Superstringa, D-brane e orbifolds

di Lucrezia Ravera
dr.lucrezia.ravera@gmail.com

18 Agosto 2014

Sommario

In questo lavoro si riassumono i concetti basilari di supersimmetria, D-brane e orbifold, al fine di fornire una base completa per lo studio della teoria delle superstringhe come strumento matematico per lo sviluppo di teorie di campo quantistiche in quattro dimensioni.

1 Concetti basilari

L'idea di base della teoria delle stringhe consiste nel fatto che le particelle non sono puntiformi, ma che ogni particella contiene una sorta di filamento che vibra e oscilla come un elastico infinitamente sottile. Le stringhe possono avere estremità libere (stringhe aperte), o possono manifestarsi in forma di loop (stringhe chiuse). Sulla base della teoria di stringa le proprietà delle particelle sono una conseguenza dei vari modi in cui la stringa può vibrare. Lo stesso principio si applica alle forze: ogni particella mediatrice di forza è associata ad un particolare modo di vibrazione. Quindi tutte le forze e la materia vengono considerate oscillazioni di stringhe. I diversi modi di vibrazione di una stringa fondamentale danno origine a masse diverse e a varie cariche di gauge. La teoria delle stringhe propone un'idea di base che può spiegare tutte le caratteristiche fondamentali dell'universo. Per questo motivo essa è anche considerata una Teoria del Tutto.

Le stringhe chiuse, quando quantizzate, generano una particella di spin 2, che può essere interpretata come il *gravitone*; il settore di stringa aperta, invece, genera teorie di gauge che possono includere generalizzazioni del Modello Standard. L'interazione è geometricamente descritta dalla superficie bidimensionale (world-sheet), generata dal moto delle stringhe nello spaziotempo. La lunghezza della stringa, chiamata α', fornisce un cutoff ultravioletto naturale e la singolarità associata ad un vertice di interazione in un diagramma di Feynmann viene rimossa nei diagrammi di stringa, descritti da varietà lisce.

La consistenza quantistica richiede che le teorie di stringa siano definite in uno spazio-tempo con dimensione critica $D = 26$ per la stringa bosonica e $D = 10$ per la superstringa. In dimensione critica la teoria di stringa dipende da un singolo parametro libero, la lunghezza α'.

La teoria delle stringhe è un modello ausiliario per lo studio di teorie di campo, che vengono riprodotte dalla teoria delle stringhe nel limite di teoria di campo $\alpha' \to 0$. In questo limite tutti gli stati massivi vengono rimossi e solo lo spettro *massless* (non massivo) sopravvive. Esso descrive una teoria di Yang-Mills supersimmetrica (*Super Yang-Mills*) nel caso di stringhe aperte e una teoria di supergravità nel caso di stringhe chiuse.

Le teorie di stringa, per essere realistiche, devono contenere stati fermionici, come gli stati di elettrone e quark. La superstringa include variabili dinamiche che anti-commutano e coordinate che commutano, X^μ, che descrivono la posizione delle stringhe. Nel caso di superstringhe aperte, la quantizzazione dà origine ad un settore di Neveu-Schwarz (NS), che contiene stati bosonici, e ad un settore di Ramond (R), che contiene stati fermionici. Lo spettro di superstringa non contiene tachioni. Inoltre la teoria possiede *supersimmetria*, una simmetria che assicura che il numero di gradi di libertà bosonici e fermionici sia lo stesso ad ogni livello energetico. Se la supersimmetria esiste in natura, deve essere spontaneamente rotta: infatti non osserviamo degenerazioni tra fermioni e bosoni. Molti fisici ritengono che la supersimmetria sia un valido candidato per lo studio della fisica al di là del Modello Standard.

