

# L'INDETERMINAZIONE DEL CAMPO MAGNETOSTATICO

dr.ing. **Alberto Sacchi**  
Sviluppo Progetti Avanzati srl- R&D Dept.  
[ing.sacchi@alice.it](mailto:ing.sacchi@alice.it)

## SINTESI (Abstract)

La misura della Intensità di Campo (Induzione magnetica) entro una prefissata precisione sembra presentare, per il Campo Magnetostatico, un definito livello di indeterminazione. Tale comportamento è da attribuirsi sia alla inesistenza di un Monopolo magnetico che alla definizione stessa di Campo di forza.

## NOTA PRELIMINARE (Preliminary note)

L'incipit alla relazione "Elettrodinamica dei corpi in movimento", meglio conosciuta come Relatività Ristretta, pubblicata da A.Einstein su Annalen der Physik nel 1905, recita : " *E noto che l'elettrodinamica di Maxwell - come la si interpreta attualmente- nella sua applicazione ai corpi in movimento porta a delle asimmetrie, che non paiono essere inerenti ai fenomeni.*"

Parafrasando Einstein, senza tralasciare di evidenziare la infinita distanza che separa il lavoro di Einstein dalle elementari considerazioni di cui alle pagine seguenti, si potrebbe scrivere; " E' noto che la Magnetostatica- come la si interpreta attualmente- nella sua applicazione alla misura di Campo, porta a delle indeterminazioni, che non paiono essere inerenti ai fenomeni.

## PAROLE CHIAVE ( Keywords)

Campo magnetostatico, Induzione magnetica, Monopolo, Versore di campo, Legge di Lorentz, Legge di Biot Savart- Principio di Indeterminazione.

## CAMPI A GEOMETRIA RADIALE (Fields with radial geometry)

La definizione di campo può essere sintetizzata come " la regione di spazio entro la quale può essere rilevato un fenomeno attribuibile al corpo generante il campo".

La rilevazione di un fenomeno prevede, per ogni punto dello spazio, la misura di una quantità e, nel caso di campi vettoriali, di una direzione e di un verso.

Il campo gravitazionale, così come quello elettrostatico, sono esempi emblematici di campi vettoriali. Espresso con notazione vettoriale, il campo gravitazionale è dato dalla relazione (newtoniana):

$$\vec{F}_{2,1}(r) = \frac{Gm_1m_2}{r^3} \vec{r} \quad (1.1)$$

che, divisa per  $m_2$ , diviene:

$$\vec{g}(r) = -GM \frac{\vec{r}}{r^3} = \text{accelerazione di gravità} \quad (1.2)$$

dove, come ben noto:

$m_1 = M$  = massa generante il campo

$m_2$  = massa campione di prova

$r$  = distanza  $r_2 - r_1$

$\vec{r} =$  vettore  $r_1 - r_2$   
G = costante gravitazionale

Ciò che diviene essenziale evidenziare è:

- a) la definizione puntuale di campo, cioè la sua definizione per ogni punto dello spazio
- b) la direzione tra masse  $m_1$  ed  $m_2$  e la distanza tra i loro centri di massa.

La prima equazione cardinale della dinamica (Equazione di Eulero) garantisce che il moto del centro di massa di un corpo di massa  $m$ , equivalente ad un punto materiale di massa  $m$ , è corrispondente a quello generato dalla risultante delle forze esterne agenti sul sistema.

Per un corpo continuo di densità  $\rho(\vec{r})$  di massa totale  $m$  e volume  $V$ , la posizione  $R$  del centro di massa (rispetto al sistema di coordinate considerato) è:

$$R = \frac{1}{m} \int_V \vec{r} \rho(\vec{r}) dV \quad (1.3)$$

con  $\mathbf{r}$  vettore posizione di un generico punto del volume  $V$  e  $\rho =$  densità.

La relazione (1.3) fornisce un corretto e completo rispetto delle condizioni a) e b) di cui al paragrafo precedente:

In fatti la direzione del vettore campo è data dalla retta passante per i centri di massa dei due corpi  $m_1$  ed  $m_2$  mentre il punto di applicazione del vettore campo è dato da  $R$  di  $m_2$ .

