the Planck's equation.

By dividing both sides by dn, we get an expression for f(n) which excellently describes the experimental graph above reported on the black body emission!

Par. 2.3: The Stefan-Boltzmann's Law.

We defined the black body as a cavity. Now, let's make a hole to make some radiation (u [J/m³]) come out from the cavity, as in the figure below:

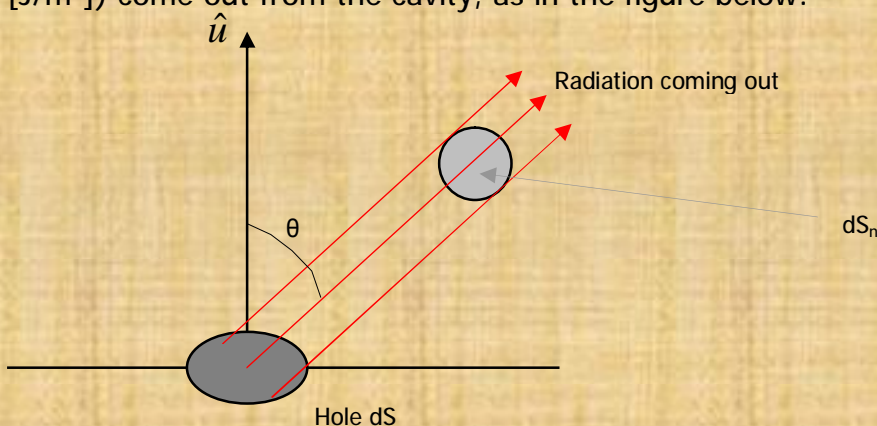


Fig. 2.11: Hole and radiation coming out.

Then, we had, through (2.11) that:

$$f(n)dn = \frac{8p}{c^3} kTn^2 dn \quad [J/m^3] \quad (2.14)$$

If now we introduce the power W [J/s=W] and the solid angle Ω [sr], we easily have, about dS_n :

$$\left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = du \cdot c \cdot dS_n \frac{d\Omega}{4p} \quad [W] \text{ (power in the interval } dv \text{ and } d\Omega.) \quad (2.15)$$

as such watt on dS_n are due to du [J/m³] which comes out of the hole by speed c , which is the speed of the radiation, and get [Jm/(m³s)]=[W/m²], then again by square meters of dS_n (and we get watt), but all by the fraction of solid angle (dimensionless fraction) $\frac{d\Omega}{4p}$ under which dS_n is seen.

We remind, now, that $dS_n = dS \cos q$ and $du = f(v)dv$, and (2.15) becomes:

$$\left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = f(v)dv \cdot c \cdot dS \cos q \frac{d\Omega}{4p} \quad [W]$$

If now we introduce the intensity of radiation, that is I [W/m²], we have, of course:

$$\left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{1}{dS} \left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot d\Omega dv \quad [W/m^2]$$

(the cosine law just seen is the Lambert's Cosine Law).

If now we remind a solid angle can be expressed as a function of polar coordinates angles in the following way: $d\Omega = \sin q dq dj$, we also have:

$$\left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{1}{dS} \left(\frac{d^2W}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot d\Omega dv = \frac{cf(v)}{4p} \cos q \cdot \sin q \cdot dq dj dv \quad [W/m^2]$$

By integrating this equation over $d\Omega$, that is, over $dq dj$ (θ between 0 and p) (φ between 0 and p), and considering that:

$\int_0^p \cos q \sin q dq = 2 \int_0^{p/2} \cos q \sin q dq = 2(1/2) = 1$, while the integral over φ is obviously p , we have, in the end:

$$\iint_{q-j} \left(\frac{d^2I}{d\Omega dv}\right)d\Omega dv = \left(\frac{dI}{dv}\right)dv = dI = \frac{cf(v)}{4p} \cdot 1 \cdot p \cdot dv = \frac{cf(v)}{4} dv$$

but as $\frac{dI}{dv} = e(n)$ [W/(Hz · m²)]=[J/m²], we have:

$$e(n)dv = \left(\frac{c}{4}\right)f(v)dv \quad [W/m^2] \quad (2.16)$$

Now, through (2.14) and the following one: $n = c/I$, we have:

$$e(n)dv = \left(\frac{c}{4}\right)f(v)dv = \left(\frac{c}{4}\right)\frac{8p}{c^3}kTn^2 \cdot dv = \frac{2p}{c^2}n^2kTdv$$

Now, by differentiating $n = c/I$, we easily have: $dn = c \cdot dl / I^2$ and defining $f(I)$ and $e(I)$ as follows (of course):

$$f(I)dl = f(v)dv$$

$$e(I)dl = e(v)dv$$

we'll have:

$$f(I)dl = f(v)\frac{dv}{dl}dl = \frac{8p}{c^3}kTn^2 \cdot \frac{dv}{dl}dl = \frac{8p}{c^3}kTn^2 \cdot \frac{c}{I^2}dl = \frac{8p}{I^4}kT \cdot dl \quad (2.17)$$

$$e(I)dl = e(v)\frac{dv}{dl}dl = \frac{2p}{c^2}n^2kT \frac{dv}{dl}dl = \frac{2p}{c^2}n^2kT \frac{c}{I^2}dl = \frac{2pc}{I^4}kT \cdot dl \quad (2.18)$$

If now, as well as we did with (2.11) to get (2.13), in (2.17) and (2.18) we put, in place of kT , the expression: $\frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$, we'll have the following versions of the Planck's Equation:

$$f(v)dv = \frac{8pv^2}{c^3} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} dv \quad [J/m^3] \quad (2.19)$$

$$f(l)dl = \frac{8phc}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kl} - 1} dl \quad [J/m^3] \quad (2.20)$$

$$e(v)dv = \frac{2pv^2}{c^2} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} dv \quad [W/m^2] \quad (2.21)$$

$$e(l)dl = \frac{2phc^2}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kl} - 1} dl \quad [W/m^2] \quad (2.22)$$

Then, by integrating (2.21), we have:

$$e = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{v^3}{e^{hv/kT} - 1} dv = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-hv/kT} v^3}{1 - e^{-hv/kT}} dv = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty [v^3 e^{-hv/kT} \sum_0^\infty (e^{-hv/kT})^n] dv = \frac{2ph}{c^2} \sum_1^\infty \int_0^\infty v^3 e^{-n(hv/kT)} dv$$

If now we put: $b = \frac{h}{kT}$ and $a = \frac{2ph}{c^2}$, we have again:

$$e = a \sum_1^\infty \left(-\frac{d^3}{d(bn)^3} \right) \int_0^\infty e^{-bnv} dv = a \sum_1^\infty \left(-\frac{d^3}{d(bn)^3} \right) \left(\frac{1}{bn} \right) = \frac{6a}{b^4} \sum_1^\infty \frac{1}{n^4} = \frac{6a}{b^4} \frac{p^4}{90} = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \boxed{sT^4 = e}$$

$[W/m^2]$ (Stefan-Boltzmann's Law)

$$\text{where } s = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \text{ (Stefan-Boltzmann's constant)}$$

In order to prove that $\sum_1^\infty \frac{1}{n^4}$ yields a number equal to $\frac{p^4}{90}$ you can just sum the first terms of that series.

Par. 2.4: The Wien's Law.

From (2.22) we have: $e(l) = \frac{2phc^2}{l^5} \frac{1}{e^{hc/kl} - 1}$; with reference to Fig. 9, here shown:

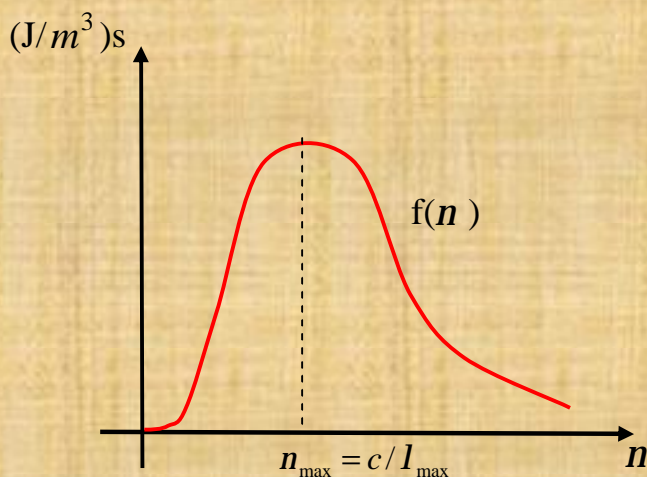


Fig. 2.12: The maximum frequency.

if we want to understand through what λ_{max} the emission takes place, by mathematical analysis we put $\frac{de(l)}{dl} = 0$, that is, we put to zero the first derivative, so:

$5I^4(e^{hc/kTl} - 1) + I^5 e^{hc/kTl} (-\frac{hc}{kTl^2}) = 0$, so: $5I e^{hc/kTl} - 5I - \frac{hc}{kT} e^{hc/kTl} = 0$, so, again:

$\frac{(e^{hc/kTl} - 1)}{e^{hc/kTl}} = 1 - e^{-hc/kTl} = \frac{hc}{5kTl}$; this transcendental equation, if numerically solved, but also

graphically solved, if you like, yields: $\frac{hc}{kTl} = 4,965$, from which:

$$I_{\max} = \frac{C}{T} = \frac{hc}{k \cdot 4,965 T} = \frac{0,2897 \cdot 10^{-2}}{T} = I_{\max} \quad [m] \quad (\text{Wien's Law}) \quad (2.23)$$

and $C = 0,2897 \cdot 10^{-2} [K \cdot m]$ is the Wien's Constant.

Par. 2.5: The Compton Effect.

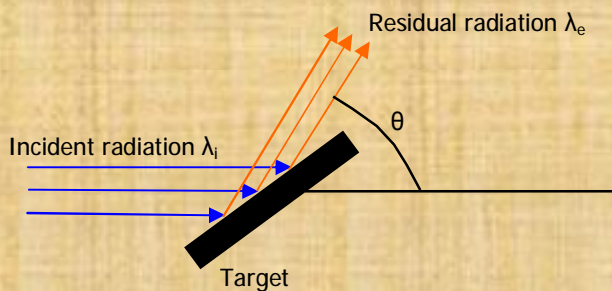


Fig. 2.13: The Compton Effect.

We are here in a situation similar to that of the Photoelectric Effect; but here, on the contrary, the incident radiation on the target has a very small wavelength λ_i , equal to some tenths of an Å. Therefore, we are talking about very energetic photons.

The electrons will have a certain angle θ' , but we'll see also a residual radiation at λ_e . Being this a very energetic collision, as much as the kinetic energy of the electron can be compared with its rest one $m_e c^2$, it will be held as well as a collision of a photon against a free electron, as if it weren't linked to its nucleus. And we'll have to use the relativistic formulas anyway.

Such an effect, of course, cannot be understood on a classic physics basis.

Now, we show that: $I_e = I_i + I_c(1 - \cos q)$ (2.24)

$I_c = \frac{h}{m_e c} = 0,025 \text{ \AA}$ is the Compton's wavelength.

Now, we show the vectorial composition of the linear momenta involved:

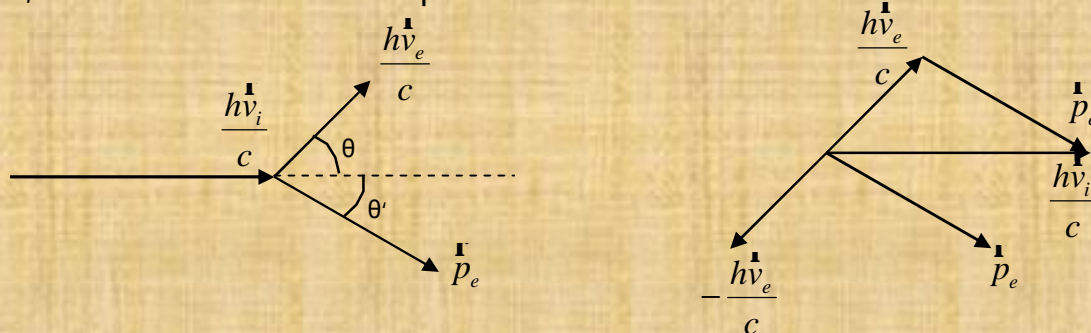


Fig. 2.14: Vectorial composition in the Compton Effect.

We have $\mathbf{p}_e = \frac{h\nu_i}{c} - \frac{h\nu_e}{c}$, so, by scalarly multiplying side to side with itself:

$$\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_e = \frac{h\nu_i}{c} \cdot \frac{h\nu_i}{c} + \frac{h\nu_e}{c} \cdot \frac{h\nu_e}{c} - 2 \frac{h\nu_i}{c} \cdot \frac{h\nu_e}{c}, \text{ that is:}$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu_i}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu_e}{c}\right)^2 - 2 \frac{h\nu_i}{c} \frac{h\nu_e}{c} \cos q \quad (2.25)$$

Moreover, because of the energy conservation:

$$E_0 + h\nu_i = E + h\nu_e \quad (2.26)$$

Now, about the rest quantities, we have: $E_0 = m_e c^2$,

$$(2.27)$$

$\mathbf{p}_0 = 0$, while, about the dynamic ones:

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_e c^2 \text{ and} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{p}_e = \frac{m_e \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_e \mathbf{v} \quad (2.29)$$

and moreover, from relativity and from the two previous equations, we have:

$$c^2 \mathbf{p}_e^2 - E^2 = -m_e c^4 \quad (2.30)$$

Now, multiply (2.25) by c^2 and in (2.26) isolate E and then square, so getting:

$$c^2 p_e^2 = (h\nu_i)^2 + (h\nu_e)^2 - 2h^2 \nu_i \nu_e \cos q$$

$$E^2 = (E_0 + h\nu_i - h\nu_e)^2 = m_e c^4 + (h\nu_i)^2 + (h\nu_e)^2 + 2m_e c^2 (h\nu_i - h\nu_e) - 2h\nu_i h\nu_e$$

and by subtracting side to side those two equations and taking into account (2.30),

$$h\nu_e - h\nu_i = \frac{h^2 \nu_i \nu_e}{m_e c^2} (1 - \cos q) \quad (2.31)$$

and now, by multiplying by $\frac{c}{\nu_i \nu_e} (= \frac{I_e}{\nu_i} = \frac{I_i}{\nu_e})$, we get: $I_i - I_e = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos q)$ and (2.24) has

been proved.