Gli oggetti fondamentali per lo studio delle teorie di gauge sono le *Dp-brane*. Una Dp-brana è un oggetto esteso con p dimensioni spaziali. Nella stringa bosonica, dove il numero di dimensioni spaziali è 25, una D25-brana è un membrana che riempie lo spazio. La lettera D in Dp-brana sta per *Dirichlet*. Gli estremi di una stringa aperta sono attaccati ad una D-brana. Ciò impone condizioni al contorno di Dirichlet sugli estremi di stringa aperta.

Le Dp-brane, per la loro natura, sono soggette ad una duplice descrizione: una macroscopica, che le identifica come soluzioni classiche non perturbative delle equazioni del moto derivanti dall'azione di supergravità, ed una microscopica, in cui i loro gradi di libertà vengono associati alle eccitazioni delle stringhe aperte ad esse attaccate, che permettono una descrizione semiclassica della loro dinamica. Utilizzando quest'ultima descrizione, si possono costruire molte teorie attraverso sistemi di Dp-brane, riuscendo anche ad ottenere la varietà di campi necessaria a riprodurre il Modello Standard: per questo motivo le Dp-brane sono diventate un oggetto fondamentale di ricerca a partire dalla loro scoperta.

Ritornando al ruolo di teoria ausiliaria, i sistemi di Dp-brane possono essere utilizzati nello sviluppo di teorie di super Yang-Mills.

Nelle teorie di stringa di tipo I e II, le Dp-brane sono oggetti che forniscono, in modo semplice e naturale, due caratteristiche importanti del nostro mondo: la presenza di gruppi di gauge non-abeliani e quella di fermioni chirali in quattro dimensioni. In particolare, quando lo spazio-tempo in dieci dimensioni viene considerato come il prodotto diretto tra una varietà compattificata 6-dimensionale e una parte 4-dimensionale di Minkowski, i fermioni chirali nascono quando le D-brane presentano alcune proprietà non banali nello spazio compattificato. Ciò può succedere quando campi magnetici costanti vengono accesi lungo il world-volume della D-brana, o quando le D-brane si intersecano con angoli non banali.

Sfruttando queste caratteristiche fondamentali, negli ultimi anni è stata studiata una nuova classe di modelli di stringa, ottenendo varie applicazioni fenomenologiche. Una delle caratteristiche interessanti di questa classe di modelli di stringa è che, utilizzando tecniche di stringa note, è possibile calcolare esplicitamente l'azione efficace del Modello Standard. Inoltre, tutti i parametri che compaiono in tale azione a bassa energia sono funzioni dei dati microscopici che specificano la configurazione delle D-brane e la geometria dello spazio compattificato. La derivazione esplicita dell'azione effettiva è possibile ogni volta che il vuoto di stringa in esame è descritto, dal punto di vista del world-sheet, da una *Teoria di Campo Conforme* (CFT).

Diversi autori hanno studiato come il meccanismo di Higgs e gli accoppiamenti di Yukawa siano realizzati in modelli con intersezione di brane; il decadimento del protone può essere studiato quantitativamente; è stato anche dimostrato che il problema della stabilizzazione dei moduli può essere parzialmente affrontato nel quadro dei modelli di stringa.

Documenti recenti discutono caratteristiche fenomenologiche dei modelli di stringa aperta. Esistono alcune tecniche per calcolare le azioni efficaci per questa classe di modelli di stringa, dove i campi del Modello Standard vivono su D-brane. La tecnica è concettualmente semplice e ben nota: si può ricostruire l'azione effettiva che riproduce il limite di bassa energia delle ampiezze di stringa. Si tratta di una procedura in due fasi: in un primo momento è necessario calcolare un'ampiezza di stringa contribuente ad un particolare termine dell'azione efficace; dopodiché si può estrarre l'ampiezza a bassa energia mandando la lunghezza della stringa α' a zero.

