E' L'ELETTROMAGNETISMO DI MAXWELL UNA TEORIA COMPLETA?

Parafrasi del titolo con cui Einstein presentò il paradosso EPR

dr,ing.Alberto Sacchi
ing.sacchia@alice.it

INTRODUZIONE
Obiettivo del presente scritto è stabilire se le quattro equazioni di Maxwell, sia in forma integrale che in forma locale, siano in grado di rappresentare qualsiasi fenomeno elettromagnetico.
In particolare viene analizzata la formalizzazione matematica del comportamento elettromagnetico del generatore omopolare riportato dallo stesso Faraday nel 1835 nel suo diario.

GENERATORE OMOPOLARE

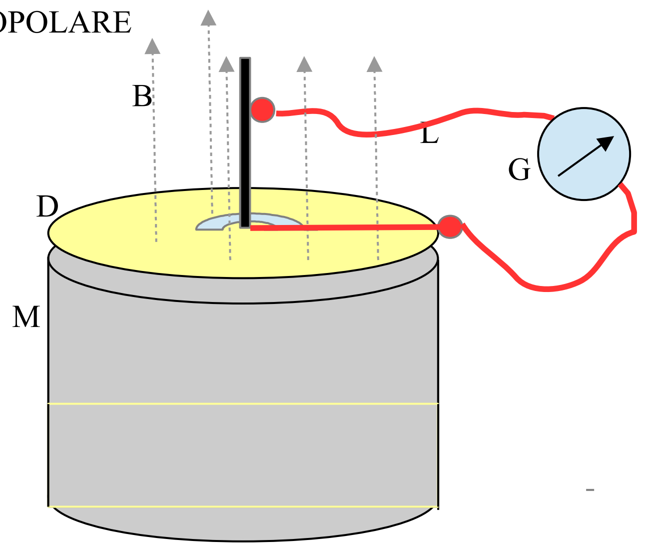


FIG.1

B = linee di flusso campo magnetico
M = magnete rotante
D = disco conduttore rotante
G = voltmetro

Il circuito (linea albero) è costituito dai contatti striscianti + raggio del disco tra gli stessi

Si presentano 4 casi:
1. disco e magnete solidali e rotanti : G rileva ddp
2. disco rotante, magnete stazionario : G rileva ddp
3. disco stazionario magnete rotante : G non rileva ddp
4. disco e magnete stazionari; circuito rotante : G rileva ddp

Alcune premesse di analisi differenziale vettoriale riferite alla III Equazione di Maxwell che sintetizza la Legge di Faraday nota come Legge dell'Induzione Elettromagnetica:

f.e.m, = $\frac{-1}{\mu_0}\frac{\left(\partial \Phi\left(\vec{B}\right)\right)}{\left(\partial t\right)}$ (1.1)

f.e.m. = forza elettro motrice = differenza potenziale = ΔV
Φ(B) = flusso del vettore B attraverso la superficie Σ la cui frontiera è il circuito

Il flusso del vettore **B** attraverso la superficie Σ è notoriamente:

$$\Phi \vec{B}=\int_{\Sigma} \vec{B}\, d\, \Sigma \quad (1.2)$$

quindi la (1.1) diviene:

f.e.m. = $\frac{-1}{\mu_0}\frac{\int_{\Sigma}\left(\partial \vec{B}\, d\Sigma\right)}{\left(\partial t\right)}$ (1.3).

Per definizione la f.em. è il lavoro compiuto dal campo elettrico **E** lungo un cammino chiuso L confine della superficie Σ, quindi:

f.e.m = $\iint_{L}\left(\vec{E}\, dl\right) = \frac{-1}{\mu_0}\frac{\int_{\Sigma}\left(\partial \vec{B}\, d\Sigma\right)}{\left(\partial t\right)}$ (1.4)

Da notare che **E** non è altro che la forza esercitata da una carica Q su di un corpo di prova di carica unitaria (dalla Legge di Coulomb9; quindi il suo prodotto con uno spostamento rappresenta un lavoro.