Now, we calculate θ' by projecting the already introduced equation $\frac{h\nu_i}{c} = \frac{h\nu_e}{c} + \mathbf{p}_e$ on axes; we have:

$$0 = \frac{h\nu_e}{c} \sin q + p_e \sin q' \text{ and } \frac{h\nu_i}{c} = \frac{h\nu_e}{c} \cos q + p_e \cos q', \text{ that is:}$$

$$-\frac{h\nu_e}{c} \sin q = p_e \sin q' \text{ and } \frac{h\nu_i}{c} - \frac{h\nu_e}{c} \cos q = p_e \cos q'$$

and by dividing side to side, we have: $tg q' = \frac{v_e \sin q}{v_i - v_e \cos q} = \frac{\sin q}{\frac{v_i}{v_e} - \cos q}$, but for the (2.31):

$$\frac{v_i}{v_e} = 1 + \frac{h\nu_i}{m_e c^2} (1 - \cos q), \text{ so, finally: } tg q' = \frac{\sin q}{\left(1 + \frac{h\nu_i}{m_e c^2}\right)(1 - \cos q)} = \frac{\cot(q/2)}{\left(1 + \frac{h\nu_i}{m_e c^2}\right)}.$$

Chapter 3: A more formal treatise on Quantum Mechanics.

Par. 3.1: The Schrödinger's Equation (formal deduction).

We know the Planck/Einstein's Equation:

$$E = h\nu \quad (3.1)$$

And we also know the relation between pulsation (angular velocity) ω and frequency ν :

$$\omega = 2\pi\nu \quad (3.2)$$

Then, for the energy of a particle:

$$E = m_0c^2 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{c} \quad (3.3)$$

and then the linear momentum:

$$\mathbf{p} = m_0\mathbf{c} \quad (3.4)$$

and, moreover, the general relations $c = \lambda\nu$ (velocity is wavelength by frequency)

$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ (modulus of the wave vector $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\hat{k}$) and $\mathbf{h} = \frac{h}{2\pi}$ (Dirac's constant – barred \mathbf{h}).

Now, from (3.1) and (3.3), we have: $p = h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi\nu}{\lambda} = \mathbf{h}\mathbf{k}$ (3.5)

Moreover: $E = h\nu = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = \mathbf{h}\omega$. (3.6)

And for a particle, $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}m^2v^2 = \frac{p^2}{2m}$ (3.7)

and $E = \mathbf{h}\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\mathbf{h}^2\mathbf{k}^2}{2m}$. (3.8)

Now, as in order to locate a particle I have to interfere with it, by illuminating it, or perturbing it somehow, and as, simply speaking, the smaller a particle is, the more that perturbation disturbs it, diverts it, slows it down, accelerates it etc, one is led not to imagine anymore it as a single point, but rather through a wave.

With De Broglie, we can associate a wavelength to a particle, through (3.5):

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV}$, where, now, V is the velocity of the particle and p is the modulus of $\mathbf{p} = m_0\mathbf{V}$.

For what has been just said, we are also led to introduce a wave function $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{x}, t)$ which describes the particle when moving along $\mathbf{r}(x, y, z)$ (or $\mathbf{x}(x, y, z)$).

wave function:

for all what previously said, the particle isn't anymore a dimensionless point, but rather something like a cloud which is the space in which the probability to find the particle is higher; if we put $r(\mathbf{x}, t)d^3x$ the probability to find the particle in the volume between \mathbf{x} and $\mathbf{x} + d^3x$ (d^3x as we are thinking in three dimensions), it must be proportional, through a proportionality constant, to the square modulus $|\Psi(\mathbf{x}, t)|^2$ of the wave function $\Psi = \Psi(\mathbf{x}, t)$. We are talking here about a square modulus, as, in general, we can express a wave through trigonometric functions, and so also in a complex form, that is, with complex numbers and we have quantifiable quantities in the real field, as long as we take their moduli:

$|\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = |N|^2 r(\mathbf{x},t) d^3x$ ($|\Psi(\mathbf{x},t)|^2 = \Psi(\mathbf{x},t)\Psi^*(\mathbf{x},t)$), where $\Psi^*(\mathbf{x},t)$ is the complex conjugated of $\Psi(\mathbf{x},t)$, (i swapped with -i).

Ψ is typical of every single electron. Now, by the definition of probability, the integration over all the space must yield the maximum probability:

$$\int r(\mathbf{x},t) d^3x = 1, \text{ so: } \int |\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = |N|^2$$

Let's normalize the function Ψ so that $\int |\Psi(\mathbf{x},t)|^2 d^3x = 1$, and we have:

$$\Psi_N(\mathbf{x},t) = \frac{1}{N} \Psi(\mathbf{x},t)$$

Let's write down a list of some of the properties Ψ must have:

-it must be continuous, as the probability to find the particle, for instance, in x_0 , must be the same, whatever you tend to x_0 , whether from left or from right.

-it must be limited everywhere, as well as the probability to find the particle in a certain place is.

-for a particle which is localized in a region Ω , we must have $\Psi = 0$ for $x \notin \Omega$.

-it must be a monodrome function (just one value)

-wave functions which differs just by the normalization describe the same physical system (and $\Psi = 0 \rightarrow$ Vacuum)

-if a system can stay in a state Ψ_1 and also in a state Ψ_2 , then it can stay also in a generic state $\Psi = a\Psi_1 + b\Psi_2$.

wave function of a free particle:

we know from wave physics that, of course, a wave propagating through time and through x , must have, as an argument, a function like:

$\frac{2p}{l} \hat{k} \cdot \mathbf{x} - \frac{2p}{l} vt = k \cdot \mathbf{x} - \omega t$, as if we fix a point in time (as: $t=0$) we have a variability with x and fixing x we have a variability in time, that is a real wave.

Now, according to (3.5) and (3.6) we have: $k \cdot \mathbf{x} - \omega t = \frac{p}{\hbar} \mathbf{x} - \frac{E}{\hbar} t$ and so the wave function must be like:

$$f(k \cdot \mathbf{x} - \omega t) = f\left(\frac{p}{\hbar} \mathbf{x} - \frac{E}{\hbar} t\right) \quad (3.9)$$

We notice that deriving (3.9) over t means to factor ω , while deriving it over x means to factor k .

Now, as according to (3.8): $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$, we understand, for all what has been just said, that we have to take a t-first order wave equation which is also an x-second order:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = g \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad (3.10)$$

Now, Fourier should suggest to propose base functions as candidates to be solutions of (3.10), the following four:

$$A \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (3.11)$$

$$B \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (3.12)$$

$$C e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \quad (3.13)$$

$$D e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \quad (3.14)$$

So, we notice that (3.11) and (3.12), in their monodimensional form, (x in place of $\frac{1}{x}$ etc), cannot satisfy (3.10), while (3.13) and (3.14) can, provided that we consider:

$$-i\omega = -gk^2, \text{ from which: } g = i \frac{\omega}{k^2} = i\hbar \frac{\hbar\omega}{\hbar^2 k^2} = i\hbar \frac{E}{p^2} = \frac{i\hbar}{2m} \text{ and we notice that } g \text{ is here}$$

independent from dynamic quantities as p, therefore it works for us.

If, on the contrary, if we chose the d'Alembert wave equation $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = g \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$ (not ok), all four candidates should have satisfied it, but for g we would have had:

$$g = \frac{\omega^2}{k^2} = \left(\frac{\hbar\omega}{\hbar k}\right)^2 = \frac{E^2}{p^2} = \frac{p^2}{4m^2}, \text{ not ok, as such a } g \text{ should be a dynamic parameter, as it has}$$

p inside, so such an equation would have changed its characteristics with p.

So, we put (3.13) in our good candidate (3.10), so getting:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \text{ and, after multiplying both sides by } i\hbar:$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

(Schrödinger's Equation for a free particle and on a monodimensional motion)

If now we put the expression for $\Psi(x,t)$ ((3.13) monodimensional) in (3.15), we get:

$$\hbar\omega\Psi = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Psi, \text{ that is:}$$

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m} \Psi; \quad (3.16)$$

in fact, we already had: $E = \frac{p^2}{2m}$.

Now, we rewrite, one over another, (3.15) and (3.16):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m} \Psi$$

By a comparison side to side, we see that it is possible to make the following associations of operators:

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \text{ and } p^2 \rightarrow -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \gg \gg p \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

In three dimensions, (3.15) becomes:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi, \quad (3.17)$$

which is the three-dimension Schrödinger's equation for a free particle, where $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ is the Laplacian, then $\Psi(\mathbf{x}, t) = Ce^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - wt)}$, $|\Psi(\mathbf{x}, t)| = C$, $E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$,

$$p^2 \rightarrow -\hbar^2 \Delta, \quad p \rightarrow -i\hbar \nabla, \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad w = \frac{\hbar k^2}{2m}, \quad \text{con } k = |\mathbf{k}|.$$

We notice that the velocity of the wave is $v_f = \frac{w}{k} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m}$, that is, a phase velocity,

while the particle velocity is $v_g = \frac{p}{m} = \frac{dw}{dk} = \frac{d}{dk} \frac{\hbar k^2}{2m} = 2v_f$, and so it is a group velocity.

Now, as in (3.17) the quantity $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$ has got the dimension of an energy E, a kinetic one, in this case, and this quantity corresponded to:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \rightarrow \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} m^2 v^2 = E_k, \quad (3.18)$$

if the particle is also in a potential V, we'll have, in place of the mere kinetic energy, the total energy $H = T + V = E_k + V$ (H is the Hamiltonian) and (3.17) will become: $(\Psi(\mathbf{x}, t) = Ce^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - wt)}$, wave function and $\Psi^*(\mathbf{x}, t) = Ce^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - wt)}$ is its complex conjugated)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V \right) \Psi \quad \text{Complete Schrödinger's Equation!} \quad (3.19)$$

As an alternative, according to (3.18) we can write:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = H - V = \frac{p^2}{2m} \quad (3.20)$$

and also:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = (H - V) \Psi \quad (3.21)$$

that is: $\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0$ An alternative for the complete Schrödinger's Equation! (3.22)

Regarding phase and group velocities, for a photon, which is monochromatic and follows the d'Alembert equation, those two velocities are the same ($v_f = v_g = c$), and all this shows us once again that Schrödinger's Equation is not the same as the d'Alembert wave equation and for it we have: $v_f \neq v_g$.

The Schrödinger's Equation sounds like a tied wave, standing like. As chance would have it. Wanna see the Schrödinger's Equation, in the formulation of the (3.22), is a standing wave equation???

Let's try and see:

first of all, we notice that (3.22) really looks like the equation of standing waves:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0; \quad (\text{standing waves equation}) \quad (3.23)$$

Out of simplicity, we consider (3.22) in a monodimensional form:

$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0$; well, it's exactly the same.

(3.23) is the standing wave equation, indeed; as a matter of fact, if a generic Ψ_1 propagates in a limited mean, the superposition of it with its reflection Ψ_2 makes a standing wave $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$: $\Psi_1 = A \sin(kx - \omega t)$, $\Psi_2 = A \sin(kx + \omega t)$.

The difference in sign in the arguments shows that those two waves propagate in opposite directions; moreover, the term $\omega t = 2\pi n t$ tells us that, if you fix a point x , you have an oscillation in time, while the term kx tells us that if you fix a time t , you'll see an oscillation when you move along x .

Ψ , therefore, oscillates in time and along the direction of propagation.

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \sin kx \cdot \cos \omega t = 2A \sin \frac{2p}{\hbar} x \cdot \cos 2\pi n t ; \quad (3.24)$$

after that we have used the following trigonometric identity:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{(a - b)}{2} \cdot \sin \frac{(a + b)}{2} .$$

Now, if you fix t in (3.24), you'll have: $\Psi = \text{const} \cdot \sin kx$, from which:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\text{const} \cdot k^2 \sin kx = -k^2 \Psi, \text{ from which, again: } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0, \text{ so the (3.23), that is,}$$

the standing wave equation!

Therefore, as a further intuitive proof of the Schrödinger's Equation, we give the following: let Ψ be the wave function; it must withstand the following wave equation:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0 ;$$

then we know from the previous pages that $p = \hbar k$, from which: $k^2 = \frac{p^2}{\hbar^2}$ and so:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \Psi = 0. \quad (3.25)$$

Then, we know through (3.20) that: $H - V = \frac{p^2}{2m}$, and so: $\frac{2m}{\hbar^2} (H - V) = \frac{p^2}{\hbar^2}$ and (3.25)

yields: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (H - V) \Psi = 0$ so really the (3.22) monodimensional!

Par. 3.2: The Heisenberg's Indetermination Relations (formal deduction).

preamble on the mean value of an operator:

we know that by (Ψ, Ψ) we mean the following: $\int \Psi^*(\vec{x}, t) \Psi(\vec{x}, t) d^3x$, which is 1 for normalized Ψ .

Before, we talked about probability P as a function of the space (x or \vec{x}) and proportional to the square modulus of the wave function:

$$P \propto |\Psi(\vec{x}, t)|^2 = \Psi(\vec{x}, t) \Psi^*(\vec{x}, t), \text{ where } \Psi^*(\vec{x}, t) \text{ is the complex conjugated of } \Psi(\vec{x}, t)$$

(i swapped with $-i$). If then you want to calculate the mean value (over the space) for an operator F , we can use the weighed mean value calculation, where the weight evaluated for every point where you want to calculate the mean value, is $\Psi(\vec{x}, t) \Psi^*(\vec{x}, t)$:

$$\langle F \rangle = (\Psi, F\Psi) = \int \Psi^*(\vec{x}, t) F \Psi(\vec{x}, t) d^3x \quad (3.26)$$

preamble on fundamental commutators:

we define the commutator of the operator A with the operator B: $[A, B] = AB - BA$. Now, in case A and B are just numbers, their commutator will be zero, but if they are operators, then things can be different.

For fundamental commutators, we have:

$$[x_i, x_j] = x_i x_j - x_j x_i = 0 \quad (x = \text{position})$$

$$[p_i, p_j] = (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i})(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j}) - (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j})(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i}) = 0, \quad (\text{we saw that } p \rightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}).$$

$$[x_i, p_j] = i\hbar d_{ij};$$

in fact, if you apply the commutator to an auxiliary and generic operator ϕ :

$$[x_i, p_j]j = x_i(-i\hbar \frac{\partial j}{\partial x_j}) - (-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j})(x_i j) = -i\hbar x_i \frac{\partial j}{\partial x_j} + i\hbar \frac{\partial x_i}{\partial x_j} j + i\hbar x_i \frac{\partial j}{\partial x_j} = i\hbar d_{ij} j$$

where d_{ij} is the Kronecker's Delta, and is 0 if $i \neq j$ and 1 if $i = j$. In fact, as x_i and x_j are orthogonal and linearly independent (as x , y and z are), we really have $\frac{\partial x_i}{\partial x_j} = d_{ij}$.