In questo quadro perturbativo, tipicamente, si parte dal calcolo delle ampiezze di scattering di stringa su una superficie di Riemann Σ di una data topologia. In generale, un'ampiezza a N punti, $\mathcal{A}_N$, si ottiene dalle funzioni di correlazione tra N operatori di vertice $V_{\phi_1}, ..., V_{\phi_N}$, ognuno dei quali descrive l'emissione di un campo ϕ_i dal world-sheet. Schematicamente si ha

$$\mathcal{A}_N = \int_\Sigma \langle V_{\phi_1} ... V_{\phi_N} \rangle_\Sigma, \tag{1}$$

dove l'integrale è sulle posizioni degli operatori di vertice e il simbolo $\langle ... \rangle_\Sigma$ indica il valore di aspettazione del vuoto rispetto al vuoto perturbativo rappresentato da Σ.

Con la scoperta delle D-brane possono essere studiate anche alcune proprietà non perturbative della teoria delle stringhe. Il punto chiave è che le Dp-brane, nonostante la loro natura non perturbativa, ammettono una descrizione perturbativa. Infatti esse possono essere rappresentate da stringhe chiuse in cui i settori destro e sinistro sono identificati. Ciò equivale ad inserire un bordo sul world-sheet di stringa chiusa, fornendo regole di riflessione alle coordinate di stringa. Quindi la topologia di world-sheet più semplice per le stringhe chiuse in presenza di una Dp-brana consiste in un disco con $(p+1)$ condizioni al contorno longitudinali e $(9-p)$ condizioni al contorno trasversali.

Una Dp-brana può anche essere rappresentata con uno stato $|\mathrm{D}p\rangle$, che è uno stato non perturbativo di stringa chiusa. Esso è sorgente di campi massless (come, per esempio, il gravitone), che descrivono un background semi-classico non banale.

Una domanda che sorge spontanea a questo punto è come questo approccio possa essere generalizzato alle stringhe aperte. In questo studio, un ruolo fondamentale è di nuovo giocato dalle D-brane; questa volta esse sono interpretate dal punto di vista della stringa aperta, quindi come ipersuperfici sulle quali sono definite teorie di gauge supersimmetriche.

2 CFT e SCFT

La teoria delle stringhe (superstringhe) si studia come una teoria di campo conforme (superconforme), CFT (SCFT). Una CFT è costituita da campi conformi, i cui *operator products* formano un'algebra chiusa. Per l'applicazione alla teoria delle stringhe, siamo interessati alle sotto-algebre locali della teoria. I campi locali creano stati asintotici di stringa; le funzioni di correlazione producono le ampiezze di stringa. I campi conformi ϕ si distinguono in base al loro operator product con il tensore di energia impulso $T(z)$, che ha la forma

$$T(z)\phi(w,\overline{w}) = \frac{h\phi(w,\overline{w})}{(z-w)^2} + \frac{\partial_w \phi(w,\overline{w})}{z-w} + ..., \tag{2}$$

dove h è il *peso conforme* di ϕ.

Le CFT più semplici sono quelle dei bosoni e dei fermioni liberi. Per i bosoni consideriamo l'insieme di campi conformi costituito dall'operatore di identità, il campo $\partial X(z)$ e il suo esponenziale $e^{ik\cdot X}$, dove k è il momento. Il campo X non è conforme, dal momento che le sue funzioni di correlazione contengono logaritmi. Per i fermioni consideriamo l'operatore di identità e il campo $\psi(z)$.

3 Compattificazioni di stringa

Intorno al 1995 ci si rese conto della grande complessità della teoria delle stringhe. Essa non contiene solo stringhe come gradi di libertà fondamentali, ma anche oggetti di dimensioni superiori, chiamati p-brane. Inoltre la supersimmetria è stata utilizzata per sostenere relazioni di dualità tra diverse teorie di stringa e diversi background.

Tutto, infine, ha puntato verso una teoria ancora sconosciuta che mira ad unificare tutte le teorie di stringa note, la *teoria M* (M-theory). Le varie teorie di stringa in dieci dimensioni sono considerate come limiti perturbativi di questa teoria M (in undici dimensioni).