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per il campo elettrostatico dove:

$$\vec{F}_{2,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r} \quad (1.4)$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{2,1}}{q_2} \quad (1.5)$$

Anche per il campo elettrostatico la direzione del vettore campo è definita dalla retta per i centri geometrici di  $q_1$  e  $q_2$  (supposti sferici); ciò è garantito dal Teorema di Gauss sul flusso; infatti il campo elettrico all'esterno di un corpo a geometria sferica è identico a quello generato da un punto materiale in cui fosse concentrata l'intera carica  $q$ .

Un elemento degno di nota è la natura del corpo di prova che corrisponde a quella del corpo generante il campo (massa per il campo gravitazionale, carica per il campo elettrostatico) (1.6)

### **CAMPO MAGNETOSTATICO (Magnetostatic field)**

Notevole la differenza che si riscontra nella definizione e misura del campo magnetostatico; innanzitutto la II Equazione di Maxwell garantisce l'assenza del flusso totale attraverso una superficie chiusa  $S$ .

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \text{ e, in forma integrale, } \oint_S \vec{B} dS = 0 \quad (2.1)$$

Dalla (2.1) deriva l'inesistenza di un polo magnetico singolo; ovvero il corpo generante il campo non può essere che bipolare .

Dalla (1.6) di parag. precedente deriva la tipologia del corpo di prova inteso come un ago magnetico bipolare. Sotto l'azione del campo esso si disporrà tangente alle linee di flusso, mosso da una coppia di momento  $\Phi$ .

Il modello fisico maggiormente intuitivo è quello di due forze agenti agli estremi (monopoli) dell'ago magnetico distanziati di  $l$  ed aventi carica magnetica  $p$ . Ne deriva:

$$\bar{\Phi} = lp \quad (2.2)$$

Sul momento di dipolo agisce il campo magnetico  $\mathbf{B}$  con una forza  $\mathbf{F}$

$$\bar{F}_{dipolo} = (\bar{\Phi} \cdot \nabla) \bar{B} \quad (2.3)$$

Tale modello, accettato sino al 1930, presuppone una corretta ed univoca definizione di "carica magnetica" ottenibile in modo rigoroso solo nell'ipotesi di Monopolo; dal 1930 si preferisce fare riferimento all'interazione tra campo magnetico e corrente elettrica.

Da evidenze sperimentali i fisici francesi Jean Baptiste Biot e Felix Savart, nel 1820, stabilirono la legge fisica che correla il campo magnetico con l'azione di un conduttore percorso da corrente.

In un punto generico P a distanza  $r$  da un conduttore rettilineo di lunghezza  $L$ , percorso da corrente continua  $I$  si genera un campo magnetico di intensità  $B$  ( nel vuoto) pari a:

$$\bar{B}(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{dlx\bar{r}}{r^3} \quad (2.4)$$

Considerando il campo  $B$  esistente lungo una circonferenza di raggio  $R$  generata dalla corrente  $I$  in un conduttore rettilineo, la (2.2) diviene:

$$\bar{B}(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \bar{i} \quad (2.5)$$

essendo  $\mathbf{i}$  il versore tangente alla circonferenza  $R$ ; quindi viene in tale modo definita direzione, verso e modulo del vettore induzione.

Naturalmente è possibile estendere la misura a circuiti di forma indefinita  $\lambda$  mediante l'equazione di Laplace:

$$\bar{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\lambda} \frac{dlx\bar{r}}{r^3} \quad (2.6)$$

In modo duale un circuito chiuso  $S$  percorso dalla corrente  $I$  genera un momento magnetico  $\Phi$  ( normale al piano del circuito) :

$$\bar{\Phi} = I \oint_S ds \quad (2.7)$$

Il campo magnetico  $\mathbf{B}$  agisce su  $\Phi$  secondo l'equazione:

