

L'individuazione sperimentale del moto assoluto

Fausto Vezzano

sitofausto@gmail.com

Sommario

In questo articolo dapprima introduco il lettore a un metodo per lo studio delle particelle emesse da un forellino praticato sulla parete di un recipiente contenente gas (fissata una generica distribuzione delle velocità), studiando in particolare cosa accade al gas di fotoni. Poi applico sostanzialmente lo stesso metodo al caso in cui il recipiente sia in moto rettilineo uniforme rispetto allo spazio assoluto, per il quale suppongo isotropa la velocità della luce. La tesi di fondo di questo articolo è che la natura corpuscolare potrebbe essere sfruttata per mettere in discussione l'idea secondo la quale l'anisotropia della velocità della luce non sarebbe sperimentalmente accessibile di principio.

1 Considerazioni iniziali

Come si sa, l'equazione $E = h\nu$ non costituisce solo un misterioso artificio matematico per dedurre la legge di Planck. Gli sviluppi della fisica nei primi decenni del XX secolo ne hanno dato una convincente interpretazione fisica per mezzo dell'introduzione di veri e propri corpuscoli di luce, con precisi riscontri sperimentali. Affermare che su una certa superficie incidono tot fotoni al secondo è una affermazione dotata di accesso sperimentale. Fatta questa premessa voglio ricordare al lettore che esiste una teoria che, basandosi su spazio e tempo assoluti, da una descrizione soddisfacente di tutti i fenomeni della cinematica relativistica, quali ad esempio il paradosso dei gemelli, l'aumento della vita media delle particelle ad alta velocità, l'esistenza di una velocità limite, l'effetto Doppler relativistico, l'esito nullo degli esperimenti interferometrici (interferometro di Michelson, anche con bracci disuguali) e ottici in generale, ecc. È sufficiente supporre che quando un oggetto è in moto rispetto allo spazio assoluto venga contratto lungo la direzione del moto di un fattore γ , e che i suoi processi subiscano un rallentamento della stessa entità. A prima vista parlare di spazio e tempo assoluti, in una tale teoria, sarebbe comunque senza senso, a causa di una apparente impossibilità di principio di individuare una anisotropia nella velocità di propagazione della luce. Come dice Born nel libro "la sintesi einsteiniana"

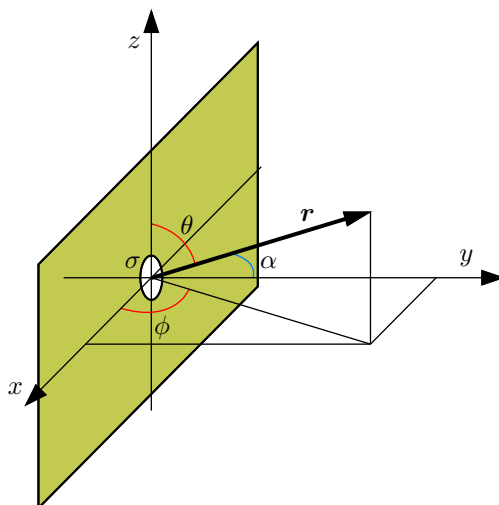
Un concetto è inerente alla realtà fisica quando è possibile rivelare, mediante l'osservazione sperimentale, l'esistenza di qualche fenomeno a cui esso corrisponda.

Bisogna però notare che, se si considera la natura corpuscolare della luce, un metodo per valutare l'anisotropia della velocità della luce potrebbe in effetti esistere. Il che non significa che lo spazio assoluto (e con esso il tempo assoluto, la simultaneità assoluta degli eventi, ecc.) esista, ma solo che la sua esistenza potrebbe essere sperimentalmente accessibile. Anche se si considera la contrazione e il rallentamento come effetti del moto assoluto.

2 Caso del recipiente in quiete assoluta (o della non esistenza dello spazio assoluto)

2.1 Approccio generico

Supponiamo di praticare sulla parete di un recipiente in equilibrio termico, un foro σ con dimensioni lineari infinitesime rispetto alle dimensioni lineari del volume, in modo che non venga alterato l'equilibrio interno. Ci chiediamo quante particelle escono dal foro (per unità di tempo e di superficie del foro), essendo nota la distribuzione delle velocità del gas all'interno della cavità. Rifacciamoci a questa figura, dove si chiarisce l'orientamento del piano forato della cavità, rispetto agli assi. Sono segnati gli usuali angoli delle coordinate sferiche e l'angolo tra il vettore posizione \mathbf{r} e l'asse y , che chiameremo α . Come si vede il piano xz coincide con la parete forata del recipiente.



Consideriamo un elemento di volume $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ piccolo rispetto alla scatola e grande rispetto alle particelle. A un certo istante emette particelle in tutte le direzioni secondo la distribuzione delle velocità $f(v)$. Le particelle emesse sono $dN = nr^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$, essendo n la densità di particelle. Per calcolare la frazione dX_{dg} di queste particelle che hanno la direzione giusta per uscire dal foro consideriamo che il volumetto vede il foro con un'area pari al prodotto scalare tra il versore \mathbf{u}_r (che indica \mathbf{r}) e il vettore $\sigma \mathbf{j}$, che è il vettore

della superficie infinitesima del forellino, orientato verso l'interno del recipiente. Tale prodotto scalare è ovviamente pari a $\sigma \cos \alpha$. Come vedremo nel paragrafo 3.7, $\cos \alpha$ vale $\sin \theta \sin \phi$. Ci aspettiamo che la frazione cercata sia uguale al rapporto tra quest'area e la superficie della sfera centrata in \mathbf{r} e passante per l'origine. Dunque

