

# FISICA/ MENTE

## CAPITOLO V

### 30 - La Relatività da Newton ad Einstein. La nascita della Relatività di Einstein.

#### 1 - LA FORMAZIONE DI EINSTEIN. I SUOI LAVORI ANTERIORI AL 1905. I LAVORI DEL 1905 SUL MOTO BROWNIANO E SUI QUANTI DI LUCE.

Albert Einstein (1879-1955) nacque in Germania (Ulm - Würtemberg) dove fece i suoi primi studi (Ginnasio di Monaco). Quindi passò in Svizzera, dove, dopo un anno alla Scuola Cantonale di Aarau, riuscì a conseguire l'iscrizione al Politecnico di Zurigo (1896), nel quale si laureò nel 1900 in Fisica e Matematica. (77 9) E' da distaccare il fatto che tra i suoi docenti vi fu il grande matematico, di origine russa ma di formazione tedesca, H. Minkowski (1864-1909) il quale avrà grande parte nello sviluppo successivo della teoria della relatività.

I lavori che certamente conosceva, almeno fino al 1905, erano quelli di Helmholtz, di Kirchhoff, di Hertz e di Boitzmann. Egli era certamente a conoscenza dei lavori di Maxwell i quali lo avevano affascinato. E' da notare però che il suo professore al Politecnico, H. Weber, non aveva incluso le teorie di Maxwell nel suo corso e, anche se non abbiamo nessuna sicurezza nell'affermarlo, pare probabile che Einstein conoscesse Maxwell, almeno all'inizio, solo attraverso i lavori di Helmholtz e di Hertz. Egli aveva inoltre letto i lavori di Lorentz del 1892 e del 1895, la Chimica generale di Ostwald, la Meccanica nel suo sviluppo storico-critico ed I principi del calore nel loro sviluppo storico-critico, oltre ad altre opere, di Mach, almeno la prima memoria di Abraham del 1902, le memorie di Kaufmann del 1901-1902-1903, la memoria di Planck del 1900 nella quale si introduceva la quantizzazione dell'energia, l'opera La scienza e l'ipotesi di Poincaré. Conosceva bene Kant e Spinoza ed era rimasto molto influenzato dalla critica della meccanica fatta da Mach, (780) ma ancora di più dalle concezioni filosofiche di D. Hume (in particolare dalla critica della causalità e dei concetti di spazio e soprattutto di tempo). (780 bis) Anche Ostwald, come del resto Abraham, aveva esercitato una notevole influenza su di lui; soprattutto là dove Ostwald negava la realtà di tutti quegli enti inosservabili come l'etere e portava avanti una fisica, quella termodinamica, che, come vedremo, rispondeva agli ideali di Einstein. Ben presto però (intorno al 1902) Einstein si distaccò sia da Ostwald sia dal programma elettromagnetico poiché non li trovava più aderenti alle sue esigenze di unità (in particolare il programma elettromagnetico tentava di fondarsi sulle equazioni di Maxwell-Lorentz che, come vedremo, Einstein trovava difettose). Altre sue letture erano poi le opere di Galileo,

Kepler, Newton, Darwin e Riemann. Sembra accertato che Einstein non avesse conoscenza dei lavori di Michelson e Morley se non indirettamente, attraverso le memorie di Lorentz. (781) Allo stesso modo egli non era a conoscenza né del lavoro di Lorentz del 1904, né di quelli di Boltzmann e Gibbs che trattavano del moto browniano e di questioni ad esso connesse come le fluttuazioni (in particolare non conosceva il lavoro di Gibbs del 1902). (781 ter)

La matematica era ben conosciuta da Einstein. Come egli stesso sostiene nelle sue Note autobiografiche (1946), già ai 16 anni aveva una buona conoscenza delle nozioni fondamentali della matematica, della geometria analitica, del calcolo differenziale ed integrale. Ciò nonostante non fu la matematica a cui Einstein dedicò il suo maggior impegno nel periodo universitario. Al contrario, gran parte del suo tempo lo passava nei laboratori (ricchissimi di strumenti poiché il Politecnico di Zurigo, attraverso il prof. H. Weber, era una emanazione del già enorme Gruppo Siemens), affascinato dal contatto diretto con l'esperienza (il suo biografo Reiser sostiene che nel periodo universitario Einstein era, dal punto di vista scientifico, un empirista puro). E non che la matematica a lui non piacesse, era soltanto che non si sentiva in grado di scegliere, tra l'enorme varietà dei suoi rami, verso quale indirizzarsi. Racconta Einstein (782)