$$\bar{F}_S = \nabla(\bar{\Phi} \times \bar{B}) \quad (2.9)$$

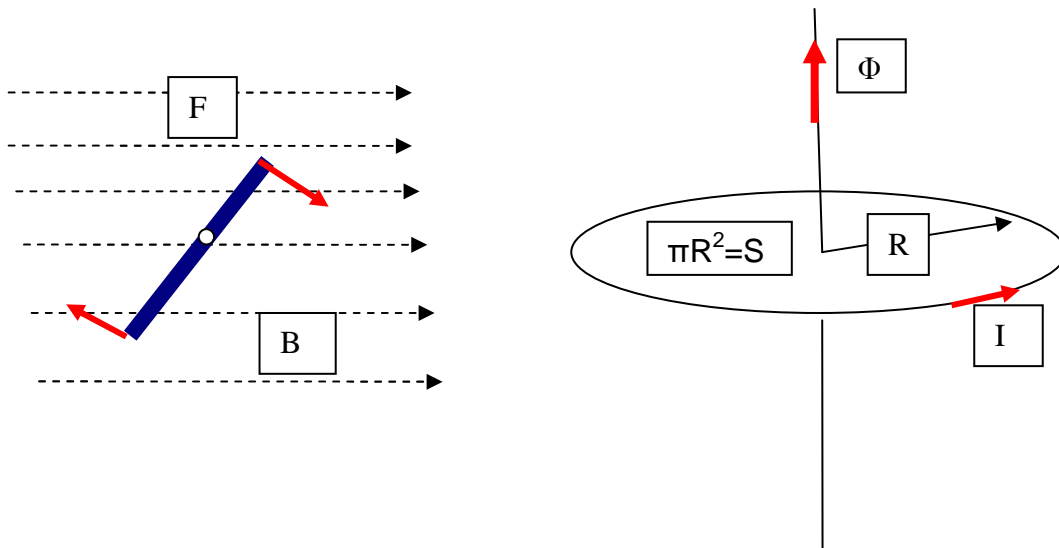


FIG. 2.0

La FIG 2.0) mostra due possibili interpretazioni della misura del campo.

Un terzo metodo di misura della intensità di campo ( induzione) fa ricorso alla Legge di Lorentz che definisce il vettore forza agente su di una carica q in moto con velocità v in un campo magnetico di induzione B.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.7)$$

che, in assenza di un campo elettrostatico E, diviene:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.8)$$

### INDETERMINAZIONE DI B ( B Uncertainty )

La misura di campo nel modello a dipolo contiene un notevole livello di indeterminazione generato dalle ipotesi di base su cui si fonda.

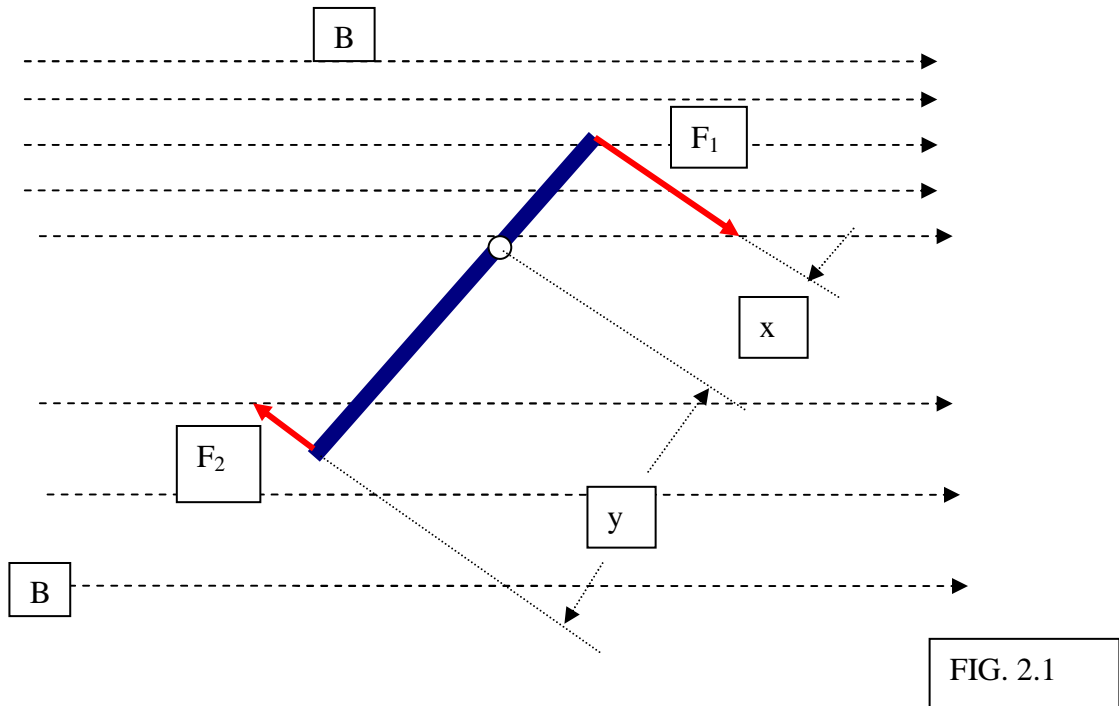
Anzitutto l'ipotesi che un ago magnetico possa essere schematizzato come l'insieme di due monopoli di segno opposto, distanziati rigidamente di una lunghezza l.