$$dX_{dg} = \frac{\sigma \sin \theta \sin \phi}{4\pi r^2} \quad (1)$$

Consideriamo inoltre che, delle particelle che escono dal volumetto, solo una frazione ΔX_{vs} possiede una velocità sufficiente per raggiungere il foro nell'unità di tempo. Se $f(v)$ è la distribuzione normalizzata delle velocità, tale frazione deve valere

$$\Delta X_{vs} = \int_r^\infty f(v) dv \quad (2)$$

Abbiamo dunque che delle dN particelle che a un certo istante occupano il volume elementare considerato, quelle che nell'unità di tempo usciranno dal foro sono

$$d\tilde{N} = dX_{dg} \cdot \Delta X_{vs} \cdot dN = \frac{\sigma \sin^2 \theta \sin \phi}{4\pi} \left(\int_r^\infty f(v) dv \right) n dr d\theta d\phi \quad (3)$$

Integrando su tutto il semispazio troviamo allora che le particelle che escono dal foro nell'unità di tempo sono

$$\frac{\sigma n}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^\pi \sin \phi d\phi \int_0^\infty \left(\int_r^\infty f(v) dv \right) dr \quad (4)$$

Gli integrali sugli angoli valgono rispettivamente $\frac{\pi}{2}$ e 2 quindi il numero di particelle che escono dal foro nell'unità di tempo e superficie è (poiché siamo interessati al numero di particelle per unità di superficie del foro, dividiamo per σ)

$$N = \frac{n}{4} \cdot \xi \quad (5)$$

dove

$$\xi = \int_0^\infty \left(\int_r^\infty f(v) dv \right) dr \quad (6)$$

2.2 Applicazione al caso relativistico estremo

Noi qui siamo interessati alla radiazione elettromagnetica in cavità, quindi a particelle nel limite relativistico estremo¹. Per esso la distribuzione delle velocità è ovviamente una delta di Dirac. Abbiamo allora

$$\int_r^\infty f(v) dv = \begin{cases} 1 & \text{se } r < c \\ 0 & \text{se } r > c \end{cases} \quad (7)$$

¹Il metodo è comunque generico, e applicabile anche al caso classico. Sfruttando la distribuzione delle velocità di Maxwell e il risultato $\int_0^\infty \left(\int_r^\infty v^2 e^{-av^2} dv \right) dr = \frac{1}{2a^2}$ si ottiene con qualche conto che il numero di particelle che escono dal foro (nell'unità di tempo e per unità di superficie del foro) è $\frac{n\langle v \rangle}{4}$, dove ho anche sostituito la velocità media $\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ che emerge dalla distribuzione maxwelliana stessa.

il che implica la

$$\int_0^\infty \left(\int_r^\infty f(v) dv \right) dr = \int_0^c 1 \cdot dr = c \quad (8)$$

Quindi se il gas è estremamente relativistico, il numero di particelle che esce dal foro nell'unità di tempo e per unità di superficie del foro è

$$N = \frac{nc}{4} \quad (9)$$

3 Recipiente in moto assoluto

3.1 Considerazioni iniziali

Chiediamoci ora cosa accade se il recipiente è in moto assoluto. Nella nostra analisi il sistema di riferimento, la terna degli assi, sarà in quiete assoluta. Il recipiente si muoverà a velocità assoluta v nella direzione delle y crescenti. All'istante zero il forellino sarà nell'origine. La posizione del generico volumetto dV è

$$\mathbf{r} = (r \sin \theta \cos \phi; r \sin \theta \sin \phi; r \cos \theta) \quad (10)$$

mentre la posizione del forellino al tempo assoluto t è

$$(0; vt; 0) \quad (11)$$

dove v è la velocità assoluta del recipiente e t è l'istante assoluto.

3.2 Il vettore \mathbf{r}' e il suo versore

Il vettore \mathbf{r}' che punta dalla posizione del forellino (al tempo t) al volumetto è

$$\mathbf{r}' = (r \sin \theta \cos \phi; r \sin \theta \sin \phi - vt; r \cos \theta) \quad (12)$$

ed ha modulo

$$r' = |\mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 + v^2 t^2 - 2rvt \sin \phi \sin \theta} \quad (13)$$

quindi il versore che indica la direzione di \mathbf{r}' è

$$\mathbf{u}_{r'} = \frac{(r \sin \theta \cos \phi; r \sin \theta \sin \phi - vt; r \cos \theta)}{\sqrt{r^2 + v^2 t^2 - 2rvt \sin \phi \sin \theta}} \quad (14)$$

3.3 L'istante d'impatto

L'istante in cui il fronte d'onda che parte dal volumetto al tempo zero, tocca il forellino (che nel frattempo si è portato avanti), è soluzione dell'equazione

$$|\mathbf{r}'| = ct \quad (15)$$

cioè dell'equazione

$$\sqrt{r^2 + v^2 t^2 - 2rvt \sin \phi \sin \theta} = ct \quad (16)$$

che ha soluzioni

$$t_{1,2} = \frac{-vr \sin \phi \sin \theta \pm r \sqrt{v^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta + c^2 - v^2}}{c^2 - v^2} \quad (17)$$

Verifichiamo che la soluzione con il meno è negativa

$$\frac{-v \sin \phi \sin \theta - r \sqrt{v^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta + c^2 - v^2}}{c^2 - v^2} \quad (18)$$

Nella nostra situazione fisica, ϕ e θ sono angoli compresi tra 0 e $\frac{\pi}{2}$, quindi $\sin \phi \sin \theta > 0$. Inoltre la velocità assoluta del recipiente deve essere minore di c (o la contrazione di FitzGerald annullerebbe la lunghezza). Ne concludiamo che la soluzione 18 è negativa (in quanto rapporto tra un numero negativo e uno positivo). La soluzione che noi cerchiamo è positiva per ovvi motivi fisici, quindi è l'altra:

$$\frac{r \sqrt{v^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta + c^2 - v^2} - vr \sin \phi \sin \theta}{c^2 - v^2} \quad (19)$$

Abbiamo così trovato l'istante assoluto in cui, il fronte d'onda uscente al tempo zero dal generico volumetto dV , incontra il foro viaggiante. Utilizzando il parametro β può essere scritto anche così

$$\frac{r}{c} \cdot \frac{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta + 1 - \beta^2} - \beta \sin \phi \sin \theta}{1 - \beta^2} \quad (20)$$

Per $\beta \rightarrow 0$ il termine moltiplicativo diventa unitario, come deve essere.