About the commutator $[t, E]$: (as $E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$)

$$[t, E]j = i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}(tj) = i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} - i\hbar \frac{\partial t}{\partial t} j - i\hbar \frac{\partial j}{\partial t} = -i\hbar \frac{\partial t}{\partial t} j = -i\hbar j \quad \text{and so:}$$

$$[t, E] = -i\hbar$$

preamble on the eigenvalue equation and on deviations:

as x_i is a certain position on a certain axis (for instance, $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$), then also Ψ_i is a certain state i , considered as a component i of a wave function Ψ in a maybe infinite-dimension space $i=\text{infinite}$).

If states "i" exist, where an operator F (which can be simply a real number f) has a well defined value, then we have: $\langle F \rangle_i = f_i$.

F should be an "observable", likely. Then, we know the definition of mean square deviation ΔF for F and we want it becomes zero:

$$\Delta F = \sqrt{\langle F^2 \rangle_i - \langle F \rangle_i^2} = 0. \quad \text{We also define the "simple deviation" } \Delta_F:$$

$$\Delta_F = F - \langle F \rangle_i. \quad \text{Then, we have:}$$

$$\langle \Delta_F^2 \rangle_i = \langle (F - \langle F \rangle_i)^2 \rangle_i = \langle F^2 \rangle_i + \langle F \rangle_i^2 - 2\langle F \rangle_i \langle F \rangle_i = \langle F^2 \rangle_i - \langle F \rangle_i^2 = (\Delta F)^2. \quad \text{Now, the request}$$

according to which: $\Delta F = 0$, becomes as follows: $\langle \Delta_F^2 \rangle_i = 0 = (\Psi_i, \Delta_F^2 \Psi_i) = 0$. And as F is an

observable, then hermitian ($F^* = F$), also Δ_F will be hermitian, and so we can write:

$$\langle \Delta_F^2 \rangle_i = (\Psi_i, \Delta_F^2 \Psi_i) = (\Delta_F \Psi_i, \Delta_F \Psi_i) = \int |\Delta_F \Psi_i|^2 dx = 0, \quad \text{from which: } \Delta_F \Psi_i = 0, \quad \text{that is:}$$

$$F\Psi_i = f_i\Psi_i, \quad \text{which is the eigenvalue equation for F.}$$

preamble on the Schwarz's Inequality:

if we consider the scalar product between two vectors as the projection of one over the other, we have: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = |\mathbf{u}| |\mathbf{w}| \cos q \leq |\mathbf{u}| |\mathbf{w}| = \sqrt{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}} = \sqrt{\mathbf{u}^2} \sqrt{\mathbf{w}^2}$, as $\cos q \leq 1$.

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{w} \leq \sqrt{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}}$ is a general form for the Schwarz's Inequality.

If now we go back to our quantum operatorial mean values formalism, we have, from analogy: $|\langle \Psi, FG\Psi \rangle| \leq \sqrt{\langle \Psi, F^2\Psi \rangle} \sqrt{\langle \Psi, G^2\Psi \rangle}$, that is, also (by squaring both sides, if we like):

$$|\langle \Psi, FG\Psi \rangle|^2 \leq \langle \Psi, F^2\Psi \rangle \langle \Psi, G^2\Psi \rangle = \langle \Psi, FF\Psi \rangle \langle \Psi, GG\Psi \rangle \text{ and as } F \text{ and } G \text{ are hermitian, we'll also have: } |\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2 \leq \langle F*\Psi, F\Psi \rangle \langle G*\Psi, G\Psi \rangle = \langle F\Psi, F\Psi \rangle \langle G\Psi, G\Psi \rangle, \quad (3.27)$$

as, from the definition of (3.26), it's very easy to see that an operator between round brackets can be moved from left to right, with respect to the comma, provided that you turn it into its complex conjugated and if it is hermitian, its complex conjugated is equal to itself.

(3.27) is the Schwarz's Inequality we're interested in.

at last, the Heisenberg's Indetermination Relations:

as now we can well manage with all quantum terminology and formalism, as per all what has been said so far, let's try and evaluate the following expression: $(i\langle [F, G]_{\Psi} \rangle)^2$, where F and G are hermitian:

$$\langle i[F, G]_{\Psi} \rangle^2 = |\langle \Psi, FG\Psi \rangle - \langle \Psi, GF\Psi \rangle|^2, \text{ but we can also say that:}$$

$$|\langle \Psi, FG\Psi \rangle - \langle \Psi, GF\Psi \rangle|^2 \leq (|\langle \Psi, FG\Psi \rangle| + |\langle \Psi, GF\Psi \rangle|)^2, \text{ as the sum of moduli is for sure not less than the simple difference.}$$

As F and G are hermitian, we can say:

$$\langle \Psi, GF\Psi \rangle = \langle G\Psi, F\Psi \rangle = \langle FG\Psi, \Psi \rangle = \langle \Psi, FG\Psi \rangle^* \quad \text{and} \quad \langle \Psi, FG\Psi \rangle = \langle F\Psi, G\Psi \rangle \text{ and so, about the previous equations:}$$

$$\langle i[F, G]_{\Psi} \rangle^2 \leq 4|\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2; \text{ then, according to Schwarz:}$$

$$|\langle F\Psi, G\Psi \rangle|^2 \leq \langle F\Psi, F\Psi \rangle \langle G\Psi, G\Psi \rangle \text{ and so:}$$

$$\langle i[F, G]_{\Psi} \rangle^2 \leq 4\langle \Psi, F^2\Psi \rangle \langle \Psi, G^2\Psi \rangle = 4\langle F^2 \rangle_{\Psi} \langle G^2 \rangle_{\Psi} \quad (3.28)$$

Before we said: $\Delta_F = F - \langle F \rangle_{\Psi}$, and, from analogy: $\Delta_G = G - \langle G \rangle_{\Psi}$, that is:

$$\begin{cases} \Delta_F = F - \langle F \rangle_{\Psi} \\ \Delta_G = G - \langle G \rangle_{\Psi} \end{cases} \quad (3.29)$$

and we also got:: $\langle \Delta_F^2 \rangle_{\Psi} = \langle F^2 \rangle_{\Psi} - \langle F \rangle_{\Psi}^2 = (\Delta F)^2$ and, still from analogy, then

also: $\langle \Delta_G^2 \rangle_{\Psi} = \langle G^2 \rangle_{\Psi} - \langle G \rangle_{\Psi}^2 = (\Delta G)^2$, that is:

$$\begin{cases} \langle \Delta_F^2 \rangle_{\Psi} = \langle F^2 \rangle_{\Psi} - \langle F \rangle_{\Psi}^2 = (\Delta F)^2 \\ \langle \Delta_G^2 \rangle_{\Psi} = \langle G^2 \rangle_{\Psi} - \langle G \rangle_{\Psi}^2 = (\Delta G)^2 \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\text{From (3.29) we have: } [\Delta_F, \Delta_G] = [F, G], \quad (3.31)$$

as, in making $[\Delta_F, \Delta_G]$ explicit, products of F and G with the m.v. cancel each other (while FG and GF don't). Now, in (3.28) let's make a replacement: $F \rightarrow \Delta_F$ and $G \rightarrow \Delta_G$; we have:

$$\langle i[\Delta_F, \Delta_G]_{\Psi} \rangle^2 \leq 4\langle \Delta_F^2 \rangle_{\Psi} \langle \Delta_G^2 \rangle_{\Psi} \quad (3.32)$$

and also taking into account (3.30) and (3.31), (3.32) changes again:

$$\langle i[F, G]_{\Psi} \rangle^2 \leq 4(\Delta F)^2 (\Delta G)^2, \text{ from which:}$$

$$\Delta F \cdot \Delta G \geq \frac{1}{2} |\langle i[F, G]_{\Psi} \rangle| \quad (3.33)$$

which is the Heisenberg's Indetermination Relation.

If we now put $F=x$ and $G=p$ and remembering the preambles on fundamental commutators, from (3.33) we have the famous: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$. (if I want to know well the position of an electron, then I have to give up some accuracy on the evaluation of its speed $\propto p$, and vice versa)

On the contrary, if we put $F=t$ and $G=E$ and still remembering preambles on fundamental commutators, still according to (3.33) we'll have the famous (as well): $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.

Chapter 4: Physical constants as an effect of the Universe (the origins of physical constants).

Par. 4.1: The speed of light.

We know from physics that for a gravitating body at a distance R from the center of mass of the system in which it's gravitating, the centrifugal acceleration is:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (4.1)$$

Now, talking about our Universe ⁽¹⁾, it's contracting with an acceleration $a_{Univ} \cong 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2$ towards its center of mass and we are, of course, at a certain distance from it, and we call it $R_{Univ} \cong 1,17908 \cdot 10^{28} m$.

We also know that in the place of the Universe where we are, the speed of light is c , of course, so (4.1) becomes:

$$a_{Univ} = \frac{c^2}{R_{Univ}}, \text{ from which:} \quad (4.2)$$

$$c = \sqrt{a_{Univ} \cdot R_{Univ}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s. \quad (4.3)$$

We also have: $c = \sqrt{\frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s.$

⁽¹⁾: for an analytic treatment of our Universe, see Appendix 1.

Par. 4.2: Mass and radius of the electron.

Our Universe is Harmonic and oscillating, contracting towards its center of mass. Such a contraction makes the getting closer of all matter, and towards the center of mass of the Universe, indeed. This mutual getting closer physical effect is what we commonly call, from centuries, force of gravity. Then, as we are talking about a "harmonic" motion, we are led to think that harmonics of the Universe can exist, as well as a sound can be held made of its harmonics (of Fourier) and there are strong reasons to think that the electron is a harmonic of the Universe, or better a real Universe in small size or, if we like, a small particle of "God", or a small Higgs boson of nowadays, better known as God's particle; the

only difference is that the God's boson hasn't been found yet, provided that it exists and that it serves to what they say, while we know the electron somewhat well.

Well then, we think the electron is so similar to the Universe, in the microscopic range, that the "classic" gravitational acceleration on its surface, as if it were a small planet, is the same as the contraction cosmic acceleration a_{Univ} of the Universe; so we have to write that:

$$m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}, \text{ from which:}$$

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2 \quad \text{and so:}$$

$$\frac{m_e}{r_e^2} = \frac{a_{Univ}}{G}. \quad (4.4)$$

Now, as the Coulomb's electric force between an electron e^- and a positron e^+ , or between an electron e^- and a proton p^+ in an atom of hydrogen, is very higher than the gravitational one, I suspect such an enormous force is due to the huge gravitational force all the surrounding Universe transmits to the electron itself; and vice versa, too, that is, the composition of all electrical forces from all particles in the Universe shows, on a macroscopic range, like a gravitational force.

Now, as we do not have other different reasons to explain such an intense electric force, and as the gravitational force, for the moment, is the only one I clearly know, if I don't want to invent new unknown forces, and I do not intend to do that, I can suppose that the electrostatic energy of a charge in a pair $e^- - e^+$ at distance r_e (classic radius of the electron) is due to the gravitational influence of the Universe around, that is:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}} \quad (4.5)$$

$$\text{from which: } m_e r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_{Univ}e^2}{GM_{Univ}} \quad (4.6)$$

$$(M_{Univ} = 1,59486 \cdot 10^{55} \text{ kg})$$

If now we combine (4.4) and (4.6), we get:

$$r_e = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_{Univ}e^2}{a_{Univ}M_{Univ}} \right)^{\frac{1}{3}} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

$$m_e = \frac{a_{Univ}}{G} r_e^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

which are exactly the values physics has always taught us!

Par. 4.3: Planck's Constant.

1) We know from physics that: $v = \omega R$ and $w = 2p/T$, and, for the whole Universe: $c = \omega R_{Univ}$ and $w = 2p/T_{Univ}$, from which:

$$T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} \text{ s} \quad (7.840 \text{ billion years}) \quad (4.7)$$

About the angular frequency, we have: $w_{Univ} \cong c / R_{Universo-New} = 2,54 \cdot 10^{-20} \text{ rad} / \text{s}$, and it is a right parameter for a reinterpretation of the global Hubble's constant H_{global} , whose value is H_{local} only in the portion of Universe visible by us ($w_{Univ} = H_{Global}$).

Now, if we imagine an electron ("stable" and base particle in our Universe!) irradiating all energy it's made of in time T_{Univ} , we get a power which is exactly $\frac{1}{2}$ of Planck's constants, expressed in watt!

In fact:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_w = 3,316 \cdot 10^{-34} \text{ W} \quad (4.8)$$

(One must not be surprised by the coefficient $\frac{1}{2}$; in fact, at fundamental energy levels, it's always present, such as, for instance, on the first orbit of the hydrogen atom, where the circumference of the orbit of the electron ($2\pi r$) really is $\frac{1}{2} l_{DeBroglie}$ of the electron. The photon, too, can be represented as if it were contained in a small cube whose side is $\frac{1}{2} l_{photon}$).

Therefore, $h = |2L_e| = \left| 2 \frac{1}{2} h_w \right| = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js} .$

2) As an alternative, according to the Principle of Indetermination of Heisenberg, as the product $\Delta x \Delta p$ must keep above $\mathbf{h}/2$, and with the equal sign, when Δx is at a maximum, Δp must be at a minimum, and vice versa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \mathbf{h}/2 \quad \text{and} \quad \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = \mathbf{h}/2 \quad (\mathbf{h} = h/2p)$$

Now, as Δp_{\max} we take, for the electron ("stable" and base particle in our Universe!), $\Delta p_{\max} = (m_e \cdot c)$ and as Δx_{\min} for the electron, as it is a harmonic of the Universe in which it is (just like a sound can be considered as made of its harmonics), we have: $\Delta x_{\min} = a_{Univ} / (2p)^2$, as a direct consequence of the characteristics of the Universe in which it is; in fact, from (1.15), $R_{Univ} = a_{Univ} / w_{Univ}^2$, as we know from physics that $a = w^2 R$, and then $w_{Univ} = 2p / T_{Univ} = 2pn_{Univ}$, and as w_e of the electron (which is a harmonic of the Universe) we therefore take the " n_{Univ} -th" part of w_{Univ} , that is: $|w_e| = |w_{Univ} / n_{Univ}|$ like if the electron of the electron-positron pairs can make oscillations similar to those of the Universe, but through a speed-amplitude ratio which is not the (global) Hubble Constant, but through H_{Global} divided by n_{Univ} , and so, if for the whole Universe: $R_{Univ} = a_{Univ} / w_{Univ}^2$,

then, for the electron: $\Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ} / n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global} / n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2p)^2}$, from which:

$$\Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2p)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \quad \text{and such a number } (0,527 \cdot 10^{-34} \text{ Js}), \text{ as chance}$$

would have it, is really $\mathbf{h}/2$!!