*"Certo anche la fisica era divisa in diversi rami ... Anche qui la massa di dati sperimentali non sufficientemente collegati tra loro era enorme. Ma in questo campo imparai subito a discernere ciò che poteva condurre ai principi fondamentali da quella moltitudine di cose che confondono la mente e la distolgono dall'essenziale. Il guaio era, naturalmente, che, piacesse o no, bisognava ammucciarla tutta questa roba nella testa per gli esami."*

Quindi la fisica era al centro degli interessi di Einstein. In un primo tempo, fino al 1904, il suo approccio ai problemi in studio fu di tipo meccanicistico. Ma piano piano veniva maturando in lui una concezione diversa. Nelle sue Note autobiografiche, scritte da Einstein tra la fine del 1946 e gli inizi del 1947, così egli racconta:

"Fu Mach a scuotere, nella sua Storia della Meccanica, questa fede dogmatica: il suo libro, quand'ero studente, esercitò una profonda influenza su di me. Oggi riconosco la grandezza di Mach nel suo scetticismo incorruttibile e nella sua indipendenza; ma negli anni della mia giovinezza rimasi influenzato molto profondamente anche dalla sua posizione epistemologica, che oggi mi sembra sostanzialmente insostenibile. (783)

Prima di passare ad occuparci dei lavori che Einstein portò a termine subito dopo la laurea, è necessario soffermarci su un aspetto che ancora oggi è fuorviante. Riguarda la disinvoltura con cui molti storici o pedagoghi affrontano il tema dei rapporti tra la teoria della relatività e l'esperienza di Michelson-Morley, gli uni nel tentativo di costruire una linearità nella storia delle conoscenze scientifiche, di accreditare il fatto che nella scienza si procede con un meccanismo di accumulazione di conoscenze, gli altri per una pretesa semplificazione didattica. Una testimonianza dello storico R.S. Shankland, riportata da Holton, si riferisce a due successive interviste che ebbe con Einstein nel 1950 e nel 1952 e ad uno scritto del 1952 che lo stesso Shankland richiese ad Einstein, in occasione della commemorazione del centenario della nascita di Michelson. Il racconto che Shankland fa della prima intervista riporta questo brano: (784)

*"Quando gli chiesi di come aveva avuto notizia dell'esperimento di Michelson-Morley, mi disse che lo aveva conosciuto attraverso gli scritti di H.A. Lorentz, ma che solo dopo il 1905 gli aveva prestato attenzione!, altrimenti disse lo avrei menzionato nel mio articolo. Continuò dicendo che i risultati sperimentali che maggiore influenza avevano avuto su di lui erano le osservazioni dell'aberrazione stellare e le misure di Fizeau della velocità della luce"*

*nell'acqua in movimento. Questo fu sufficiente mi disse."*

Ad una analoga domanda, posta da Shankland nella seconda intervista, Einstein rispose:

*"Non è così semplice dirlo, non sono sicuro di quando venni a conoscenza per la prima volta dell'esperimento di Michelson. Non ero cosciente del fatto che avesse avuto influenza su di me in modo diretto durante i sette anni in cui la relatività era tutta la mia vita. Credo che semplicemente lo accettai come veritiero"*

e quindi aggiunse che di quell'esperienza aveva avuto notizia dai lavori di Lorentz. Infine, nello scritto del 1952, Einstein dice:

*"L'influenza del famoso esperimento di Michelson-Morley nei miei lavori è stata abbastanza indiretta. Ebbi notizia di esso dalle decisive investigazioni di Lorentz sull'elettrodinamica dei corpi in movimento (1895), che conoscevo bene prima di sviluppare la Teoria Speciale della Relatività."*

In definitiva, va ribadita la non conoscenza da parte di Einstein dell'esperienza di Michelson-Morley. Capiremo più avanti che agli occhi di Einstein, che non si poneva sulla strada di *teorie costruttive* ma su quelle di *teorie dei principi*, (785) era in definitiva inessenziale la conoscenza di quella esperienza.