3.4 Versori utili

Il vettore \mathbf{r}' (che all'istante che abbiamo calcolato nel paragrafo 3.3 rappresenta il percorso fatto dalla luce dal volumetto al forellino) proiettato sull'asse z e sul piano xy ci restituisce rispettivamente i vettori

$$(0; 0; r \cos \theta) \quad (21)$$

$$(r \sin \theta \cos \phi; r \sin \theta \sin \phi - vt; 0) \quad (22)$$

Notiamo che nella nostra trattazione possiamo riferirci all'ottante positivo, vista la simmetria del problema basterà moltiplicare il risultato finale per 4. Abbiamo allora che il versore che indica la direzione del primo di questi due vettori è \mathbf{k} , mentre il secondo è dato da

$$\mathbf{u}_{r'_{xy}} = \frac{(r \sin \theta \cos \phi; r \sin \theta \sin \phi - vt; 0)}{\sqrt{r^2 \sin^2 \theta + v^2 t^2 - 2rtv \sin \phi \sin \theta}} \quad (23)$$

dove al denominatore si è naturalmente posto il modulo della 22.

3.5 Gli angoli ϕ' e θ'

Siano θ' l'angolo che il vettore \mathbf{r}' forma con l'asse z e ϕ' l'angolo che la proiezione di \mathbf{r}' sul piano xy forma con l'asse x . In pratica gli angoli ϕ' e θ' sono quelli che, in coordinate sferiche, individuano \mathbf{r}' . Il coseno di θ' è dato dal prodotto tra il versore \mathbf{k} e il versore che indica \mathbf{r}' (equazione 14), quindi da

$$\cos \theta' = \frac{r \cos \theta}{\sqrt{r^2 + v^2 t^2 - 2rvt \sin \phi \sin \theta}} \quad (24)$$

Il coseno di ϕ' è dato dal prodotto tra il versore \mathbf{i} e il versore che indica la proiezione di \mathbf{r}' sul piano xy (equazione 23), quindi

$$\cos \phi' = \frac{r \sin \theta \cos \phi}{\sqrt{r^2 \sin^2 \theta + v^2 t^2 - 2rtv \sin \phi \sin \theta}} \quad (25)$$

Poiché l'istante in questione è quello d'impatto, possiamo semplificare i conti sostituendo il primo denominatore (ma non il secondo) con ct , dove t è dato dalla 20, ottenuta dalla 15.

Possiamo ottenere θ' e ϕ' , calcolarne i seni e, infine, semplificare (sfruttando le semplificazioni A.1.1 e A.1.2). Otteniamo (fare attenzione ai compromessi tipografici, dovuti alla lunghezza delle espressioni, la 26 non è una frazione e nella 27 la linea di frazione è una sola)

$$\sin \theta' = \frac{\sqrt{1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 \theta - 2\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 2\beta \sin \phi \sin \theta \cos^2 \theta \sqrt{1 - \beta^2 + \beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta}}}{\sqrt{(\beta^4 + 1) \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 (\beta^2 - 1) - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1}}} \quad (26)$$

$$\sin \phi' = \frac{\sqrt{(\beta^2 - 1)^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + (\beta^4 + 1) \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 (\beta^2 - 1)}}{\sqrt{(\beta^2 - 1)^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + (\beta^4 + 1) \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 (\beta^2 - 1)}} \quad (27)$$

3.6 Contributo del volumetto ai fotoni che escono dal foro

In base alla stessa logica seguita nel paragrafo 2.1, siamo portati ad affermare che la frazione delle particelle del volumetto dV che ha la direzione giusta per uscire dal foro è

$$dX_{dg} = \frac{\sigma \sin \theta' \sin \phi'}{4\pi r'^2} \quad (28)$$

Poiché quello che ci interessa è l'istante d'impatto, per calcolare il termine $\frac{1}{4\pi r'^2}$ facciamo le stesse considerazioni fatte nel paragrafo precedente: poniamo $r' = ct$ dove t è dato dalla 20. Otteniamo che a questo istante il fattore $\frac{1}{4\pi r'^2}$ vale

$$\frac{2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + 2\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1}{4\pi r^2} \quad (29)$$