Then, as $\mathbf{h} = h/2p$, we have: $h = 2p\mathbf{h} = m_e c \frac{a_{Univ}}{p} = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js} .$

Par. 4.4: Stephan-Boltzmann's Constant.

Let's go on considering the electron as a harmonic of the Universe, so a small Universe, and consider the proportion electron-Universe between mass and irradiated power, also using (4.8):

$$\frac{L_e}{m_e} = \frac{L_{Univ}}{M_{Univ}}, \text{ so: } L_{Univ} = \frac{1}{2} h_w \frac{M_{Univ}}{m_e} = \frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ}} = 5,80 \cdot 10^{51} W$$

If now we remember the Stephan-Boltzmann's Law: $\frac{L_{[W]}}{4pR^2} = sT^4$, and if we use it for the Universe, after having given the Universe the same temperature of the Cosmic Microwave Background Radiation $T(\text{CMBR}) = \text{Temp}_{Univ} \cong 2,73K$ (isn't it?!...), we get:

$$s = \frac{L_{Univ}}{4pR_{Univ}^2 (\text{Temp}_{Univ})^4} = 5,67 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4 !$$

which is the very value all general physics books show.

Remark: the mean temperature you can "give" to an electron is:

$$T_e = \left(\frac{L_e}{4pr_e^2 s} \right)^{1/4} = \left(\frac{\frac{1}{2} h}{4pr_e^2 s} \right)^{1/4} \cong 2,73K !$$

Par. 4.5: The Fine Structure Constant.

We know that $a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c}$ (Alonso-Finn) is the Fine Structure Constant; let's try and

understand the physical meaning of such a constant, by multiplying numerator and denominator by $\frac{1}{r_e}$, or also by $\frac{1}{a_0}$, where r_e is the classic radius of the electron and a_0 is the Bohr's radius, that is the radius of the orbit of the electron in a hydrogen atom:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2pa_0} c}; \quad (4.9)$$

The numerator is the electrostatic energy of the electron, while the denominator is the energy that can be irradiated by the electron itself, through a photon whose frequency is

$\frac{c}{2pa_0}$ ($E = hn = h \frac{c}{2pa_0}$) as, if the electron had the speed of light, it ran the circumference of the orbit $2pa_0$ in the period $T = \frac{2pa_0}{c}$, and so we have a frequency $n_c = \frac{1}{T} = \frac{c}{2pa_0}$.

Let's write down (4.9) again:

$$a = \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{a_0} = \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{\frac{hc}{2pa_0}}, \text{ so: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{a_0} = \frac{hac}{2pa_0} = \frac{hV}{2pa_0} = hn_V = ahn_c. \text{ From this equation, we}$$

see that the real speed V of the electron is ac , that is $\frac{1}{137}$ of the speed of light, and so also the energy of the photon which is emitted from such an electron in the H atom, that is hn_V , is $\frac{1}{137}$ of the energy hn_c which would be emitted if the electron were not in H, but in a pair electron-positron at distance r_e and so at speed c , that is: ahn_c . As a matter of fact, we know from physics that speed V of the electron in H is $\frac{1}{137}c$.

Besides, a is also given by the speed of an electron in a hydrogen atom and the speed of light ratio: $a = v_{e_in_H}/c = e^2/2e_0hc$, or also as the ratio between Compton wavelength of the electron (which is the minimum λ of e^- when it's free and has the speed of light c) and the wavelength of e^- indeed, on the first orbit of H:

$$a = l_{Compton}/l_{1-H} = (h/m_e c)/(h/m_e v_{e_in_H}). \text{ Moreover, } a = \sqrt{r_e/a_0}, \text{ where } a_0 = 0,529 \text{ \AA} \text{ is the Bohr's radius.}$$

But we also see that the Fine Structure Constant can be expressed by the following equation:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{Gm_e^2}{r_e} / hn_{Univ}, \quad (4.10)$$

where, of course, $n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}}$. Before, we've also seen that the other expression for it, is:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{\frac{h}{2p}c} \quad (4.11)$$

We could so set the following equality and deduce the relevant consequences:

$$(a = \frac{1}{137}) = \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{\frac{h}{2p}c} = \frac{Gm_e^2}{r_e} / hn_{Univ}, \text{ from which: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{\frac{h}{2p}c} = \frac{c}{2pn_{Univ}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = \frac{c}{H_{global}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = R_{Univ} \frac{Gm_e^2}{r_e}$$

$$\text{Therefore, we can write that: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{Gm_e^2}{r_e}.$$

Now, if we temporarily imagine, out of simplicity, that the mass of the Universe is made of N electrons e^- and positrons e^+ , we could write:

$$M_{Univ} = N \cdot m_e, \text{ from which: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}\sqrt{N}r_e}, \text{ or also:}$$

$$\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{(R_{Univ}/\sqrt{N})} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}r_e}. \quad (4.12)$$

If now we suppose that $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$, or, by the same token, $r_e = R_{Univ}/\sqrt{N}$, then (4.12) becomes:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}} \quad !! \quad (4.13)$$

Now, first of all we see that the supposition $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ is very right, as from the definition of N above given and from the value of the mass of the Universe, we have:

$$N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85} \text{ (~Eddington)}, \text{ from which: } \sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42} \text{ (~Weyl)} \text{ and}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N}r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m, \text{ that is the very } R_{Univ} \text{ value we know.}$$

Summing up: (4.10), (4.11) and (4.13) tell us that the Fine Structure Constant comes out not only from the characteristics of atoms and particles, but also from those of the Universe and there is a more important particular: such characteristics, microscopic and macroscopic ones, are deeply linked each other!

Par. 4.6: The Boltzmann's Constants.

The integration of the Planck's Black Body Radiation Equation gives the Stephan-Boltzmann's Law:

$$e = \frac{2ph}{c^2} \int_0^\infty \frac{n^3 dn}{(e^{hn/kT} - 1)} = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = sT^4, \text{ that is: } s = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3}, \text{ from which:}$$

$$k = \left(\frac{15c^2 h^3 s}{2p^5} \right)^{\frac{1}{4}} = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K, \text{ coming out from constants we've already found, so far.}$$

Par. 4.7: The Universal Gravitational Constant.

In Par. 4.1 we saw that:

$$c = \sqrt{\frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}} \cong 3 \cdot 10^8 m/s, \text{ from which, if we like:}$$

$$G = \frac{c^2 R_{Univ}}{M_{Univ}} \cong 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 / kg^2.$$

Appendixes:

App. 1: As I see the Universe (Unification Gravity Electromagnetism).

Contents of App. 1:

-Contents of App. 1.	Page 26
-App. 1-Chapter 1: A new Universe, 100 times bigger, more massive and older.	Page 26
App. 1-Par. 1.1: No dark matter!	Page 26
App. 1-Par. 1.2: Cosmic acceleration a_{Univ} .	Page 27
App. 1-Par. 1.3: The new density of the Universe.	Page 28
App. 1-Par. 1.4: Further considerations on the meaning of a_{Univ} .	Page 29
App. 1-Par. 1.5: Further confirmations and encouragements from other branches of physics.	Page 29
App. 1-Par. 1.6: On discrepancies between calculated and observed rotation speeds of galaxies.	Page 31
-App. 1-Chapter 2: The unification of electromagnetic and gravitational forces (Rubino).	Page 32
App. 1-Par. 2.1: The effects of M_{Univ} on particles.	Page 32
App. 1-Par. 2.2: The discovery of the common essence of gravity and electromagnetism.	Page 33
App. 1-Par. 2.3: The oscillatory essence of the whole Universe and of its particles.	Page 34
-App. 1-Chapter 3: The unification of magnetic and electric forces.	Page 35
App. 1-Par. 3.1: Magnetic force is simply a Coulomb's electric force(!).	Page 35
-App. 1-Chapter 4: Justification of the equation $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ previously used for the unification of electric and gravitational forces (Rubino).	Page 38
App. 1-Par. 4.1: The equation $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ (I).	Page 38
-App. 1-Chapter 5: " a_{Univ} " as absolute responsible of all forces.	Page 39
App. 1-Par. 5.1: Everything from " a_{Univ} ".	Page 39
App. 1-Par. 5.2: Summarizing table of forces.	Page 39
App. 1-Par. 5.3: Further considerations on composition of the Universe in pairs +/-.	Page 40
App. 1-Par. 5.4: The Theory of Relativity is just an interpretation of the oscillating Universe just described contracting with speed c and acceleration a_{Univ} .	Page 40
App. 1-Par. 5.5: On "Relativity" of lost energies.	Page 41
-App. 1-SUBAPPENDIXES.	Page 42
App. 1-Subappendix 1: Physical constants.	Page 42

App. 1-Chapter 1: A new Universe, 100 times bigger, more massive and older.

App. 1-Par. 1.1: No dark matter!

ON DISCREPANCIES BETWEEN CALCULATED AND OBSERVED DENSITIES ρ_{Univ} :

The search for 99% of matter in the Universe, after that it has been held invisible sounds somewhat strange. And it's a lot of matter, as dark matter should be much more than the visible one (from 10 to 100 times more).

Astrophysicists measure a ρ value of visible Universe which is around: $r \cong 2 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$.

Prevailing cosmology nowadays gives the following value of ρ : (see also (A1.6)):

$$r_{Wrong} = H_{local}^2 / (\frac{4}{3}\rho G) \cong 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg} / \text{m}^3 \text{ (too high!) .} \quad (\text{A1.1})$$

Let's use the following plausible value for H_{local} (local Hubble's constant – see (A1.7) below):

$$H_{local} \cong 75 \text{ km} / (\text{s} \cdot \text{Mpc}) \cong 2,338 \cdot 10^{-18} [(\frac{\text{m}}{\text{s}}) / \text{m}] \quad (\text{A1.2})$$

confirmed by many measurements on Coma cluster, for instance, (see (A1.7) below) and this also confirms that the farthest objects ever observed are travelling away with a speed close to that of light:

$$H_{local} \approx c / R_{Universe-Old} , \text{ from which: } R_{Univ-Old} \approx c / H_{local} \approx 4000 \text{ Mpc} \approx 13,5 \cdot 10^9 \text{ light_year} \quad (\text{A1.3})$$

Moreover, one can easily calculate the speed of a “gravitating” mass m at the edge of the visible Universe, by the following equality between centrifugal and gravitational forces:

$$m \cdot a = m \cdot \frac{c^2}{R_{Univ-Old}} = G \cdot m \cdot M_{Univ-Old} / R_{Univ-Old}^2 \quad (A1.4)$$

from which, also considering (A1.3), we have:

$$M_{Univ-Old} = c^3 / (G \cdot H_{local}) \cong 1,67 \cdot 10^{53} \text{ kg} \quad (A1.5)$$

and so:

$$r_{Wrong} = M_{Univ-Old} / (\frac{4}{3} \rho R_{Univ-Old}^3) = (c^3 / GH_{local}) / [\frac{4}{3} \rho (\frac{c}{H_{local}})^3] = H_{local}^2 / (\frac{4}{3} \rho G) \cong 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg} / \text{m}^3 \quad (A1.6)$$

i.e. (A1.1) indeed (too high value!)

Good..., sorry, bad; this value is ten thousand times higher than the observed density value, which has been measured by astrophysicists. Moreover, galaxies are too “light” to spin so fast (see further on). As a consequence, they decided to take up searching for dark matter, and a lot of, as it should be much more than the visible one (from 10 to 100 times more).

On the contrary, astrophysicists detect a value for ρ around: $\rho \cong 2 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$.

Let's try to understand which arbitrary choices, through decades, led to this discrepancy. From Hubble's observations on, we understood far galaxies and clusters got farther with speeds determined by measurements of the red shift. Not only; the farthest ones have got higher speeds and it quite rightly seems there's a law between the distance from us of such objects and the speeds by which they get farther from us.

Fig. A1.1 below is a picture of the Coma cluster, about which hundreds of measurements are available; well, we know the following data about it:

distance $\Delta x = 100 \text{ Mpc} = 3,26 \cdot 10^8 \text{ l.y.} = 3,09 \cdot 10^{24} \text{ m}$

speed $\Delta v = 6870 \text{ km/s} = 6,87 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$



Fig. A1.1: Coma cluster.

If we use data on Coma cluster to figure out the Hubble's constant H_{local} , we get:

$$H_{local} = \Delta v / \Delta x \cong 2,22 \cdot 10^{-18} [(\frac{m}{s}) / m], \quad (A1.7)$$

That is a good value for “local” Hubble's constant.

App. 1-Par. 1.2: The cosmic acceleration a_{Univ} .

As a confirmation of all we just said, we also got the same H_{local} value from (A1.3) when we used data on the visible Universe of $13,5 \cdot 10^9 \text{ l.y.}$ radius and $\sim c$ speed, instead of data on Coma cluster. By the same reasonings which led us so

far to get the Hlocal constant definition, we can also state that if galaxies increase their own speeds with going farther, then they are accelerating with an acceleration we call a_{Univ} , and, from physics, we know that:

$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} (a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t$, from which: $\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta v}$, which, if used in the definition of acceleration a_{Univ} , yields:

$$a_{Univ} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta v}} = \frac{(\Delta v)^2}{2 \cdot \Delta x} = a_{Univ} \cong 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2, \quad \text{cosmic acceleration (Wählin)} \quad (A1.8)$$

after that we used data on Coma cluster.

This is the acceleration by which all our visible Universe is accelerating towards the center of mass of the whole Universe.

YOU'LL SEE THIS SMALL ITEM WE'VE JUST CALCULATED (a_{Univ}) IS AN OBJECT NOT WELL TAKEN INTO ACCOUNT AND IT ALLOWS US TO SAY THE DENSITY CALCULATED FOR THE UNIVERSE IS THE SAME AS THE ONE MEASURED BY THE ASTROPHYSICISTS AND IT WILL ALSO JUSTIFY THE HIGH ROTATION VELOCITIES OF GALAXIES, AGAIN WITHOUT ANY SEARCHING FOR DARK MATTER

but, in this case, we have to accept to deal with living in a Universe whose radius is 100 times the $13,5 \cdot 10^9$ l.y. supported nowadays, and whose mass is much higher than $1,67 \cdot 10^{53}$ kg, calculated at page 27, still supported nowadays and considered as the mass of the whole Universe, and not of that visible to us (see below).