E veniamo ora ai lavori di Einstein anteriori il 1905.

Il primo lavoro è del 1901, un anno dopo la sua laurea ed in una situazione di grossa incertezza economica (non aveva più il modesto assegno mensile che gli forniva il padre, non era riuscito ad avere il posto di assistente al Politecnico, (786) stava studiando per ottenere un qualche titolo accademico come il dottorato di ricerca). Questo suo primo lavoro venne pubblicato sulla più prestigiosa rivista tedesca, gli *Annalen der Physik*; ed Einstein lo utilizzò come referenza per farsi assumere come assistente presso i laboratori di Ostwald a Lipsia e quindi presso quelli del fisico H. Kamerlingh Onnes (1853-1926) a Leida. Questi tentativi non ebbero successo come del resto altri che seguirono (suoi articoli successivi venivano respinti come tesi per ottenere il dottorato ma venivano accettati dagli *Annalen*). (787)

In precarie condizioni economiche, Einstein dovette occuparsi (mediante una raccomandazione!) all'Ufficio Brevetti di Berna (giugno 1902). (788) E, non ostante questo impegno a tempo pieno, riuscì a portare a compimento l'intera sua produzione scientifica fino al 1909.

Ma veniamo al contenuto dei primi lavori di Einstein.

Quello del 1901, il suo primo cui ci siamo già riferiti, ha per titolo *Considerazioni sui fenomeni di capillarità*. (789) In esso Einstein tenta di dare alla chimica delle basi meccaniche a partire dall'idea che le forze chimiche, quelle che legano le molecole tra loro sono di tipo meccanico ed in particolare di tipo gravitazionale (forze centrali e azioni a distanza). C'è da notare che la particolare trattazione portata avanti dal nostro coinvolge i principi della termodinamica. Sulla stessa strada si muoverà Einstein nel suo secondo lavoro. Sulla teoria termodinamica della differenza di potenziale tra metalli ... (1902). (790) Egli tenta qui di estendere la sua teoria delle forze chimiche dai liquidi ai gas e, durante questo tentativo, ebbe modo di familiarizzarsi con i metodi statistici di Boltzmann.

Dall'insieme di questi due lavori si può ricavare un primo tentativo di Einstein di

fornire una teoria unificata delle forze. Questa prima bozza di programma sarà ancora portata avanti dal successivo lavoro, Sulla teoria cinetica dell'equilibrio termico e del secondo principio della termodinamica (1902). (791) In questo terzo articolo Einstein estende quanto discusso nei primi due alle molecole di un gas utilizzando la teoria cinetica del calore con i metodi di Boltzmann di meccanica statistica. Ma l'interessante è che in questo lavoro egli, indipendentemente, ritrova tutti i risultati che contemporaneamente avevano trovato sia Boltzmann che Gibbs come, ad esempio, il teorema di equipartizione dell'energia e le interpretazioni microscopiche di entropia e temperatura, risultati che, è bene sottolineare, non erano ancora a conoscenza di Einstein. Per rendere però conto su quale strada si muoveva ancora il nostro, basti dire che egli si proponeva l'operazione che, a suo giudizio, non era riuscita del tutto a Maxwell e a Boltzmann: la fondazione completa del secondo principio della termodinamica sulla meccanica. La tesi principale dell'articolo è infatti che la seconda legge si *prospetta* "come una conseguenza necessaria della concezione meccanica della natura." (792) Si può certamente osservare che a questo punto in Einstein ancora erano molto forti gli influssi diretti della concezione meccanicistica che era di molti suoi insegnanti al Politecnico. Ma ancora nei suoi ulteriori lavori del 1903, Sulla teoria dei fondamenti della termodinamica, (793) e 1904, Sulla teoria molecolare generale del calore, (794) Einstein prosegue nel suo tentativo di portare a termine la fondazione della termodinamica sulla meccanica. Ancora si sviluppa la meccanica statistica (e poiché temperatura ed entropia sono definite per un dato insieme, prima di passare a considerazioni probabilistiche, è più corretto parlare di termodinamica statistica, e questo sia per Einstein che per Gibbs), questa volta su strade non toccate da Gibbs (*l'insieme temporale*, ad esempio, è utilizzato da Einstein per definire in un nuovo modo lo stato di equilibrio, quello più probabile, di un sistema termodinamico: lo stato macroscopico del dato sistema è quello che esso occupa durante la maggior parte della sua evoluzione temporale), e sistematicamente si inizia lo studio delle fluttuazioni di energia (795) che assume ranno un ruolo fisico centrale nella sua teoria. In particolare Einstein mostrò (1904) che la fluttuazione quadratica media dell'energia dipende dalla costante  $k$  di Boltzmann la quale determina quindi la stabilità di un sistema. A questo punto c'è il passo importante di Einstein, soprattutto per gli sviluppi dei due articoli dell'anno seguente sul *moto browniano* e sui *quanti di luce*.