Naturalmente il numeratore diventa unitario se $\beta \rightarrow 0$. Per ora non ci preoccupiamo della frazione dei fotoni che ha velocità sufficiente ma pensiamo solo alla direzione giusta, nel caso di particelle aventi tutte la stessa velocità (come il nostro, visto che il gas è di fotoni e il sistema di riferimento è in quiete assoluta) il problema della velocità sufficiente può essere affrontato semplicemente prendendo un opportuno dominio di integrazione (si tratterà dell'insieme dei volumetti dai quali partono lampi di luce che raggiungono il foro entro l'unità di tempo e arrivando da destra). Per adesso diciamo che se il volumetto appartiene al dominio di integrazione, la frazione di fotoni che usciranno dal foro per unità di superficie del foro (dividiamo per σ) e di tempo (supponiamo che il volumetto appartenga al dominio di integrazione) è data dalla 29 moltiplicata per la 26 e la 27 (a causa dell'equazione 28). Moltiplicando per il numero di fotoni $nr^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ contenuti nel volumetto, troviamo il contributo del volumetto ai fotoni usciti dal foro. Sfruttando la semplificazione A.1.3 vediamo che il termine che stiamo cercando può essere scritto così

$$d\tilde{N} = n \frac{N_1(\beta, \theta, \phi)}{D_1(\beta, \theta, \phi)} dr d\theta d\phi \quad (30)$$

dove $N_1(\beta, \theta, \phi)$ è il prodotto di questi tre termini

$$\begin{aligned} & \sin \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta (2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + 2\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1)} \\ & \frac{(2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + 2\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1)}{\sqrt{(\beta^4 + 1) \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2(\beta^2 - 1) - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1}}} \end{aligned} \quad (31)$$

mentre $D_1(\beta, \theta, \phi)$ vale

$$4\pi \sqrt{\beta^2(1 - \beta^2) - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} - \sin^2 \theta (2\beta^2 \cos^2 \phi - \beta^4 - 1)} \quad (32)$$

Si vede facilmente che se β tende a zero, la 30 si riduce alla

$$\frac{n \sin \phi \sin^2 \theta}{4\pi} dr d\theta d\phi \quad (33)$$

che giustamente è pari all'angolo solido con cui il volumetto vede il forellino, diviso per 4π e moltiplicato per il numero di particelle inizialmente contenute nel volumetto.

3.7 L'angolo α

In questo paragrafo otterremo il valore dell'angolo α , l'angolo tra il vettore \mathbf{r} e l'asse y , che abbiamo già usato e che ci servirà nei prossimi paragrafi. Consideriamo che la proiezione del vettore \mathbf{r} (equazione 10) sull'asse y è data dal vettore

$$\mathbf{r}_p = (0, r \sin \theta \sin \phi, 0) \quad (34)$$

quindi il coseno dell'angolo tra questi due vettori, per le proprietà del prodotto scalare pari a $\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_p}{|\mathbf{r}| |\mathbf{r}_p|}$, è

$$\cos \alpha = \sin \theta \sin \phi \quad (35)$$

da cui

$$\alpha = \cos^{-1}(\sin \theta \sin \phi) \quad (36)$$

3.8 Il dominio di integrazione

Ora dobbiamo occuparci del problema del dominio di integrazione. Esso è costituito dai volumetti tali che i loro fotoni incontrano il forellino, prima che sia trascorsa l'unità di tempo e provenendo da destra. Quindi il volume di integrazione è dato dalla semisfera di raggio c a destra del punto $(0; v; 0)$ e dal cono che la collega all'origine. Giustifico questa dichiarazione: la semisfera è ovvia, quanto al cono consideriamo che gli estremi del dominio di integrazione sono tali che, all'istante d'impatto, \mathbf{r}' sia ortogonale all'asse y , cioè abbia componente y nulla (i fotoni che provengono dai volumetti con questa caratteristica, sono tali da colpire il forellino "da lato"). I volumetti così caratterizzati rappresentano l'estremo di integrazione, la separazione tra la regione dei volumetti che lanciano fotoni che colpiranno il forellino da destra, da quella dei volumetti che lanciano fotoni che colpiranno il forellino da sinistra. Questa condizione significa (vedi equazione 12) $r \sin \theta \sin \phi = vt$ dove t è l'istante d'impatto 20. Sostituendo $\sin \phi \sin \theta$ con $\cos \alpha$ e svolgendo qualche conto si trova che per questo valore limite di α vale la

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right) \quad (37)$$

In modo equivalente ma più breve possiamo scrivere

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \right) \quad (38)$$

che, come è facile convincersi con un disegno, definisce il cono che stavamo cercando. È allora chiaro che il dominio di integrazione di r va da zero a un valore (minimo di $\sqrt{c^2 + v^2}$ e massimo di $c + v$) che dipende dalle coordinate angolari. Facendo un disegno ci si convince che, per il teorema del coseno, la distanza x tra l'origine e il volumetto sulla superficie della semisfera caratterizzato dall'angolo α , deve essere soluzione dell'equazione

$$x^2 - 2v \cos \alpha \cdot x + v^2 - c^2 = 0 \quad (39)$$

È chiaro che a noi serve la soluzione maggiore delle due, quella col più. Sfruttando la 35 possiamo allora scrivere che x vale

$$c(\sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + \beta \sin \phi \sin \theta) \quad (40)$$

Abbiamo trovato l'estremo di integrazione di r in funzione degli angoli ϕ e θ .

3.9 Integrazione della variabile r

La variabile r non compare nel differenziale da integrare (equazione 30), inoltre il primo estremo di integrazione é zero, quindi l'integrazione in r coincide semplicemente con la moltiplicazione per il secondo estremo di integrazione. Inoltre per semplicità ci riferiamo, anzichè a tutto il semispazio, solo all'ottante positivo (ci eravamo serviti di questo stratagemma nel calcolo dei versori nel paragrafo 3.4, dal quale dipende tutto il resto, quindi dobbiamo mantenerlo). Vista la simmetria del problema il risultato non cambia, se abbiamo l'accortezza di moltiplicare per 4, come facciamo ora. Sfruttando la semplificazione A.1.4 otteniamo

$$d\tilde{N} = \frac{cn}{\pi} \cdot \frac{N_2(\beta, \theta, \phi)}{D_2(\beta, \theta, \phi)} d\theta d\phi \quad (41)$$

dove $N_2(\beta, \theta, \phi)$ è il prodotto di questi tre termini

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 - \cos^2 \theta (2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} + 2\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1)} \\ & \sqrt{(\beta^4 + 1) \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 (\beta^2 - 1) - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1}} \\ & \left((4\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1) \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} \right. \\ & \quad \left. + 4\beta^3 \sin^3 \phi \sin^3 \theta + 3\beta(1 - \beta^2) \sin \phi \sin \theta \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (42)$$

mentre $D_2(\beta, \theta, \phi)$ è

$$\frac{\sqrt{\beta^2(1 - \beta^2) - 2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1}}}{-\sin^2 \theta (2\beta^2 \cos^2 \phi - \beta^4 - 1)} \quad (43)$$