Let's Disentangle the Question:

Well then, let's start from the discovery represented by (A1.8), according to which we are accelerating, and from (A1.4), according to which:

$$a_{Univ} = \frac{c^2}{R_{Univ-New}}, \quad \text{and, as a new radius of the Universe:}$$

$$R_{Univ-New} = \frac{c^2}{a_{Univ}} \cong 1,17908 \cdot 10^{28} m. \quad (A1.9)$$

This value is 100 times the one previously calculated in (A1.3) and it should represent the radius between the center of mass of the Universe and the place where we are now, place in which the speed of light is c.

((as we are not exactly on the edge of such a Universe, we can demonstrate the whole radius is larger by a factor $\sqrt{2}$, that is $R_{Univ} = 1,667 \cdot 10^{28} m$.)

Anyway, we are dealing with linear dimensions 100 times those supported in the prevailing cosmology nowadays. We can say that there is invisible matter, but it is beyond the range of our largest telescopes and not inside galaxies or among them; the dark matter should upset laws of gravitations, but they hold very well.

Again, from (A1.4) we have:

$$m \cdot a_{Univ} = G \cdot m \cdot M_{Univ-New} / R_{Univ-New}^2, \quad \text{so:}$$

$$M_{Univ-New} = a_{Univ} \cdot R_{Univ-New}^2 / G = 1,59486 \cdot 10^{55} kg \quad (A1.10)$$

This value, again, is a hundred times that of nowadays cosmology, in (A1.5) and it represents the mass within the radius $R_{Univ-New}$, while the one within the whole $R_{Univ-Tot}$ is unknown.

$$\text{From (A1.9) and (A1.10) we also get: } c^2 = \frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}} \quad (\sim \text{Eddington}). \quad (A1.11)$$

App. 1-Par. 1.3: The new density of the Universe.

NOW LET'S GO TO THE CALCULATION OF THE NEW DENSITY OF THE UNIVERSE:

$$r = M_{Univ-New} / \left(\frac{4}{3} \pi \cdot R_{Univ-New}^3 \right) = 2.32273 \cdot 10^{-30} kg / m^3 !!! \quad (A1.12)$$

very very close to that observed and measured by astrophysicists and already reported at page 27.

Nature fortunately sends encouraging and convincing signs on the pursuit of a way, when confirmations on what one has understood are coming from branches of physics very far from that in which one is investigating.

On the basis of that, let's remind ourselves of the classic radius of an electron ("stable" and base particle in our Universe!), which is defined by the equality of its energy $E=m_e c^2$ and its electrostatic one, imagined on its surface (in a classic sense):

$$m_e \cdot c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e}, \text{ so:}$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (\text{A1.13})$$

Now, still in a classic sense, if we imagine, for instance, to figure out the gravitational acceleration on an electron, as if it

were a small planet, we must easily conclude that: $m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}$, so:

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = 8p^2 e_0^2 \frac{Gm_e^3 c^4}{e^4} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2 \quad \text{!!!} \quad (\text{A1.14})$$

that is the very value obtained in (A1.8) through different reasonings, macroscopic, and not microscopic, as it was for (A1.14). All in all, why should gravitational behaviours of the Universe and of electrons (making it) be different?

App. 1-Par. 1.4: Further considerations on the meaning of a_{Univ} .

Well, we have to admit that if matter shows mutual attraction as gravitation, then we are in a harmonic and oscillating Universe in contraction towards a common point, that is the center of mass of all the Universe. As a matter of fact, the acceleration towards the center of mass of the Universe and the gravitational attractive properties are two faces of the same medal. Moreover, all the matter around us shows it want to collapse: if I have a pen in my hand and I leave it, it drops, so showing me it wants to collapse; then, the Moon wants to collapse into the Earth, the Earth wants to collapse into the Sun, the Sun into the centre of the Milky Way, the Milky Way into the centre of the cluster and so on; therefore, all the Universe is collapsing. Isn't it?

So why do we see far matter around us getting farther and not closer? Easy. If three parachutists jump in succession from a certain altitude, all of them are falling towards the center of the Earth, where they would ideally meet, but if parachutist n. 2, that is the middle one, looks ahead, he sees n. 1 getting farther, as he jumped earlier and so he has a higher speed, and if he looks back at n. 3, he still sees him getting farther as n. 2, who is making observations, jumped before n. 3 and so he has a higher speed. Therefore, although all the three are accelerating towards a common point, they see each other getting farther. Hubble was somehow like parachutist n. 2 who is making observations here, but he didn't realize of the background acceleration g (a_{Univ}).

At last, I remind you of the fact that recent measurements on Ia type supernovae in far galaxies, used as standard candles, have shown an accelerating Universe; this fact is against the theory of our supposed current post Big Bang expansion, as, after that an explosion has ceased its effect, chips spread out in expansion, ok, but they must obviously do that without accelerating.

About T_{Univ} of the Universe, we know from physics that: $v=\omega R$ and $w = 2p/T$, and, for the whole Universe: $c=\omega R_{Univ}$ and $w = 2p/T_{Univ}$, from which:

$$T_{Univ} = \frac{2pR_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} \text{ s} \quad (7.840 \text{ billion years}) \quad (\text{A1.15})$$

About the angular frequency: $w_{Univ} \cong c/R_{Univ\text{erso-New}} = 2,54 \cdot 10^{-20} \text{ rad/s}$, and it is a right parameter for a

reinterpretation of the global Hubble's constant H_{global} , whose value is H_{local} only in the portion of Universe visible by us ($w_{Univ} = H_{Global}$).

App. 1-Par. 1.5: Further confirmations and encouragements from other branches of physics.

1) Stephan-Boltzmann's law:

$$e = sT^4 \text{ [W/m}^2\text{]}, \text{ where } s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4\text{)}$$

It's very interesting to notice that if we imagine an electron ("stable" and base particle in our Universe!) irradiating all energy it's made of in time T_{Univ} , we get a power which is exactly $\frac{1}{2}$ of Planck's constants, expressed in watt!

In fact:

$$L_e = \frac{m_e c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} h_w = 3,316 \cdot 10^{-34} W$$

(One must not be surprised by the coefficient $\frac{1}{2}$; in fact, at fundamental energy levels, it's always present, such as, for instance, on the first orbit of the hydrogen atom, where the circumference of the orbit of the electron ($2\pi r$) really is $\frac{1}{2} I_{DeBroglie}$ of the electron. The photon, too, can be represented as if it were contained in a small cube whose side is $\frac{1}{2} I_{photon}$).

2) Moreover, we notice that an electron and the Universe have got the same luminosity-mass ratio:

in fact, $L_{Univ} = \frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ}} = 5,80 \cdot 10^{51} W$ (by definition) and it's so true that:

$$\frac{L_{Univ}}{M_{Univ}} = \frac{\frac{M_{Univ} c^2}{T_{Univ}}}{M_{Univ}} = \frac{c^2}{T_{Univ}} = \frac{L_e}{m_e} = \frac{\frac{m_e c^2}{T_{Univ}}}{m_e} = \frac{c^2}{T_{Univ}} = \frac{1}{2} \frac{h_w}{m_e}$$

and, according to Stephan-Boltzmann's law, we can

consider that both an "electron" and the Universe have got the same temperature, the cosmic microwave background one:

$$\frac{L}{4\pi R^2} = \sigma T^4, \text{ so: } T = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{L_{Univ}}{4\pi R_{Univ}^2 \sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{L_e}{4\pi r_e^2 \sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{2} \frac{h}{4\pi r_e^2 \sigma}\right)^{1/4} = 2,73 K \quad !!!$$

3) The Heisenberg Uncertainty Principle as a consequence of the essence of the macroscopic and a_{Univ} accelerating Universe:

according to this principle, the product $\Delta x \Delta p$ must keep above $\mathbf{h}/2$, and with the equal sign, when Δx is at a maximum, Δp must be at a minimum, and vice versa:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \mathbf{h}/2 \quad \text{and} \quad \Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = \mathbf{h}/2 \quad (\mathbf{h} = h/2\pi)$$

Now, as Δp_{\max} we take, for the electron ("stable" and base particle in our Universe!), $\Delta p_{\max} = (m_e \cdot c)$ and as Δx_{\min} for the electron, as it is a harmonic of the Universe in which it is (just like a sound can be considered as made of its harmonics), we have: $\Delta x_{\min} = a_{Univ} / (2p)^2$, as a direct consequence of the characteristics of the Universe in which it is; in fact, from (A1.15), $R_{Univ} = a_{Univ} / w_{Univ}^2$, as we know from physics that $a = w^2 R$, and then $w_{Univ} = 2p / T_{Univ} = 2\pi n_{Univ}$, and as w_e of the electron (which is a harmonic of the Universe) we therefore take the " n_{Univ} -th" part of w_{Univ} , that is:

$|w_e| = |w_{Univ} / n_{Univ}|$ like if the electron of the electron-positron pairs can make oscillations similar to those of the Universe, but through a speed-amplitude ratio which is not the (global) Hubble Constant, but through H_{Global} divided by n_{Univ} , and so, if for the whole Universe: $R_{Univ} = a_{Univ} / w_{Univ}^2$, then, for the electron:

$$\Delta x_{\min} = \frac{a_{Univ}}{(w_e)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|w_{Univ} / n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(|H_{Global} / n_{Univ}|)^2} = \frac{a_{Univ}}{(2p)^2}, \text{ from which:}$$

$$\Delta p_{\max} \cdot \Delta x_{\min} = m_e c \frac{a_{Univ}}{(2p)^2} = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \text{ and such a number } (0,527 \cdot 10^{-34} \text{ Js}), \text{ as chance would have it, is}$$

really $\mathbf{h}/2$!!

4) As we previously did, let's remind ourselves of the classic radius of an electron ("stable" and base particle in our Universe!), which is defined by the equality of its energy $E = m_e c^2$ and its electrostatic one, imagined on its surface (in a classic sense):

$$m_e \cdot c^2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{e^2}{r_e}, \text{ so:}$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} m$$

Now, still in a classic sense, if we imagine, for instance, to figure out the gravitational acceleration on an electron, as if it were a small planet, we must easily conclude that: $m_x \cdot g_e = G \frac{m_x \cdot m_e}{r_e^2}$, so:

$$g_e = G \frac{m_e}{r_e^2} = 8\pi^2 \epsilon_0^2 \frac{Gm_e^3 c^4}{e^4} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} m/s^2 !!!$$

5) We know that $a = \frac{1}{137}$ is the value of the Fine structure Constant and the following formula $\frac{Gm_e^2}{r_e} / hn$ yields

the same value only if n is the one of the Universe we just described, that is: $a = \frac{1}{137} = \frac{Gm_e^2}{r_e} / hn_{Univ}$, where,

clearly: $n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}}$ (see (A1.15)) !!

6) If I suppose, out of simplicity, that the Universe is made of just harmonics, as electrons e^- (and/or positrons e^+), their number will be: $N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85}$ (~Eddington); the square root of such a number is: $\sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42}$ (~Weyl).

Now, we are surprised to notice that $\sqrt{N} r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m$ (!), that is, the very R_{Univ} value we had in (A1.9) ($R_{Univ} = \sqrt{N} r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m$) !!!

App. 1-Par. 1.6: On discrepancies between calculated and observed rotation speeds of galaxies.



Fig. A1.2: Andromeda galaxy (M31).

Andromeda galaxy (M31):

Distance: 740 kpc; $R_{Gal} = 30$ kpc;
 Visible Mass $M_{Gal} = 3 \cdot 10^{11} M_{Sun}$;
 Suspect Mass (+Dark) $M_{+Dark} = 1,23 \cdot 10^{12} M_{Sun}$;
 $M_{Sun} = 2 \cdot 10^{30}$ kg; 1 pc = $3,086 \cdot 10^{16}$ m;

By balancing centrifugal and gravitational forces for a star at the edge of a galaxy:

$$m_{star} \frac{v^2}{R_{Gal}} = G \frac{m_{star} M_{Gal}}{R_{Gal}^2}, \text{ from which: } v = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{R_{Gal}}}$$

On the contrary, if we also consider the tidal contribution due to a_{Univ} , i.e. the one due to all the Universe around, we get:

$$v = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{R_{Gal}} + a_{Univ} R_{Gal}}; \text{ let's figure out, for instance, in M31, how many } R_{Gal} \text{ (how many k times) far away from}$$

the center of the galaxy the contribution from a_{Univ} can save us from supposing the existence of dark matter:

$$\sqrt{\frac{GM_{+Dark}}{kR_{Gal}}} = \sqrt{\frac{GM_{Gal}}{kR_{Gal}} + a_{Univ}kR_{Gal}} \quad , \quad \text{so: } k = \sqrt{\frac{G(M_{+Dark} - M_{Gal})}{a_{Univ}R_{Gal}^2}} \cong 4 \quad , \quad \text{therefore, at } 4R_{Gal} \text{ far away, the}$$

existence of a_{Univ} makes us obtain the same high speeds observed, without any dark matter. Moreover, at $4R_{Gal}$ far away, the contribution due to a_{Univ} is dominant.

At last, we notice that a_{Univ} has no significant effect on objects as small as the solar system; in fact:

$$G \frac{M_{Sun}}{R_{Earth-Sun}} \cong 8,92 \cdot 10^8 \gg a_{Univ} R_{Earth-Sun} \cong 1,14 \quad .$$

All these considerations on the link between a_{Univ} and the rotation speed of galaxies are widely open to further speculations and the equation through which one can take into account the tidal effects of a_{Univ} in the galaxies can have a somewhat different and more difficult look, with respect to the above one, but the fact that practically all galaxies have dimensions in a somewhat narrow range (3 – 4 $R_{Milky\ Way}$ or not so much more) doesn't seem to be like that just by chance, and, in any case, none of them have radii as big as tents or hundreds of $R_{Milky\ Way}$, but rather by just some times. In fact, the part due to the cosmic acceleration, by zeroing the centripetal acceleration in some phases of the revolution of galaxies, would fringe the galaxies themselves, and, for instance, in M31, it equals the gravitational part at a radius equal to:

$$\frac{GM_{M31}}{R_{Gal-Max}} = a_{Univ} R_{Gal-Max} \quad , \quad \text{from which: } R_{Gal-Max} = \sqrt{\frac{GM_{M31}}{a_{Univ}}} \cong 2,5R_{M31} \quad ; \quad \text{in fact, maximum radii ever observed in}$$

galaxies are roughly this size.