Il Teorema del Rotore noto come teorema di Klein afferma che: *l'integrale del rotore di un vettore E esteso alla superficie Σ uguaglia l'integrale di linea chiusa di E lungo una linea L costituente il confine di Σ.*

Ne segue che ; essendo rot **E** = $\nabla\, x\, \vec{E}$

$$\iint_{L}\left(\vec{E}\, dl\right) = \int_{\Sigma}\left(\nabla\, x\, \vec{E}\right) d\Sigma \quad (1\ .5)$$ quindi:

$\int_{\Sigma}\left(\nabla\, x\, \vec{E}\right) d\Sigma = \frac{-1}{\mu_0}\frac{\int_{\Sigma}\left(\partial \vec{B}\, d\Sigma\right)}{\left(\partial t\right)}$ e poiché entrambi gli integrali sono estesi al medesimo

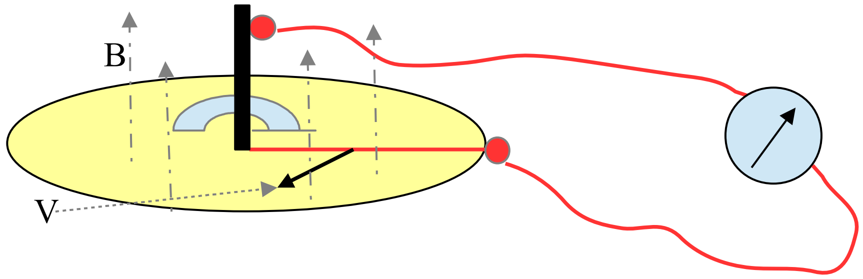
campo di integrazione si ottiene:

f.e.m. = rot **E = -** $1/\mu_0\ \frac{\left(\partial \vec{B}\right)}{\left(\partial t\right)}$ (1.6)

Quindi il lavoro compiuto da E lungo il percorso L per effetto di una variazione del flusso di B secondo la superficie di cui L è contorno è dato dalla (1.4) o dalla (1.6).

D'altra parte anche lo spostamento di **E** ortogonalmente al raggio del disco compie lavoro secondo a Legge di Lorentz $\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{B}\,x\,\vec{V})$
essendo V la velocità di spostamento degli elettroni di conduzione

FIG.2



Nel caso specifico (non esistono cariche Q interagenti con gli elettroni di conduzione presenti nel tratto di circuito rappresentato dal raggio del disco) la Equazione di Lorentz diviene:

$$\vec{F}=\vec{B}\,x\,\vec{V} \quad (1.7)$$

ricordando che **F** = **E** n forza della definizione di Campo secondo la Legge di Coulomb, si ottiene:

$$\text{f .e.m.} = \int_L \vec{F}\,dl=\int_L \vec{E}\,dl = \int_L (\vec{V}\,x\,\vec{B})\,dl \quad (1.8)$$

CONCLUSIONE
Con riferimento a FIG 1 si constata che attraverso la superficie avente come frontiera il circuito chiuso dal raggio del disco C non vi è alcun flusso di B e conseguentemente nessuna variazione di flusso.
La III Equazione di Mazwell mostra assenza di f.e.m.

$$\text{f.e-m-} = (\frac{-1}{\mu_0})(\frac{(\partial\Phi(B))}{(\partial t)})=0$$

mentre sperimentalmente si rileva ddp per i casi
disco e magnete solidali e rotanti : G rileva ddp
disco rotante, magnete stazionario : G rileva ddp

Il caso   disco e magnete stazionari+ circuito rotante mostra che G rileva ddp e pone ancora in evidenza che la mancanza di flusso attraverso la superficie del circuito non giustifica il dato sperimentale positivo.

La sola III Equazione di Maxwell non fornisce una spiegazione coerente con i dati sperimentali, mentre il modello matematico comprendente la Legge di Lorenz appare coerente con tali dati.

Il modello matematico rappresentato dalle 4 equazioni di Maxwell + Legge di Lorentz è completo e coerente con i dati sperimentali.

« In questo modo la "regola del flusso", per cui la forza elettromotrice in un circuito è uguale al tasso di variazione del flusso magnetico attraverso il circuito, si applica quando il cambiamento del flusso è dovuto alla variazione dell'intensità del campo oppure al movimento del circuito stesso (o entrambi i casi) [...] Nella nostra spiegazione della regola si erano utilizzate due leggi completamente distinte per i due casi: quando il circuito "si muove" e per i "cambiamenti del campo".Non si conoscono altre località della fisica in cui la reale comprensione di un così semplice ed accurato principio generale richiede l'analisi di *due fenomeni distinti*. »

(Richard P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*)