3.10 Integrazione delle variabili angolari

Confrontando la 37 e la 36 (ma anche utilizzando semplici considerazioni geometriche²) vediamo che le coppie di variabili angolari estreme, quelle che caratterizzano la circonferenza che sta alla base di semisfera e cono, devono essere collegate dalla relazione

$$\sqrt{\beta^2 + 1} \sin \theta \sin \phi = \beta \quad (44)$$

La relazione 44 può essere allora sfruttata per valutare l'estremo di integrazione nelle coordinate angolari. Ad esempio possiamo integrare ϕ da questo valore

$$\sin^{-1} \left(\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 1} \sin \theta} \right) \quad (45)$$

²Il raggio della circonferenza che sta alla base della semisfera è c e l'altezza del cono è v (infatti consideriamo un tempo unitario). Quindi il segmento che collega questa circonferenza all'origine è $\sqrt{v^2 + c^2}$, che proiettato sul piano xy ci dà $\sqrt{v^2 + c^2} \sin \theta$, il quale moltiplicato per $\sin \phi$ ci deve dare v .

a $\frac{\pi}{2}$. E poi integrare θ da $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)$ (il più piccolo angolo θ possibile che definisce la circonferenza, e che può essere scritto come $\tan^{-1}\beta$) a $\frac{\pi}{2}$. Abbiamo trovato come integrare le variabili angolari, ma sfortunatamente integrare la brutta 41 non appare una strada praticabile. Proseguiamo invece come mostrato nel paragrafo seguente.

4 Piccoli moti assoluti

4.1 Particelle che escono dal foro quando il moto assoluto è piccolo

Sfruttando lo sviluppo di McLaurin A.2.1 con il differenziale da integrare (equazione 41) vediamo che se il moto assoluto è piccolo esso è ottimamente approssimabile dal ben più semplice

$$d\tilde{N} = \frac{cn}{\pi} \sin\theta(4\beta \sin^2\phi \sin^2\theta + \sin\phi \sin\theta - \beta)d\theta d\phi \quad (46)$$

Sfruttando l'integrale elementare $\int(A \sin^2 x + B \sin x + C)dx = \frac{x(A+2C)}{2} - \cos x \left(\frac{A \sin x}{2} + B\right)$ e la semplificazione A.1.5 possiamo a questo punto integrare ϕ , dalla 45 a $\frac{\pi}{2}$, ottenendo

$$d\tilde{N} = \frac{-nc \sin\theta}{2\pi(\beta^2 + 1)} \cdot \left(2\beta(\beta^2 + 1) \sin^{-1}\left(\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 1} \sin\theta}\right) (2 \sin^2\theta - 1) - 2(\sqrt{\beta^2 + 1} + 2\beta^2) \sqrt{(\beta^2 + 1) \sin^2\theta - \beta^2} - \pi\beta(\beta^2 + 1)(2 \sin^2\theta - 1) \right) d\phi \quad (47)$$

Raccogliendo $\frac{nc}{2\pi}$ (senza il meno) e sfruttando la semplificazione A.1.6 possiamo poi integrare θ da $\tan^{-1}\beta$ a $\frac{\pi}{2}$ arrivando al risultato

$$\frac{nc(\sqrt{\beta^2 + 1}(2\beta^3 + 2\beta + 3) - 2\beta^2(\beta^2 - 3))}{12(\beta^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (48)$$

Sfruttando l'approssimazione A.2.2 vediamo che per piccoli β la 48 è equivalente alla

$$\frac{nc}{4} + \beta \frac{nc}{6} \quad (49)$$

4.2 Conclusioni

Riscriviamo la 49 in questo modo più chiaro

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fotoni emessi dalla cavità, nell'unità di} \\ \text{tempo e per unità di superficie del forel-} \\ \text{lino, se questo è praticato nella direzione} \\ \text{opposta a quella del moto assoluto.} \end{array} \right\} = \frac{nc}{4} \left(1 + \frac{2}{3}\beta \right) \quad (50)$$