App. 1-Chapter 2: The unification of electromagnetic and gravitational forces (Rubino).

App. 1-Par. 2.1: The effects of M_{Univ} on particles.

We remind you that from the definition of r_e in (A1.13): $\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = m_e c^2$ and from the (A1.11): $c^2 = \frac{GM_{Univ}}{R_{Univ}}$

(~Eddington), we get:

$$\boxed{\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}}} \quad !! \quad (A2.1)$$

As an alternative, we know that the Fine structure Constant is 1 divided by 137 and it's given by the following equation:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{1}{4pe_0} e^2}{\frac{h}{2p} c} \quad (\text{Alonso-Finn}), \quad \text{but we also see that } \frac{1}{137} \text{ is given by the following equation, which can be}$$

considered suitable, as well, as the Fine structure Constant:

$$a = \frac{1}{137} = \frac{\frac{Gm_e^2}{r_e}}{hn_{Univ}} = \frac{E_{Box_Min}}{E_{Emanable}} \quad , \quad \text{where } n_{Univ} = \frac{1}{T_{Univ}} \quad . \quad E_{Box_Min} \text{ is the smallest box of energy in the Universe (the}$$

electron), while $E_{Emanable}$ is the smallest emanable energy, as n_{Univ} is the smallest frequency.

Besides, a is also given by the speed of an electron in a hydrogen atom and the speed of light ratio:

$a = v_{e_in_H} / c = e^2 / 2e_0 hc$, or also as the ratio between Compton wavelength of the electron (which is the minimum λ of e^- when it's free and has the speed of light c) and the wavelength of e^- indeed, on the first orbit of H:

$$a = I_{Compton} / I_{1-H} = (h/m_e c) / (h/m_e v_{e_in_H}) \quad . \quad \text{Moreover, } a = \sqrt{r_e / a_0} \quad , \quad \text{where } a_0 = 0,529 \text{ \AA} \text{ is the Bohr's radius.}$$

So, we could set the following equation and deduce the relevant consequences (Rubino):

$$\left(a = \frac{1}{137}\right) = \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{c} = \frac{Gm_e^2}{hn_{Univ} r_e}, \text{ from which: } \frac{1}{4pe_0} e^2 = \frac{c}{2pn_{Univ}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = \frac{c}{H_{global}} \frac{Gm_e^2}{r_e} = R_{Univ} \frac{Gm_e^2}{r_e}$$

after that (A1.15) has been used.

Therefore, we can write: $\frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{Gm_e^2}{r_e}$ (and this intermediate equation, too, shows a deep relationship between electromagnetism and gravitation, but let's go on...)

Now, if we temporarily imagine, out of simplicity, that the mass of the Universe is made of N electrons e^- and positrons e^+ , we could write:

$$M_{Univ} = N \cdot m_e, \text{ from which: } \frac{1}{4pe_0} \frac{e^2}{R_{Univ}} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}\sqrt{N}r_e},$$

$$\text{or also: } \frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{(R_{Univ}/\sqrt{N})} = \frac{GM_{Univ}m_e}{\sqrt{N}r_e}. \quad (A2.2)$$

If now we suppose that $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ (see also (A4.2)), or, by the same token, $r_e = R_{Univ}/\sqrt{N}$, then (A2.2) becomes:

$$\frac{1}{4pe_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}} \quad !! \quad (\text{Rubino}) \text{ that is (A2.1) again.}$$

Now, first of all we see that the supposition $R_{Univ} = \sqrt{N}r_e$ is very right, as from the definition of N above given (A1.10), we have:

$$N = \frac{M_{Univ}}{m_e} \cong 1,75 \cdot 10^{85} \text{ (-Eddington), from which: } \sqrt{N} \cong 4,13 \cdot 10^{42} \text{ (-Weyl) and}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N}r_e \cong 1,18 \cdot 10^{28} m, \text{ that is the very } R_{Univ} \text{ value obtained in (A1.9).}$$

App. 1-Par. 2.2: The discovery of the common essence of gravity and electromagnetism.

Now, (A2.1) is of a paramount importance and has got a very clear meaning (Rubino) as it tells us that the **electrostatic** energy of an electron in an electron-positron pair (e^+e^- adjacent) is exactly the **gravitational** energy given to this pair by the whole Universe M_{Univ} at an R_{Univ} distance! (and vice versa)

Therefore, an electron gravitationally cast by an enormous mass M_{Univ} for a very long time T_{Univ} and through a long travel R_{Univ} , gains a gravitationally originated kinetic energy so that, if later it has to release it all together, in a short time, through a collision, for instance, and so through an oscillation of the e^+e^- pair - spring, it must transfer a so huge gravitational energy indeed, stored in billion of years that if this energy were to be due just to the gravitational potential energy of the so small mass of the electron itself, it should fall short by many orders of size. Therefore, the effect due to the immediate release of a big stored energy, by e^- , which is known to be $\frac{GM_{Univ}m_e}{R_{Univ}}$, makes the electron "appear",

in the very moment, and in a narrow range (r_e), to be able to release energies coming from forces stronger than the gravitational one, or like if it were able to exert a special gravitational force, through a special Gravitational Universal Constant G' , much bigger than G :

$(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \frac{e}{m_e}) \cdot \frac{m_e m_e}{r_e} = G' \cdot \frac{m_e m_e}{r_e}$; it's only that during the sudden release of energy by the electron, there is a run taking effect due to its eternal free (gravitational) falling in the Universe. And, at the same time, gravitation is an effect coming from the composition of many small electric forces.

I also remark here, that the energy represented by (A2.1), as chance would have it, is really $m_e c^2$!!!, that is a sort of run taking kinetic energy, had by the free falling electron-positron pair, and that Einstein assigned to the rest matter, unfortunately without telling us that such a matter is never at rest with respect to the center of mass of the Universe, as we all are inexorably free falling, even though we see one another at rest; from which is its essence of gravitationally originated kinetic energy $m_e c^2$:

$$m_e c^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e} = \frac{GM_{Univ} m_e}{R_{Univ}}$$

App. 1-Par. 2.3: The oscillatory essence of the whole Universe and of its particles.

We're talking about oscillations as this is the way the energy is transferred, and also in collisions, such as those among billiards balls, where there do are oscillations in the contact point, and how, even though we cannot directly see them (those of peripheral electrons, of molecules, of atoms etc, in the contact point).

So, we're properly talking about oscillations also because, for instance, a single hydrogen atom, or a e^+e^- pair, which are ruled by laws of electromagnetism, behave as real springs: in fact, in polar coordinates, for an electron orbiting around a proton, there is a balancing between the electrostatic attraction and the centrifugal force:

$$F_r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} + m_e \left(\frac{dj}{dt}\right)^2 r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} + \frac{p^2}{m_e r^3}, \text{ where } \frac{dj}{dt} = w \text{ and } p = m_e v \cdot r = m_e w r r = m_e w r^2$$

Let's figure out the corresponding energy by integrating such a force over the space:

$$U = -\int F_r dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{p^2}{2m_e r^2}. \tag{A2.3}$$

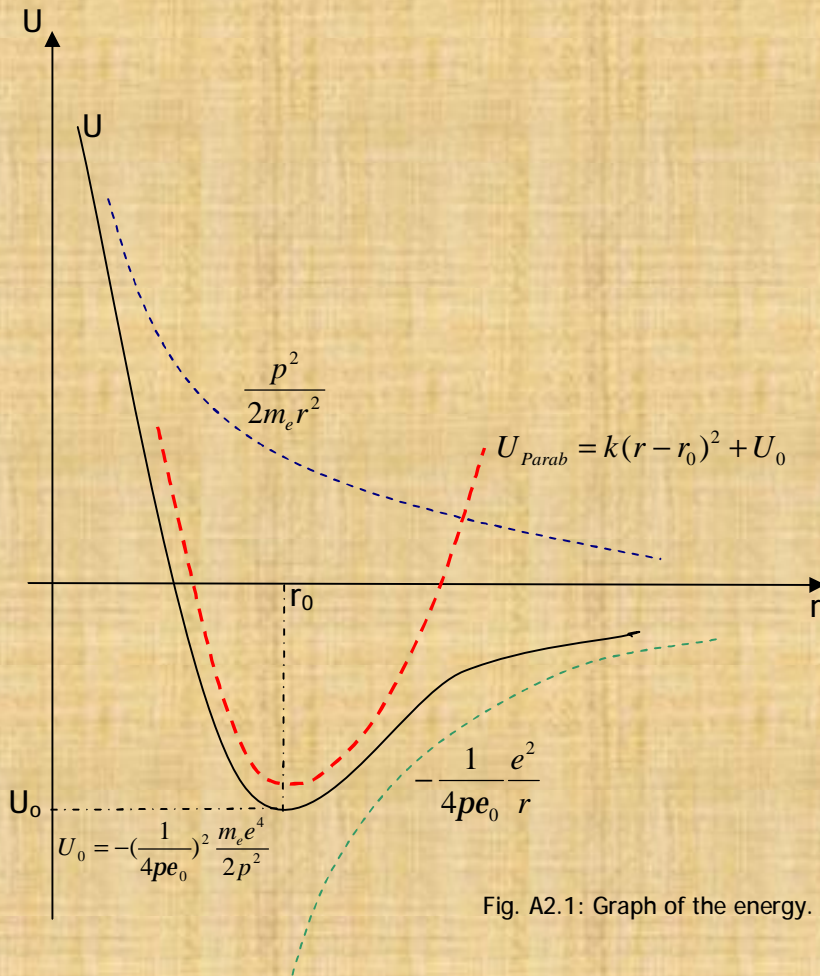


Fig. A2.1: Graph of the energy.

The point of minimum in (r_0, U_0) is a balance and stability point ($F_r=0$) and can be calculated by zeroing the first derivative of (A2.3) (i.e. setting $F_r=0$ indeed).

Moreover, around r_0 , the curve for U is visibly replaceable by a parabola U_{Parab} , so, in that neighbourhood, we can write:

$$U_{Parab} = k(r - r_0)^2 + U_0, \text{ and the relevant force is: } F_r = -\partial U_{Parab} / \partial r = -2k(r - r_0)$$

Which is, as chance would have it, an elastic force ($F = -kx$ - Hooke's Law).



Moreover, the gravitational law which is followed by the Universe is a force which changes with the square value of the distance, just like the electric one, so the gravitational force, too, leads to the Hooke's law for the Universe.

By means of (A2.1) and of its interpretation, we have turned the essence of the electric force into that of the gravitational one; now we do the same between the electric and magnetic force, so accomplishing the unification of electromagnetic and gravitational fields. At last, all these fields are traced back to a_{Univ} , as gravitation does.

App. 1-Chapter 3: The unification of magnetic and electric forces.

App. 6-Par. 3.1: Magnetic force is simply a Coulomb's electric force(!).

Concerning this, let's examine the following situation, where we have a wire, of course made of positive nuclei and electrons, and also a cathode ray (of electrons) flowing parallel to the wire:

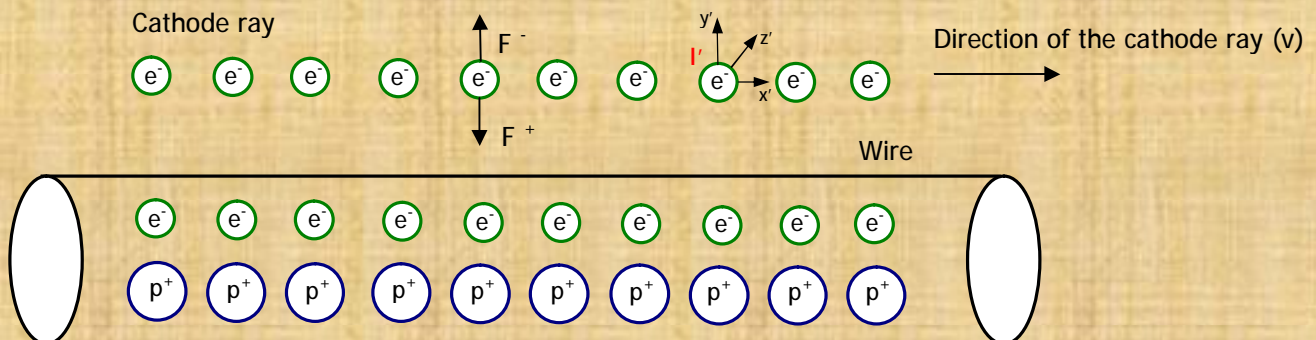


Fig. A3.1: Wire not flown by any current, seen from the cathode ray steady ref. system I' (x', y', z').

We know from magnetism that the cathode ray will not be bent towards the wire, as there isn't any current in it. This is the interpretation of the phenomenon on a magnetic basis; on an electric basis, we can say that every single electron in the ray is rejected away from the electrons in the wire, through a force F^- identical to that F^+ through which it's attracted from positive nuclei in the wire.

Now, let's examine the situation in which we have a current in the wire (e^- with speed u)

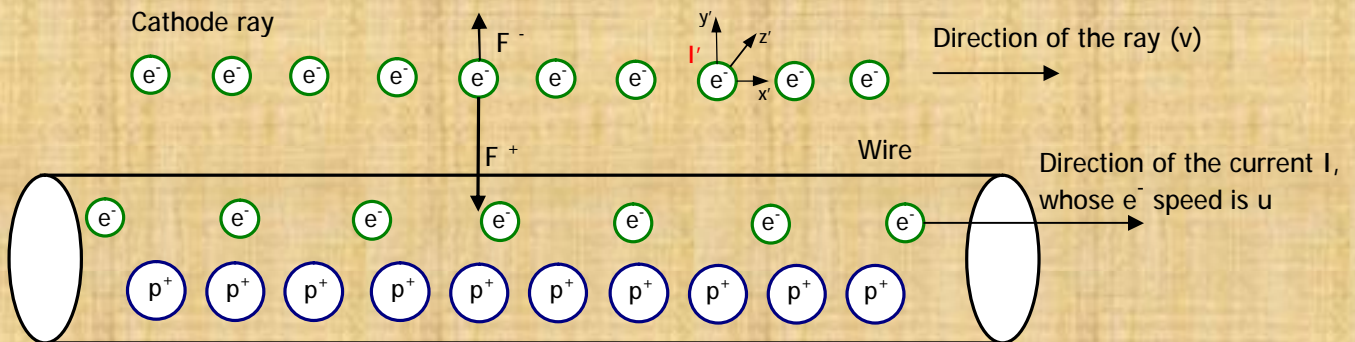


Fig. A3.2: Wire flown by a current (with e^- speed= u), seen from the cathode ray steady ref. system I' (x', y', z').