Dice Einstein: (796)

*"L'equazione che abbiamo ricavato permetterebbe una determinazione esatta della costante universale  $k$  se fosse possibile determinare la fluttuazione di energia di un sistema; ma, dato il presente stato della nostra conoscenza, non ci troviamo di fronte a questa eventualità. Per di più esiste solo una classe di sistemi fisici nei quali possiamo presumere, per esperienza, che si abbia una fluttuazione di energia. Questo sistema è quello dello spazio vuoto, pieno di radiazione termica."*

Einstein inizia così a mettere in relazione la costante  $k$  con l'altra costante ( $\lambda_{\max} \cdot T$ ) della legge dello spostamento, trovata da W. Wien nel 1894 (si veda il mio articolo La nascita della teoria dei quanti pubblicato nel sito e si ricordi che  $\lambda_{\max}$  è la lunghezza d'onda cui compete il massimo d'energia irradiata da un corpo nero che si trovi ad una temperatura assoluta  $T$ ). In questo modo si inizia lo studio del corpo nero mediante le fluttuazioni ed Einstein trova che  $\lambda_{\max}$  deve risultare:

$$\lambda_{\max} = 0,42/T$$

valore in ottimo accordo con i risultati sperimentali che davano:

$$\lambda_{\max} = 0,293/T$$

E' un risultato di grande rilievo che convince Einstein a proseguire sulla strada dell'applicazione dei principi generali della termodinamica alla pura radiazione elettromagnetica ma lo farà, come vedremo più oltre, cambiando approccio al problema. Per ora basti osservare che certamente Einstein conosce i lavori di Planck sulla quantizzazione dell'energia, tant'è vero che utilizza, la definizione di entropia che Planck fornisce in questi lavori; mentre ancora non ha nulla da aggiungere alla parte propriamente quantistica, tant'è vero che non utilizza, e non dice nulla sulla relazione di Planck per l'emissione e l'assorbimento di radiazione da parte di un corpo nero.

In definitiva l'elaborazione teorica, la meccanica statistica (legge di Boltzmann che lega entropia a probabilità e teoria delle fluttuazioni), utilizzata indipendentemente da ipotesi riduzioniste ma come un insieme di principi generali, mostrava un'unità tra i fenomeni che si verificavano tra molecole nell'ipotesi meccanica ed i fenomeni elettromagnetici.

Il percorso seguito da Einstein per arrivare a questo risultato è così descritto da Battimelli: (797)

*"E' un modo di affrontare il problema che mostra in modo spiccato le caratteristiche di quelle che Einstein chiama teorie dei principi senza partire da elementi ipotetici si considerano proprietà generali dei fenomeni osservate empiricamente (per esempio la tendenza di un qualsiasi sistema isolato a portarsi verso uno stato finale di equilibrio) e se ne deducono formule matematiche di tipo tale da valere in ogni caso particolare che si presenti. Il comportamento del sistema non viene più dedotto dalle proprietà dinamiche del modello meccanico che lo rappresenta, ma da una struttura formale, la meccanica statistica, autonomamente fondata e svincolata da ogni riferimento ad un modello particolare. Non è quindi più necessario dare il modello meccanico del sistema: i risultati ottenuti sono applicabili in tutta generalità a qualunque caso si presenti, per quanti siano i gradi di libertà del sistema e qualunque sia la sua struttura."* (798)