Abbiamo cioè che l'ordinario flusso di fotoni che esce dal foro va moltiplicato per un fattore vicino all'unità, con un termine correttivo direttamente proporzionale alla (piccola) velocità assoluta. Ciò significa che in un laboratorio terrestre esistono direzioni del forellino tali che ruotando l'apparecchio di 180° si osserva mediamente all'incirca un fotone su mille in meno. Tale è l'ordine di grandezza della velocità del sistema solare (espressa come frazione della velocità della luce) rispetto alle masse cosmiche, a causa del moto galattico. Variazioni stagionali dovrebbero essere almeno un ordine di grandezza più piccole, e praticamente ininfluenti quelle giornaliere, anche se è importante tenere conto dell'ora perché se si fissa il recipiente con il laboratorio il forellino potrebbe subire variazioni di direzione fino a 180° (anche nulla, dipende dai casi). Se ad esempio in un certo giorno a una certa ora in Europa si osserva un maggiore flusso di fotoni orientando il forellino della cavità verso la terra, in Oceania si osserverà un flusso maggiore puntando verso il cielo. È vero che il flusso di fotoni è influenzato da fattori ambientali presumibilmente ben più significativi di quello qui ipotizzato, tuttavia se l'anisotropia dovuta al moto assoluto esiste, essa deve essere indubbiamente misurabile per mezzo di una accurata analisi statistica. Si potrebbe allora parlare di moto assoluto terrestre, intendendo con questa espressione "il moto rispetto al sistema di riferimento privilegiato, per il quale la velocità della luce è isotropa". Va notato che esistono altri effetti che in questo articolo non ho trattato, per esempio per rendere più significativo l'esperimento andrebbe calcolato il flusso di fotoni in meno quando il forellino è praticato, per così dire, a prua del recipiente. Inoltre se la normale al forellino è ortogonale al moto assoluto, bisognerà tenere conto del fatto che a causa della contrazione di Fitzgerald la superficie del forellino, in termini assoluti, non sarà più pari a σ , ma a $\frac{\sigma}{\gamma}$, in quanto nell'ellisse la superficie è proporzionale al prodotto degli assi. Tutte queste considerazioni non possono però influenzare le conclusioni tratte in questo articolo: se la velocità della luce è la stessa in tutte le direzioni solo per osservatori in quiete assoluta, allora sebbene sotto valide ipotesi ciò non è verificabile per mezzo di nessun esperimento ottico (Fizeau, Michelson, ecc.) o cinematico (misura dei tempi di vita delle particelle veloci, di fenomeni Doppler in contesti relativistici, ecc.), questa idea diventa falsificabile conteggiando i fotoni che emergono dietro al foro di una cavità. Solo se dopo avere stimato l'errore si trova che questo effetto non si verifica, si può affermare che effettivamente la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori inerziali e per tutte le direzioni, indipendentemente dal moto relativo. La questione dello spazio assoluto non è una assurdità metafisica, ammette una precisa risposta sperimentale che la conferma o la scarta.

5 Considerazioni finali

Una pecca di questo articolo (ma assolutamente non decisiva in relazione a ciò che mi proponevo di mostrare) è che presuppone la presenza di un rivelatore ideale, che rivela tutti i fotoni indipendentemente dalla loro energia. Mentre nella realtà solo i fotoni con energia superiore a una certa soglia potranno essere

effettivamente rivelati. Va tuttavia osservato che gli effetti dinamici non possono “compensare” l’analisi cinematica qui svolta. È ovvio che, al contrario, essi renderanno semmai sperimentalmente più evidente l’individuazione del moto assoluto. Ciò significa che l’equazione 50 costituisce un limite inferiore all’entità degli effetti dovuti al moto assoluto. Il non essermi occupato di dinamica mi impedisce anche di valutare l’influenza del moto assoluto del recipiente sulla densità di fotoni in cavità, ma questo non è un problema: in questo articolo la densità n era un parametro fissato, è del tutto lecito considerarlo costante durante le rotazioni del recipiente che effettuiamo per orientare in modo differente il forellino. Va infine osservato che un eventuale esito non nullo dell’esperimento implicherebbe una qualche sorta di collegamento tra le masse cosmiche e la radiazione elettromagnetica, senza però chiarirne il significato.

A Risultati matematici utili

Non tutti i conti svolti in questo articolo sono stati verificati con carta e penna, mi sono servito di alcuni risultati ottenuti per via informatica. Non per questo sono privi di certezza analitica (solo in un caso, come spiego, mi sono servito di una verifica numerica), tuttavia ho trascritto in questa appendice tutti i risultati matematici che non ho verificato a mano, sistemandoli in modo da facilitare una (improbabile, vista l'immensità e l'inutilità del lavoro) verifica con carta e penna. *Nota importante:* le variabili e le costanti che compaiono in questa sezione sono da considerarsi reali e positive, in caso contrario alcuni risultati assumerebbero una forma diversa (che però non ci interessa). Inoltre saranno positivi anche i seni e i coseni perché nella nostra situazione fisica gli angoli sono sempre compresi tra 0 e $\frac{\pi}{2}$.

A.1 Semplificazioni utili

A.1.1 Semplificazione per scrivere l'equazione 26

L'equazione

$$\sin \theta' = \sin \left(\cos^{-1} \left(\frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{\sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1 - \beta \sin \phi \sin \theta}} \right) \right) \quad (51)$$

è equivalente alla equazione 26 (preferibile perché non contiene funzioni inverse).

A.1.2 Semplificazione per scrivere l'equazione 27

L'equazione

$$\sin \phi' = \sin \left(\cos^{-1} \left(\frac{(1 - \beta^2) \cos \phi \sin \theta}{\sqrt{\frac{-2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} - \sin^2 \theta (2\beta^2 \cos^2 \phi - \beta^4 - 1) - \beta^2 (\beta^2 - 1)}} \right) \right) \quad (52)$$

è equivalente alla equazione 27, purché sia positiva l'espressione sotto radice al denominatore:

$$-2\beta \sin \phi \sin \theta \sqrt{\beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \theta - \beta^2 + 1} - \sin^2 \theta (2\beta^2 \cos^2 \phi - \beta^4 - 1) - \beta^2 (\beta^2 - 1) \quad (53)$$

Non possiedo la certezza analitica della positività di questa espressione per i valori di β , ϕ e θ fisicamente significativi, ma possiedo una solidissima certezza numerica. Ho infatti sostituito alle variabili valori casuali a dieci cifre negli intervalli fisicamente significativi ($\beta \in (0, 1)$ e $\phi, \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ radianti). Dopo molto più di centomila tentativi non è mai emersa una terna di valori che rendesse l'espressione 53 negativa. I valori spaziano da zero a uno, con un valore medio pari a circa 0,23.