Per entrare in contatto con la fisica quadridimensionale a partire da dieci dimensioni, dobbiamo spiegare che cosa succede alle altre sei dimensioni. Eseguendo una riduzione dimensionale secondo le teorie di campo di Kaluza-Klein (KK), si possono studiare le teorie di stringa su uno *spazio interno 6-dimensionale compattificato* di piccolissime dimensioni. Il nostro mondo visibile risulterebbe quindi effettivamente 4-dimensionale, dal momento che le altre sei dimensioni subirebbero una compattificazione.

4 Superstringa e D-brane

La presenza nello spettro delle teorie di superstringa chiusa di tensori antisimmetrici di rango elevato (o p-forme) è strettamente correlata all'esistenza delle D-brane. Infatti tali campi soddisfano equazioni analoghe alle equazioni soddisfatte dal campo di Maxwell,

$$F = dC = 0, \quad d * F = 0, \tag{3}$$

e possono essere considerati come una sua generalizzazione. Il campo elettromagnetico, essendo una 1-forma, può essere integrato su una varietà unidimensionale e l'accoppiamento minimale tra campo elettromagnetico e particella carica è dato da

$$e \int dx^\mu A_\mu = e \int_{\mathcal{M}_1} A, \tag{4}$$

dove la varietà $\mathcal{M}_1$ consiste nella world-line della particella. Analogamente si può ipotizzare che le $(p+1)$-forme delle spettro massivo nel settore di Ramond-Ramond (R-R) si accoppino alle varietà $(p+1)$-dimensionali (il world-volume di una p-brana) attraverso l'accoppiamento minimale

$$Q_p \int_{\mathcal{M}_{p+1}} C_{p+1}, \tag{5}$$

dove Q_p è la carica della Dp-brana sotto il campo di R-R C_{p+1}. Le D-brane p-dimensionali sono oggetti estesi carichi sotto i campi di R-R e sono anche dotate di tensione, quindi soggette a interazione gravitazionale.

4.1 Simmetrie generali

Inserire un oggetto come una D-brana nello spazio-tempo, comporta modifiche alle simmetrie globali del sistema. Prima di tutto è evidentemente rotta l'invarianza per traslazioni per il fatto di aver inserito un oggetto esteso nello spazio-tempo. In particolare l'inserimento nello spazio di una Dp-brana comporta la rottura dell'invarianza di Lorentz:

$$SO(1,9) \to SO(1,p) \times SO(9-p), \tag{6}$$

dove la teoria di gauge è solo nelle $p+1$ direzioni longitudinali alla Dp-brana, mentre le direzioni rimanenti descrivono eccitazioni trasverse alla brana non dinamica. L'inserimento delle Dp-brane ha anche ripercussioni sulle supercariche della teoria. Senza Dp-brane, infatti, ci sono due supercariche, Q_a e $\tilde{Q}_a$, che nascono dalla conservazione di due supercorrenti, che corrispondono ai settori sinistro e destro della stringa chiusa. L'inclusione delle Dp-brane implica la presenza di stringhe aperte, con relative condizioni al contorno tra i settori sinistro e destro, in modo che sia conservata solo una combinazione lineare delle due supercariche iniziali:

$$Q_a + P\tilde{Q}_a, \tag{7}$$

dove P è l'operatore di chiralità nelle direzioni trasverse alla brana, ovvero dove abbiamo condizioni al contorno di Dirichlet.

Per poter costruire configurazioni che replicano le teorie di campo si considerano sistemi di D-brane con dimensionalità diversa.

5 Orbifolds

Un *orbifold* è una varietà che si ottiene quozientando una varietà $\mathcal{M}$ per un gruppo di simmetria discreto Γ. La nuova varietà può essere scritta come

$$\tilde{\mathcal{M}} \equiv \mathcal{M}/\Gamma. \tag{8}$$

- Se $\mathcal{M}$ *non* ha punti fissi sotto l'azione di Γ, allora $\mathcal{M}/\Gamma$ è una varietà *piatta*.
- Se Γ ha punti fissi, allora $\mathcal{M}/\Gamma$ non è piatta, ma presenta delle *singolarità* in questi punti fissi. Se il world-sheet della stringa passa attraverso uno di questi punti fissi, la mappa è localmente ramificata sullo spazio $\mathcal{M}$.