Occorre osservare a questo punto che negli anni che vanno dal 1902 al 1904 Einstein ebbe un intenso rapporto intellettuale con alcuni suoi amici,

particolarmente M. Grossmann (fisico), K. Habicht (matematico), M. Solovine (filosofo), P. Adler (fisico) e M. Besso (ingegnere) . Con essi ebbe modo di discutere dei fondamenti della fisica, della matematica e della filosofia in quegli anni cruciali che segnarono il cambiamento di posizione epistemologica di Einstein (avvicinamento alle posizioni di Mach).

Proprio sul finire del 1904 Einstein si rivolgerà sconsigliato al caro amico Besso (l'unico che ringrazierà per l'aiuto fornitogli in occasione del suo lavoro di relatività del 1905) confidandogli le difficoltà che non riusciva a superare in certi suoi lavori (quelli del 1905). Diceva: (799)

*"E' inutile che continui. Rinuncerò ... Quando si arriva a disperare nulla può servire, né le ore di lavoro, né i successi precedenti, niente. Sparisce ogni senso di sicurezza. E' finita ... tutto è inutile. Non ho ottenuto nessun risultato ..."*

Soltanto qualche mese dopo (primavera 1905) Einstein scriveva euforico al suo amico Habicht dicendogli che gli avrebbe mandato quattro suoi saggi, aggiungendo *"il primo dei quali ... è molto rivoluzionario"* (Einstein fa riferimento al suo articolo sui *quanti di luce*).

Le difficoltà erano dunque superate; il risultato erano quattro articoli per gli *Annalen der Physik*, che vennero pubblicati nel 1905. Ci occuperemo qui dei primi due, Sul moto di piccole particelle sospese in un liquido stazionario, richiesto dalla teoria cinetico-molecolare del calore (800) e Sull'emissione e trasformazione della luce da un punto di vista euristico (801), per gli altri due rimandiamo al prossimo paragrafo.

Questi due articoli, come del resto gli altri due che discuteremo nel prossimo paragrafo, hanno in comune una definitiva maturazione metodologica ed epistemologica del pensiero di Einstein. Essi rappresentano una vera e propria svolta nel modo di fare scienza, proprio perché vengono ribaltate le antiche premesse metodologiche e si afferma con chiarezza l'esigenza di non andare più ad inseguire spiegazioni di fenomeni particolari ma di fornire la fisica di basi più generali e più produttive, da cui ricavare, come casi di semplice applicazione, i singoli fenomeni. Il brano di Einstein tratto dal suo *Tempo, spazio e gravitazione* (1948), che abbiamo citato in nota 785, descrive molto lucidamente i caratteri interni della svolta. Ma su questo argomento già Einstein aveva detto qualcosa nelle sue *Note autobiografiche* (1946). Ricordando le difficoltà che via via incontrava nel portare avanti il suo lavoro scientifico prima del 1905, Einstein dice: (802)

*"A poco a poco incominciai a disperare della possibilità di scoprire le vere leggi attraverso tentativi basati su fatti noti. Quanto più a lungo e disperatamente provavo, tanto più mi convincevo che solo la scoperta di un principio formale universale avrebbe potuto portarci a risultati sicuri."*

Quanto qui detto lo si può subito confrontare con quanto Einstein sostiene in apertura del suo articolo sul *moto browniano* (il primo dei due in oggetto - nota 800). Egli non cerca di spiegare il fenomeno scoperto da Brown, che tra l'altro non conosceva nei dettagli, ma, come lo stesso titolo del lavoro suggerisce, egli tenta di costruire una teoria nella quale sia compresa la descrizione di quelli che sono i possibili movimenti di particelle in sospensione in un liquido, in accordo con la teoria cinetico-molecolare del calore, i quali movimenti