A.1.3 Semplificazione per scrivere l'equazione 30

Il differenziale $nr^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ moltiplicato per le espressioni 29, 26 e 27, coincide con il secondo membro dell'equazione 30.

A.1.4 Semplificazione per scrivere l'equazione 41

Se moltiplichiamo il secondo membro dell'equazione 30 per l'equazione 40 e per 4 (fattore dovuto al fatto che ci riferiamo solo a uno dei quattro ottanti che ci interessano) otteniamo l'equazione 41.

A.1.5 Semplificazione per scrivere l'equazione 47

Se $\sin \theta > 0$ (come avviene nel nostro caso) vale l'equazione

$$\cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2 \sin \theta}} \right) \right) = \frac{\sqrt{(\beta^2 + 1) \sin^2 \theta - \beta^2}}{\sqrt{\beta^2 + 1} \sin \theta} \quad (54)$$

A.1.6 Semplificazione per scrivere l'equazione 48

L'integrale A.3.1 calcolato tra $\tan^{-1}(a)$ e $\frac{\pi}{2}$ vale

$$\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + 1}(2a^3 + 2a + 3) - 2a^2(a^2 - 3)}{(a^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (55)$$

A.2 Sviluppi di McLaurin utili

A.2.1 Approssimazione della 41 alla 46

L'equazione 41, per β piccoli, si riduce alla 46.

A.2.2 Approssimazione della 48 alla 49

La funzione

$$\frac{\sqrt{x^2 + 1}(2x^3 + 2x + 3) - 2x^2(x^2 - 3)}{12(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (56)$$

per x piccoli è approssimabile alla funzione

$$\frac{1}{4} + \frac{x}{6} \quad (57)$$

A.3 Integrali utili

A.3.1 Integrazione del differenziale 47

$$\int \left[\frac{\sin x}{a^2 + 1} \cdot \left(2a(a^2 + 1) \sin^{-1} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1} \sin x} \right) (1 - 2 \sin^2 x) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\sqrt{a^2 + 1} + 2a^2) \sqrt{(a^2 + 1) \sin^2 x - a^2} + \pi a(a^2 + 1)(2 \sin^2 x - 1) \right) \right] dx = \\ \frac{A + B(C - D(E - F - G))}{H} \quad (58)$$

dove si è omessa la costante di integrazione e dove

$$\begin{aligned} A &= (3\sqrt{a^2 + 1} - 2a^4 + 6a^2) \sin^{-1}(\sqrt{a^2 + 1} \cos x) \\ B &= \sqrt{a^2 + 1} \\ C &= 2a(a^2 + 1) \sin^{-1} \left(\frac{a}{\tan x} \right) \\ D &= \cos x \\ E &= 2a(a^2 + 1) \sin^{-1} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1} \sin x} \right) (2 \sin^2 x + 1) \\ F &= \sqrt{1 - (a^2 + 1) \cos^2 x} (3\sqrt{a^2 + 1} + 4a^2) \\ G &= \pi a(a^2 + 1)(2 \sin^2 x + 1) \\ H &= 3(a^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (59)$$

B Pierre Duhem e Moritz Schlick

C'è un interessante brano del filosofo della scienza Pierre Duhem (tratto da “La teoria fisica, il suo oggetto e la sua struttura”) che mi sembra pertinente con quanto ho trattato in questo articolo. Vi si sostiene che non si può mai sottoporre al controllo dell'esperienza un'ipotesi isolata, ma tutto un insieme di ipotesi, e che la scelta non è mai fra due sole teorie ma fra tutto un insieme di teorie, la cui struttura può inizialmente non essere stata presa in considerazione o accantonata senza essere stati costretti dall'esperienza. Ciò significa che non si può confermare in modo assoluto e senza appello una teoria solo perché un esperimento discriminante ha mostrato che è preferibile rispetto alla teoria precedente. Gli esiti di un esperimento possono imporre che una vecchia teoria sia abbandonata, ma mai imporre in modo definitivo una nuova teoria. Il brano termina con queste interessanti parole.

Quando l'esperienza pone in contraddizione certe conseguenze di una teoria, ci dice che essa deve essere modificata, ma non in quale direzione. Essa lascia all'intelligenza del fisico il compito di ricercare la tara che rende zoppicante l'intero sistema. Nessun principio assoluto guida questa ricerca che i fisici possono condurre in modi molto differenti, senza per questo sentirsi in diritto di accusarsi reciprocamente di assurdit . L'uno, per esempio, pu  sentirsi obbligato a salvaguardare certe ipotesi fondamentali mentre tenta di ristabilire l'accordo con le conseguenze della teoria e i fatti, complicando lo schema al quale si applicano le ipotesi, invocando cause d'errore diverse, moltiplicando le correzioni. L'altro, disdegnando procedimenti complicati, pu  limitarsi a cambiare alcune delle rappresentazioni essenziali che sono alla base dell'intero sistema. Il primo non ha certo diritto di condannare in anticipo l'audacia del secondo, n  il secondo quello di ritenere assurda la timidezza del primo. I metodi seguiti da entrambi non sono giudicabili se non dalla esperienza,   *logicamente* consentito all'uno e all'altro di dichiararsi contenti dell'opera compiuta. Ci  non significa che non si possa preferire l'opera dell'uno a quella dell'altro: la logica pura non   affatto il nostro unico criterio di valutazione. Infatti, determinate opinioni pur non cadendo sotto i colpi del principio di contraddizione sono tuttavia perfettamente irragionevoli. [...]