In this case we know from magnetism that the cathode ray must bend towards the wire, as we are in the well known case of parallel currents in the same direction, which must attract each other.

This is the interpretation of this phenomenon on a magnetic basis; on an electric basis, we can say that as the electrons in the wire follow those in the ray, they will have a speed lower than that of the positive nuclei, in the system I' , as such nuclei are still in the wire. As a consequence of that, spaces among the electrons in the wire will undergo a lighter relativistic Lorentz contraction, if compared to that of the nuclei's, so there will be a lower negative charge density, if compared to the positive one, so electrons in the ray will be electrically attracted by the wire.

This is the interpretation of the magnetic field on an electric basis. Now, although the speed of electrons in an electric current is very low (centimeters per second), if compared to the relativistic speed of light, we must also acknowledge that the electrons are billions and billions...., so a small Lorentz contraction on so many spaces among charges, makes a substantial magnetic force to appear.

But now let's see if mathematics can prove we're quantitatively right on what asserted so far, by showing that the magnetic force is an electric one itself, but seen on a relativistic basis.

On the basis of that, let's consider a simplified situation in which an electron e^- , whose charge is q , moves with speed v and parallel to a nuclei current whose charge is Q^+ each (and speed u):

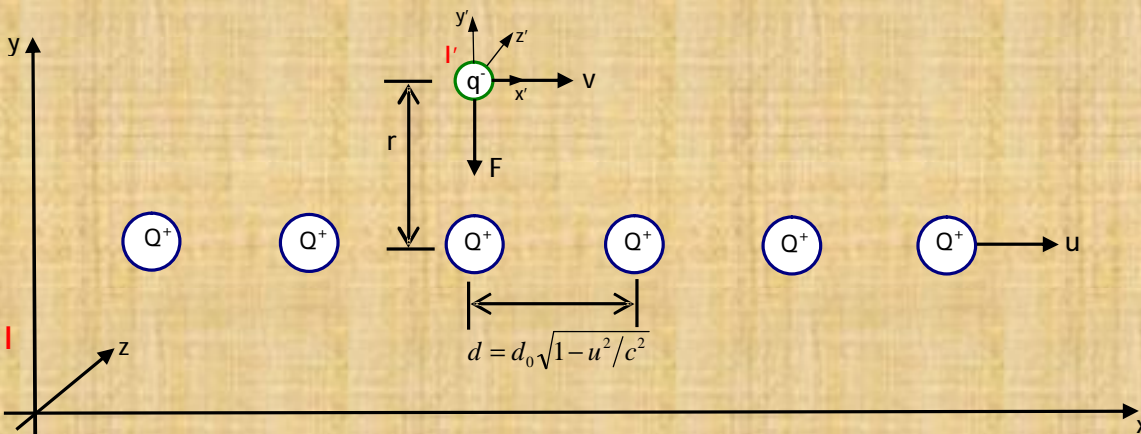


Fig. A3.3: Current of positive charge (speed u) and an electron whose speed is v , in the reader's steady system I .

a) Evaluation of F on an electromagnetic basis, in the system I :

First of all, we remind ourselves of the fact that if we have N charges Q in line and d spaced (as per Fig. A3.3), then the linear charge density λ will be:

$$I = N \cdot Q / N \cdot d = Q/d .$$

Now, still with reference to Fig. A3.3, in the system I , for the electromagnetics the electron will undergo the Lorentz force $F_l = q(E + v \times B)$ which is made of an originally electrical component and of a magnetic one:

$$F_{el} = E \cdot q = \left(\frac{1}{\epsilon_0} \frac{I}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q/d}{2pr} \right) q \quad \text{due to the electric attraction from a linear distribution of charges } Q, \text{ and:}$$

$$F_{magn} = m_0 \frac{I}{2pr} = m_0 \frac{Q/t}{2pr} = m_0 \frac{Q/(d/u)}{2pr} = m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \quad (\text{Biot and Savart}).$$

$$\text{So: } F_l = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d}{2pr} - v m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \right) = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - m_0 uv \right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad (\text{A3.1})$$

where the negative sign tells us the magnetic force is repulsive, in that case, because of the real directions of those currents, and where the steady distance d_0 is contracted to d , according to Lorentz, in the system I where charges Q have got speed u ($d = d_0 \sqrt{1-u^2/c^2}$).

b) Evaluation of F on an electric base, in the steady system I' of q :

in the system I' the charge q is still and so it doesn't represent any electric current, and so there will be only a Coulomb electric force towards charges Q :

$$F'_{el} = E' \cdot q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{I'}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d'}{2pr} \right) q = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad (\text{A3.2})$$

where u' is the speed of the charge distribution Q in the system I' , which is due to u and v by means of the well known relativistic theorem of composition of speeds:

$$u' = (u - v) / (1 - uv/c^2), \quad (\text{A3.3})$$

and d_0 , this time, is contracted indeed, according to u' : $d' = d_0 \sqrt{1-u'^2/c^2}$.

We now note that, through some algebraic calculations, the following equality holds (see (A3.3)):

$$1 - u'^2/c^2 = \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)}{(1 - uv/c^2)^2}, \quad \text{which, if replacing the radicand in (A3.2), yields:}$$

$$F'_{el} = E' \cdot q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{I'}{2pr} \right) q = \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d'}{2pr} \right) q = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (\text{A3.4})$$

We now want to compare (A3.1) with (A3.4), but we still cannot, as one is about I and the other is about I' ; so, let's scale F'_{el} in (A3.4), to I , too, and in order to do that, we see that, by definition of the force itself, in I' :

$$F'_{el}(in_I') = \frac{\Delta p_{I'}}{\Delta t_{I'}} = \frac{\Delta p_I}{\Delta t_I \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{F_{el}(in_I)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{where } \Delta p_{I'} = \Delta p_I, \text{ as } \Delta p \text{ extends along } y, \text{ and not}$$

along the direction of the relative motion, so, according to the Lorentz transformations, it doesn't change, while Δt , of course, does. So:

$$\begin{aligned} F_{el}(in_I) &= F'_{el}(in_I') \sqrt{1 - v^2/c^2} = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \\ &= q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = F_{el}(in_I) \end{aligned} \quad (\text{A3.5})$$

Now we can compare (A3.1) with (A3.5), as now both are related to the I system. Let's write them one over another:

$$F_l(in_I) = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d}{2pr} - v m_0 \frac{uQ/d}{2pr} \right) = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - m_0 uv \right) \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$F_{el}(in_I) = q \left(\frac{1}{e_0} \frac{Q/d_0}{2pr} \right) \frac{(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = q \frac{Q/d_0}{2pr} \left(\frac{1}{e_0} - \frac{uv}{e_0 c^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Therefore we can state that these two equations are identical if the following identity holds: $c = 1/\sqrt{e_0 m_0}$, and this identity is known since 1856. As these two equations are identical, the magnetic force has been traced back to the Coulomb's electric force, so the unification of electric and magnetic fields has been accomplished!!

App. 1-Chapter 4: Justification of the equation $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ previously used for the unification of electric and gravitational forces (Rubino).

App. 1-Par. 4.1: The equation $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$ (!).

First of all, we have already checked the validity of the equation $R_{Univ} = \sqrt{N} r_e$, used in (A2.2), as it has proved to be numerically correct.

And it's also justified on an oscillatory basis and now we see how; such an equation tells us the radius of the Universe is equal to the classic radius of the electron multiplied by the square root of the number of electrons (and positrons) N in which the Universe can be thought as made of. (We know that in reality almost all the matter in the Universe is not made of e^+e^- pairs, but rather of p^+e^- pairs of hydrogen atoms H, but we are now interested in considering the Universe as made of basic bricks, or in fundamental harmonics, if you like, and we know that electrons and positrons are basic bricks, as they are stable, while the proton doesn't seem so, and then it's neither a fundamental harmonic, and so nor a basic brick).

Suppose that every pair e^+e^- (or, for the moment, also p^+e^- (H), if you like) is a small spring (this fact has been already supported by reasonings made around (A2.3)), and that the Universe is a big oscillating spring (now contracting towards its center of mass) with an oscillation amplitude obviously equal to R_{Univ} , which is made of all microoscillations of e^+e^- pairs.

And, at last, we confirm that those micro springs are all randomly spread out in the Universe, as it must be; therefore, one is oscillating to the right, another to the left, another one upwards and another downwards, and so on.

Moreover e^+ and e^- components of each pair are not fixed, so we will not consider N/2 pairs oscillating with an amplitude $2r_e$, but N electrons/positrons oscillating with an amplitude r_e .

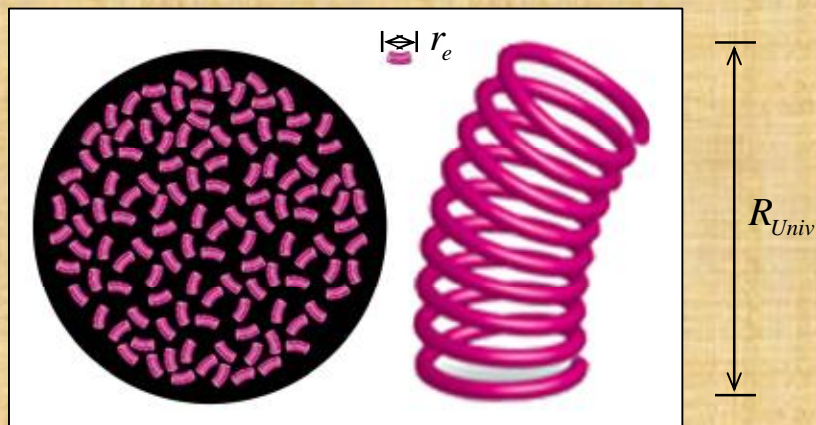


Fig. A4.1: The Universe represented as a set of many (N) small springs, oscillating on random directions, or as a single big oscillating spring.

Now, as those micro oscillations are randomly oriented, their random composition can be shown as in Fig. A4.2.

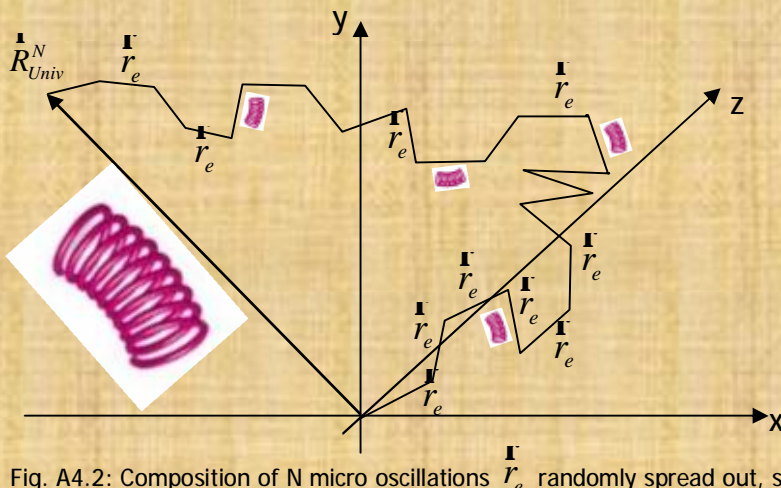


Fig. A4.2: Composition of N micro oscillations r_e randomly spread out, so forming the global oscillation R_{Univ} .

We can obviously write that: $\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N = \dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} + \dot{\mathbf{r}}_e$ and the scalar product $\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N$ with itself yields:

$\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N \cdot \dot{\mathbf{R}}_{Univ}^N = (R_{Univ}^N)^2 = (R_{Univ}^{N-1})^2 + 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e + r_e^2$; we now take the mean value:

$$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e \rangle + \langle r_e^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle, \quad (A4.1)$$

as $\langle 2\dot{\mathbf{R}}_{Univ}^{N-1} \cdot \dot{\mathbf{r}}_e \rangle = 0$, because $\dot{\mathbf{r}}_e$ can be oriented randomly over 360° (or over 4π sr, if you like), so a vector averaging with it, as in the previous equation, yields zero.

We so rewrite (A4.1): $\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle$ and proceeding, on it, by induction:

(by replacing N with N-1 and so on):

$$\langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle, \text{ and then: } \langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-3})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle \text{ etc, we get:}$$

$$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-1})^2 \rangle + \langle r_e^2 \rangle = \langle (R_{Univ}^{N-2})^2 \rangle + 2\langle r_e^2 \rangle = \dots = 0 + N\langle r_e^2 \rangle = N\langle r_e^2 \rangle, \text{ that is:}$$

$$\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle = N\langle r_e^2 \rangle, \text{ from which, by taking the square roots of both sides:}$$

$$\sqrt{\langle (R_{Univ}^N)^2 \rangle} = R_{Univ} = \sqrt{N} \sqrt{\langle r_e^2 \rangle} = \sqrt{N} \cdot r_e, \text{ that is:}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N} \cdot r_e \quad !!! \quad (\text{Rubino}) \quad (A4.2)$$

Anyway, it's well known that, in physics, for instance, the walk R made over N successive steps r, and taken in random directions, is really the square root of N by r (see, for instance, studies on Brownian movement).

App. 1-Chapter 5: "a_{Univ}" as absolute responsible of all forces.

App. 1-Par. 5.1: Everything from "a_{Univ}".

Still in agreement with what has been said so far, the cosmic acceleration itself a_{Univ} is responsible for gravity all, and so for the terrestrial one, too. In fact, just because the Earth is dense enough, it's got a gravitational acceleration on its surface g=9,81 m/s², while if today we could consider it as composed of electrons randomly spread, just like in Fig. A4.1

for the Universe, then it would have a radius $\sqrt{\frac{M_{Earth}}{m_e}} \cdot r_e = \sqrt{N_{Earth}} \cdot r_e$, and the gravitational acceleration on its

surface would be:

$$g_{New} = G \frac{M_{Earth}}{(\sqrt{N_{Earth}} \cdot r_e)^2} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} m / s^2 \quad !!!$$

Therefore, once again we can say that the gravitational force is due to the collapsing of the Universe by a_{Univ}, and all gravitational accelerations we meet, time after time, for every celestial object, are different from a_{Univ} according to how much such objects are compressed.

App. 1-Par. 5.2: Summarizing table of forces.