Un modo per costruire nuove teorie con un minore contenuto di supersimmetria consiste nel considerare sistemi di D-brane alla singolarità dell'orbifold. In questi casi solo gli operatori invarianti sotto l'azione di Γ sono presenti nella nuova teoria e l'azione dell'orbifold è effettivamente quella di ridurre il numero di stati contenuti nella teoria. Così l'introduzione di un orbifold modifica la quantità di supersimmetria. Ciò si può comprendere considerando le supercariche Q_α. Esse sono quantità spinoriali e sono quindi collegate al numero di spinori della teoria. Dal momento che l'azione dell'orbifold è quella di ridurre il numero di stati (inclusi gli spinori), il risultato è una rimozione di supercariche, ovvero una diminuzione di supersimmetria.

6 Conclusioni

La teoria delle stringhe può essere utilizzata come sistema ausiliario per lo studio di teorie di campo. Ciò può essere evidenziato confrontando le azioni efficaci delle teorie di campo supersimmetriche e la loro deformazione sotto vari background di stringa chiusa.

Riferimenti bibliografici

[1] Ralph Blumenhagen, Dieter Lüst and Stefan Theisen, "*Basic Concepts of String Theory*", Springer, 2013.

[2] Elias Kiritsis, "*String Theory in a Nutshell*", Princeton University Press, 2007.

[3] J. Polchinski, "*String theory, Volume II - Superstring Theory and Beyond*", Cambridge University Press, 1998.

[4] Barton Zwiebach, "*A First Course in String Theory*", Cambridge University Press, 2004.

[5] Michael E. Peskin, "*Introduction to String and Superstring Theory II*", SLAC-PUB-4251 (1987).

[6] Paolo di Vecchia and Antonella Liccardo, "*String Theories and D Branes*", DFTT 20/2001, NORDITA-2001/15 HE.

[7] Paolo Di Vecchia, "*Duality in supersymmetric $N = 2, 4$ gauge theories*", [arXiv:hep-th/9803026].

[8] L. Dixon, D. Friedan, E. Martinec and S. Shenker, "*The conformal field theory of orbifolds*", Nucl. Phys. B282 (1987) 13-73.

[9] Marco Billó, Marialuisa Frau, Igor Pesando, Francesco Fucito, Alberto Lerda and Antonella Liccardo, "*Classical gauge instantons from open strings*", [arXiv:hep-th/0211250].

[10] M. Bertolini, M. Billó, A. Lerda, J.F. Morales and R. Russo, "*Brane world effective actions for D-branes with fluxes*", [arXiv:hep-th/0512067].

[11] J. Polchinski, "*Dirichlet-branes and Ramond-Ramond charges*", Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 4724, [arXiv:hep-th/9510017].

[12] J. Polchinski, "*TASI Lectures on D-Branes*", [arXiv:hep-th/9611050].

[13] Joseph Polchinski, Shyamoli Chaudhuri and Clifford V. Johnson, "*Notes on D-Branes*", [arXiv:hep-th/9602052].

[14] E. Bergshoeff and M. De Roo, "*D-Branes and T-duality*", [arXiv:hep-th/9603123].

[15] Eric D'Hoker and D. H. Phong, "*Lectures on supersymmetric Yang-Mills theory and integrable systems*", 2007, [arXiv:hep-th/9912271].

[16] Ralph Blumenhagen, Boris Körs, Dieter Lüst and Stephan Stieberger, "*Four-dimensional String Compactifications with D-Branes, Orientifolds and Fluxes*", [arXiv:hep-th/0610327].