Pu  accadere che il *buon senso* ci consenta di scegliere tra i nostri due fisici. Pu  accadere che noi non troviamo affatto sensata la fretta con cui il secondo sconvolge i principi di una vasta teoria armoniosamente costruita, quando una modificazione secondaria, una leggera correzione sarebbero sufficienti a mettere d'accordo le teorie con i fatti. Pu  darsi al contrario che consideriamo puerile e irragionevole l'ostinazione con cui il primo fisico mantiene, costi quel che costi, a prezzo di continue riparazioni e di una moltitudine di puntelli ingarbugliati, i pilastri tarlati di un edificio traballante laddove, demolendo i pilastri, sarebbe possibile costruire su nuove ipotesi un sistema semplice, elegante, solido. Ma le ragioni del buon senso non si impongono con lo stesso implacabile rigore delle prescrizioni della logica, esse hanno qualcosa di vago e fluttuante, non si manifestano contemporaneamente con la stessa chiarezza a tutte le menti. [...]

Anche le riflessioni di Moritz Schlick sul significato delle proposizioni scientifiche sono notevoli e pertinenti. In “Positivismo e realismo” afferma

Ma se per principio non abbiamo la possibilità di verificare una proposizione, se, cioè, non sappiamo assolutamente che procedura seguire per accertarne la verità o la falsità, allora evidentemente non sappiamo affatto qual'è il suo significato. In tal caso non siamo in grado d'intenderla, nè d'immaginare, a partire dalle parole e con l'ausilio di possibili definizioni, delle esperienze probanti; infatti, nella misura in cui fossimo capaci di far ciò, sapremmo anche, in linea di principio, quale via condurrebbe alla sua verifica, quantunque per motivi pratici non fossimo in grado di portarla effettivamente a compimento. L'indicazione delle circostanze in cui una proposizione è vera *equivale* perfettamente all'indicazione del suo significato [...]

Ma se qualcuno dicesse che all'interno dell'elettrone è sempre presente un nucleo, seppur privo di effetti esteriori, tale che la sua esistenza non possa mai apparire in natura, allora si avrebbe un'asserzione senza significato. Infatti, dovremmo chiedere all'ideatore di detta ipotesi: che cosa intendi affermare, propriamente, quando parli dell'esistenza di un “nucleo”? Al che egli risponderebbe soltanto: voglio dire che all'interno dell'elettrone esiste qualcosa. A questo punto, gli domanderemo: ma cosa accadrebbe se ciò non esistesse? Ed egli dovrebbe rispondere: tutto rimarrebbe come prima. Infatti, stando alle sue affermazioni, da quel nucleo non deriverebbe alcun effetto, e, quindi, non si avrebbe nessun mutamento osservabile, così che l'insieme dei dati non ne sarebbe in alcun modo affetto. Emergerebbe allora la conclusione che il nostro interlocutore non è riuscito a comunicarci il significato della sua ipotesi, e che essa pertanto è priva di senso. In tal caso l'impossibilità di verifica non sarebbe pratica, bensì *logica*, poichè con l'affermazione della completa mancanza di effetti osservabili verrebbe preclusa *per principio* ogni possibilità di controllo sulla base dei dati.

Non bisogna credere che la differenza fra impossibilità di verifica per principio e impossibilità solamente pratica non sia netta, e quindi risulti a volte difficile da stabilire. L'impossibilità “per principio”, infatti, è soltanto logica, ed è distinta da quella empirica, non per grado, bensì qualitativamente.

Vorrei sottolineare il viceversa: affermazioni sulla realtà che sono suscettibili di controllo sperimentale, sono affermazioni dotate di senso. Questo non significa che descrivano correttamente la realtà (anche affermare che la luna è fatta di mozzarella ha senso), significa solo che possono essere liquidate solo e semplicemente dall'osservazione diretta, o eventualmente da un ragionamento che collega l'affermazione a delle osservazioni indirette.

Indice

1	Considerazioni iniziali	1
2	Caso del recipiente in quiete assoluta (o della non esistenza dello spazio assoluto)	2
2.1	Approccio generico	2
2.2	Applicazione al caso relativistico estremo	3
3	Recipiente in moto assoluto	4
3.1	Considerazioni iniziali	4
3.2	Il vettore \mathbf{r}' e il suo versore	4
3.3	L'istante d'impatto	4
3.4	Versori utili	5
3.5	Gli angoli ϕ' e θ'	6
3.6	Contributo del volumetto ai fotoni che escono dal foro	6
3.7	L'angolo α	7
3.8	Il dominio di integrazione	8
3.9	Integrazione della variabile r	9
3.10	Integrazione delle variabili angolari	9
4	Piccoli moti assoluti	10
4.1	Particelle che escono dal foro quando il moto assoluto è piccolo	10
4.2	Conclusioni	10
5	Considerazioni finali	11
A	Risultati matematici utili	13
A.1	Semplificazioni utili	13
A.1.1	Semplificazione per scrivere l'equazione 26	13
A.1.2	Semplificazione per scrivere l'equazione 27	13
A.1.3	Semplificazione per scrivere l'equazione 30	14
A.1.4	Semplificazione per scrivere l'equazione 41	14
A.1.5	Semplificazione per scrivere l'equazione 47	14
A.1.6	Semplificazione per scrivere l'equazione 48	14
A.2	Sviluppi di McLaurin utili	14
A.2.1	Approssimazione della 41 alla 46	14
A.2.2	Approssimazione della 48 alla 49	14
A.3	Integrali utili	15
A.3.1	Integrazione del differenziale 47	15
B	Pierre Duhem e Moritz Schlick	16