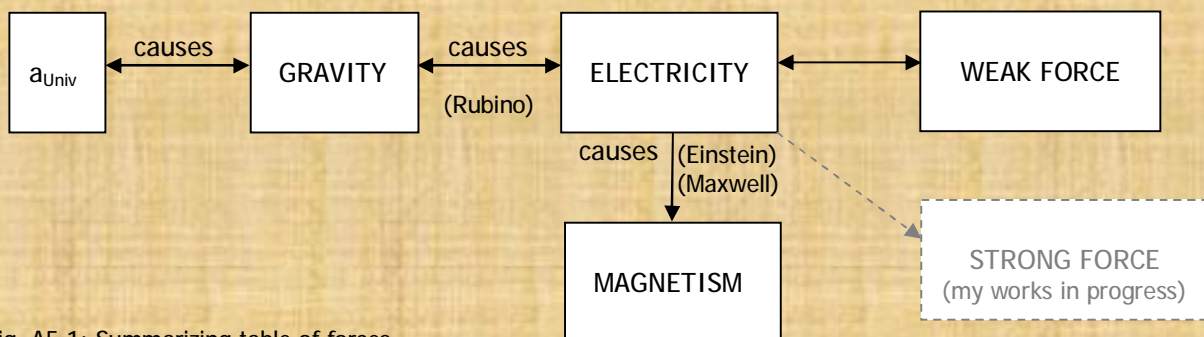


Fig. A5.1: Summarizing table of forces.

App. 1-Par. 5.3: Further considerations on composition of the Universe in pairs +/-.

The full releasing of every single small spring which stands for the electron-positron pair, is nothing but the annihilation, with turning into photons of those two particles. In such a way, that pair wouldn't be represented anymore by a pointed wave, pointed in certain place and time, (for instance $\sin(x - vt)/(x - vt)$, or the similar $d(x - vt)$ of Dirac), where the pointed part would stand for the charge of the spring, but it will be represented by a function like $\sin(x - ct)$, omogeneous along all its trajectory, and this is what a photon is. This will happen when the collapsing of the Universe in its center of mass will be accomplished.

Moreover, the essence of the pairs e^+e^- , or, in this era, of e^-p^+ , is necessary in order not to violate Principle of Conservation of Energy. In fact, the Universe seems to vanish towards a singularity, after its collapsing, or taking place from nothing, during its inverse Big Bang-like process, and so doing, it would be a violation of such a conservation principle, if not supported by the Indetermination Principle, according to which an energy ΔE is legitimated to appear anyhow, unless it lasts less than Δt , in such a way that $\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar/2$; in other words, it can appear provided that the observer doesn't have enough time, in comparison to his means of measure, to figure it out, so coming to the ascertainment of a violation. And, by the same token, the whole Universe, which is made of pairs +/-, has this property. And the appearing of a ΔE made of a pair of particles, shows the particles to reject each other first, so showing the same charge, while the successive annihilation after Δt shows a successive attraction, showing now opposite charges. So, the appearing and the annihilation correspond to the expansion and collapsing of the Universe. Therefore, if we were in an expanding Universe, we wouldn't have any gravitational force, or it were opposite to how it is now, and it's not true that just the electric force can be repulsive, but the gravitational force, too, can be so (in an expanding Universe); now it's not so, but it was!

The most immediate philosophical consideration which could be made, in such a scenario, is that, how to say, anything can be born (can appear), provided that it dies, and quick enough; so the violation is avoided, or better, it's not proved/provable, and the Principle of Conservation of Energy is so preserved, and the contradiction due to the appearing of energy from nothing is gone around, or better, it is contradicted it itself.

App. 1-Par. 5.4: The Theory of Relativity is just an interpretation of the oscillating Universe just described, contracting with speed c and acceleration a_{univ} .

On composition of speeds:

1) Case of a body whose mass is m . If in our reference system I , where we (the observers) are at rest, there is a body whose mass is m and it's at rest, we can say: $v_1 = 0$ and $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$. If now I give kinetic energy to it, it will

jump to speed v_2 , so that, obviously: $E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ and its delta energy of GAINED energy $\Delta_{\uparrow}E$ (delta up) is:

$$\Delta_{\uparrow}E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = \frac{1}{2}m(v_2 - 0)^2 = \frac{1}{2}m(\Delta v)^2, \text{ with } \Delta v = v_2 - v_1.$$

Now, we've obtained a Δv which is simply $v_2 - v_1$, but this is a PARTICULAR situation and it's true only when it starts from rest, that is, when $v_1 = 0$.

On the contrary: $\Delta_{\uparrow}E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(\Delta_v v)^2$, where Δ_v is a vectorial delta:

$\Delta_v v = \sqrt{(v_2^2 - v_1^2)}$; therefore, we can say that, apart from the particular case when we start from rest ($v_1 = 0$), if we are still moving, we won't have a simple delta, but a vectorial one; this is simple base physics.

2) Case of the Earth. In our reference system I , in which we (the observers) are at rest, the Earth (E-Earth) rotates around the Sun with a total energy:

$$E_{Tot} = \frac{1}{2}m_E v_E^2 - G \frac{M_{Sun} m_E}{R_{E-S}}, \text{ and with a kinetic energy } E_K = \frac{1}{2}m_E v_E^2. \text{ If now we give the Earth a delta up}$$

$\Delta_{\uparrow}E$ of kinetic energy in order to make it jump from its orbit to that of Mars (M-Mars), then, just like in the previous point 1, we have:

$$\Delta_{\uparrow}E = \frac{1}{2}m_E v_E^2 - \frac{1}{2}m_E v_M^2 = \frac{1}{2}m_E (v_E^2 - v_M^2) = \frac{1}{2}m_E (\Delta_v v)^2, \text{ with } \Delta_v v = \sqrt{(v_E^2 - v_M^2)}, \text{ and so also here the}$$

speed deltas are vectorial-like (Δ_v).

3) Case of the Universe. In our reference system I, where we (the observers) are at rest, if we want to make a body, whose mass is m_0 and originally at rest, get speed V , we have to give it a delta v indeed, but for all what has been said so far, as we are already moving in the Universe, (and with speed c), as for above points 1 and 2, such a delta v must withstand the following (vectorial) equality:

$$V = \Delta_v v = \sqrt{(c^2 - v_{New-Abs-Univ-Speed}^2)}, \quad (A5.1)$$

where $v_{New-Abs-Univ-Speed}$ is the new absolute speed the body (m_0) looks to have, not with respect to us, but with respect to the Universe and its center of mass.

As a matter of fact, a body is inexorably linked to the Universe where it is, in which, as chance would have it, it already moves with speed c and therefore has got an intrinsic energy $m_0 c^2$.

In more details, as we want to give the body (m_0) a kinetic energy E_k , in order to make it gain speed V (with respect to us), and considering that, for instance, in a spring which has a mass on one of its ends, for the harmonic motion law, the speed follows a harmonic law like:

$$v = (wX_{Max}) \sin a = V_{Max} \sin a \quad (v_{New-Abs-Univ-Speed} = c \sin a, \text{ in our case}),$$

and for the harmonic energy we have a harmonic law like:

$$E = E_{Max} \sin a \quad (m_0 c^2 = (m_0 c^2 + E_K) \sin a, \text{ in our case}),$$

we get $\sin a$ from the two previous equations and equal them, so getting:

$$v_{New-Abs-Univ-Speed} = c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K},$$

now we put this expression for $v_{New-Abs-Univ-Speed}$ in (A5.1) and get:

$$V = \Delta_v v = \sqrt{(c^2 - v_{New-Abs-Univ-Speed}^2)} = \sqrt{[c^2 - (c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K})^2]} = V, \text{ and we report it below:}$$

$$V = \sqrt{[c^2 - (c \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_K})^2]} \quad (A5.2)$$

If now we get E_k from (A5.2), we have:

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad !!! \text{ which is exactly the Einstein's relativistic kinetic energy!}$$

If now we add to E_k such an intrinsic kinetic energy of m_0 (which also stands "at rest" – rest with respect to us, not with respect to the center of mass of the Universe), we get the total energy:

$$E = E_k + m_0 c^2 = m_0 c^2 + m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} m_0 c^2 = g \cdot m_0 c^2, \text{ that is the well known}$$

$$E = g \cdot m_0 c^2 \quad (\text{of the Special Theory of Relativity}). \quad (A5.3)$$

All this after that we supposed to bring kinetic energy to a body at rest (with respect to us). Equation (A5.3) works very well on particle accelerators, where particles gain energy, but there are cases (collapsing Universe and Atomic Physics) where masses lose energy and radiate, instead of gaining it, and in such cases (A5.3) is completely inapplicable, as it's in charge for added energies, not for lost ones.

App. 1-Par. 5.5: On "Relativity" of lost energies.

In case of lost energies (further phase of the harmonic motion), the following one must be used:

$$E = \frac{1}{g} \cdot m_0 c^2 \quad (\text{Rubino}) \quad (A5.4)$$

which is intuitive just for the simple reason that, with the increase of the speed, the coefficient $1/g$ lowers m_0 in favour of the radiation, that is of the lost of energy; unfortunately, this is not provided for by the Theory of Relativity, like in (A5.4).

For a convincing proof of (A5.4) and of some of its implications, I have further files about.

By using (A5.4) in Atomic Physics in order to figure out the ionization energies $\Delta_{\downarrow}E_Z$ of atoms with just one electron, but with a generic Z, we come to the following equation, for instance, which matches very well the experimental data:

$$\Delta_{\downarrow}E_Z = m_e c^2 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{Ze^2}{2e_0 hc} \right)^2} \right] \quad (\text{A5.5})$$

and for atoms with a generic quantum number n and generic orbits:

$$\Delta_{\downarrow}E_{Z-n} = m_e c^2 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{Ze^2}{4ne_0 hc} \right)^2} \right] \quad (\text{Wählin}) \quad (\text{A5.6})$$

Orbit (n)	Energy (J)	Orbit (n)	Energy (J)
1	2,1787 10^{-18}	5	8,7147 10^{-20}
2	5,4467 10^{-19}	6	6,0518 10^{-20}
3	2,4207 10^{-19}	7	4,4462 10^{-20}
4	1,3616 10^{-19}	8	3,4041 10^{-20}

Tab. A5.1: Energy levels in the hydrogen atom H (Z=1), as per (A5.6).

On the contrary, the use of the here unsuitable (A5.3) doesn't match the experimental data, but brings to complex corrections and correction equations (Fock-Dirac etc), which tries to "correct", indeed, an unsuitable use.

Again, in order to have clear proofs of (A5.5) and (A5.6), I have further files about.

App. 1-SUBAPPENDIXES.

App. 1-Subpendix 1: Physical constants.

- Boltzmann's Constant k: $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$
- Cosmic Acceleration a_{Univ} : $7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m / s}^2$
- Distance Earth-Sun AU: $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
- Mass of the Earth M_{Earth} : $5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- Radius of the Earth R_{Earth} : $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
- Charge of the electron e: $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Number of electrons equivalent of the Universe N: $1,75 \cdot 10^{85}$
- Classic radius of the electron r_e : $2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
- Mass of the electron m_e : $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Fine structure Constant $a (\cong 1/137)$: $7,30 \cdot 10^{-3}$
- Frequency of the Universe n_{Univ} : $4,05 \cdot 10^{-21} \text{ Hz}$
- Pulsation of the Universe $w_{\text{Univ}} (= H_{\text{global}})$: $2,54 \cdot 10^{-20} \text{ rad/s}$
- Universal Gravitational Constant G: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$
- Period of the Universe T_{Univ} : $2,47 \cdot 10^{20} \text{ s}$
- Light Year l.y.: $9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- Parsec pc: $3,26 _ \text{ a.l.} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- Density of the Universe ρ_{Univ} : $2,32 \cdot 10^{-30} \text{ kg / m}^3$
- Microwave Cosmic Radiation Background Temp. T: $2,73 \text{ K}$
- Magnetic Permeability of vacuum μ_0 : $1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$
- Electric Permittivity of vacuum ϵ_0 : $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$

Planck's Constant h : $6,625 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

Mass of the proton m_p : $1,67 \cdot 10^{-27} kg$

Mass of the Sun M_{Sun} : $1,989 \cdot 10^{30} kg$

Radius of the Sun R_{Sun} : $6,96 \cdot 10^8 m$

Speed of light in vacuum c : $2,99792458 \cdot 10^8 m / s$

Stephan-Boltzmann's Constant σ : $5,67 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4$

Radius of the Universe (from the centre to us) R_{Univ} : $1,18 \cdot 10^{28} m$

Mass of the Universe (within R_{Univ}) M_{Univ} : $1,59 \cdot 10^{55} kg$

Thank you for your attention.

Leonardo RUBINO

leonrubino@yahoo.it

Bibliografia:

- 1) (*M. Alonso & E.J. Finn*) FUNDAMENTAL UNIVERSITY PHYSICS III, Addison-Wesley.
- 2) (*C. Rossetti*) ISTITUZIONI DI FISICA TEORICA (Intr. alla M.Q.), Levrotto & Bella.
- 3) (*R. Gautreau & W. Savin*) FISICA MODERNA – Schaum.
- 4) (*L. Wáhlin*) THE DEADBEAT UNIVERSE, 2nd Ed. Rev., Colutron Research.
- 5) (*R. Feynman*) LA FISICA DI FEYNMAN I-II e III – Zanichelli.
- 6) (*Lionel Lovitch-Sergio Rosati*) FISICA GENERALE, Eletticità, Magnetismo, Elettromagnetismo Relatività Ristretta, Ottica, Meccanica Quantistica , 3^a Edizione; Casa Editrice Ambrosiana-Milano.
- 7) (*C. Mencuccini e S. Silvestrini*) FISICA I – Meccanica-Termodinamica, Liguori.
- 8) (*C. Mencuccini e S. Silvestrini*) FISICA II – Elettromagnetismo-Ottica, Liguori.
- 9) (*R. Sexl & H.K. Schmidt*) SPAZIOTEMPO – Vol. 1, Boringhieri.
- 10) (*V.A. Ugarov*) TEORIA DELLA RELATIVITA' RISTRETTA, Edizioni Mir.
- 11) (*A. Liddle*) AN INTRODUCTION TO MODERN COSMOLOGY, 2nd Ed., Wiley.
- 12) (*A. S. Eddington*) THE EXPANDING UNIVERSE, Cambridge Science Classics.
- 13) ENCYCLOPEDIA OF ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS, Nature Publishing Group & Institute of Physics Publishing.
- 14) (*Keplero*) THE HARMONY OF THE WORLD.
- 15) (*H. Bradt*) ASTROPHYSICS PROCESSES, Cambridge University Press.