L'inesistenza di monopoli magnetici rende inconsistente tale modellizzazione che, peraltro, è stata esclusa sino dal 1930.

Inoltre, sotto il profilo sperimentale, la posizione del vettore Momento è 1/2 (l = lunghezza ago magnetico) solo nel caso di isotropia del campo B.

Infatti se è F<sub>1</sub> la forza agente sul polo nord dell'ago ed F<sub>2</sub> la forza agente sul polo sud, la posizione del vettore momento rispetta la relazione F<sub>1</sub>x = F<sub>2</sub>y ( x+y = l)

(FIG 2.1).



La conoscenza di x ed y comporterebbe la conoscenza del valore di  $F_1$  ed  $F_2$ , quindi, sostanzialmente, del valore di B agli estremi polari valore corrispondente esattamente al parametro che si intende misurare.

Il modello a spira presenta indeterminazione nella localizzazione del punto in cui si intende rilevare il campo.

Infatti l'esatto posizionamento di  $\Phi$  è ottenibile solo facendo tendere a zero l'area della spira S (Fig.2.0) lasciando peraltro inalterato il prodotto IS.

$$\lim_{S \rightarrow 0} I = \infty \quad (3.1)$$

situazione non fisicamente reale.

Infine la misura di B tramite l'azione esercitata dal campo magnetico su di una carica q in movimento con velocità v ( Legge di Lorentz) presuppone la misura con precisione arbitraria sia della posizione della carica che della sua velocità istantanea.

Tale situazione è resa impossibile dal principio di Indeterminazione di Heisenberg che, come ben noto, stabilisce che:

$$\sigma_x \cdot \sigma_p \geq \frac{h}{4\pi} \quad (3.2)$$

dove:

$\sigma_x$  = deviazione standard di posizione

$\sigma_p$  = deviazione standard quantità di moto (velocità per massa costante)

h = costante di Planck

che, nel caso in esame, supposte costanti massa e carica del corpo di prova, diviene:

$$\sigma_x \cdot \sigma\left(\frac{F}{B}\right) \geq \frac{h}{4\pi} \quad (3.3)$$

### CONCLUSIONE ( Conclusion)

Dopo l'avvento di magneti permanenti in terre rare, l'interesse al comportamento di corpi immersi in un campo magnetico, si è esteso oltre i limiti del puro interesse scientifico.

Per contro il calcolo, sia teorico che sperimentale, del valore del loro "potere magnetico", ossia, in termini maggiormente corretti, del loro momento di dipolo, comporta un definito livello di indeterminazione.

### BIBLIOGRAFIA (References)

- Paolo Mazzoldi, Massimo Nigro; Cesare Voci, *Fisica Volume II*, 2<sup>a</sup> ed., EdiSES,
- Corrado Mencuccini, Vittorio Silvestrini, *Fisica 2. Elettromagnetismo-ottica*, 3<sup>a</sup> ed., Liguori
- Charles A. Brau, *Modern Problems in Classical Electrodynamics*, Oxford University Press,
- John David Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3<sup>a</sup> ed., New York, Wiley,
- Kimball A. Milton, *Theoretical and experimental status of magnetic monopoles* ( in *Reports on Progress in Physics*,
- Yakov M. Shnir, *Magnetic Monopoles*, Springer Verlag,
- *Il moto dei pianeti intorno al Sole: una lezione inedita di Richard Feynmann* – Goodstein – Ed. Zanichelli
- Max Planck: *l'inizio della nuova fisica. Convegno internazionale*, Roma, 6 dicembre 2000.