*"se potessero essere osservati (assieme alle leggi che ci si aspetterebbe di trovare), allora la termodinamica classica non potrebbe più essere considerata applicabile con precisione anche a corpi di dimensioni distinguibili al microscopio: ma determinazione esatta delle effettive dimensioni atomiche sarebbe allora possibile. D'altra parte, se la predizione di questi movimenti risultasse scorretta, si avrebbe una pesante obiezione alla concezione cinetico-molecolare del calore."* (803)

I principi fondamentali su cui basa il suo lavoro sono quelli che egli ha affinato nei lavori precedenti ed in particolare in quello del 1904: la legge di Boltzmann che lega l'entropia alla probabilità e, soprattutto, le fluttuazioni. Ed in questo lavoro l'idea guida di Einstein è proprio, come sostiene D'Agostino, *"la ricerca di fluttuazioni osservabili che potessero essere adoperate per fissare con precisione la scala delle grandezze molecolari."* (804)

Il ragionamento di Einstein è press'a poco il seguente.

Poiché è impossibile seguire nel tempo i movimenti di una singola particella, ci si può rifare al suo spostamento quadratico medio  $\overline{x^2}$  in un tempo  $t$ . Ebbene Einstein dimostra che queste due grandezze sono tra loro, a meno di una costante, in un rapporto costante chiamato coefficiente di diffusione  $D$ . (805) In particolare trova:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{\overline{x^2}}{t}$$

Per altra via poi egli ricava che questo coefficiente di diffusione è dato anche dalla relazione:

$$D = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{6\pi \cdot r \cdot \eta}$$

dove R è la costante universale dei gas; T è la temperatura assoluta;  $\eta$  il coefficiente di viscosità del liquido in cui le particelle si trovano in sospensione; r è il raggio delle particelle; N è il numero di Avogadro. Mettendo insieme le due relazioni e tenendo conto che tutte le altre quantità sono misurabili, si può risalire al valore del numero N di Avogadro. (806)

Partendo quindi da principi generali, Einstein riesce a ricavare una relazione la quale può permettere, su scala macroscopica, una verifica sperimentale della costituzione atomica delle sostanze. E lo stesso Einstein nelle sue Note autobiografiche, riferendosi a questo lavoro, dice: (807)

*"Il mio scopo precipuo era di trovare fatti che confermassero, per quanto era possibile, l'esistenza di atomi di determinate dimensioni finite ... Il fatto che queste considerazioni concordassero con l'esperienza, unitamente alla determinazione delle vere dimensioni molecolari compiuta da Planck con la legge della radiazione (per alte temperature), convinse gli scettici, a quel tempo molto numerosi (Ostwald, Mach), della realtà degli atomi."*

E' interessante notare, in queste parole di Einstein, che *i fatti* sono il trattamento teorico generale da cui discende una particolare deduzione che poi si va a controllare essere o meno d'accordo con *l'esperienza*, che è un semplice caso particolare che il trattamento teorico generale è in grado di spiegare.

Come già accennato, lo stesso procedimento, dai principi agli effetti particolari, è seguito da Einstein anche nel secondo dei lavori che stiamo discutendo, quello sui *quanti di luce* (nota 801) . Questo articolo è comunemente indicato come quello dell'*effetto fotoelettrico* (808) ma questa denominazione non è propriamente corretta. Anche qui lo scopo di Einstein non è quello di discutere l'effetto fotoelettrico, ma di trovare dei principi generali dai quali, tra l'altro, discenda la spiegazione di questo effetto. C'è comunque un altro elemento, di tipo *euristico*, che emerge in questo lavoro. Si tratta di sistemare una asimmetria che Einstein individua: identico procedimento a quello che sarà seguito nella memoria sulla *relatività* che discuteremo nel prossimo paragrafo. L'asimmetria in questione consiste nel fatto che nelle elaborazioni dei fisici si assegna una natura discontinua alla materia ponderabile ed una natura continua alla radiazione elettromagnetica del vuoto. Dice Einstein in apertura del suo lavoro:

*"Esiste una differenza formale di grande importanza fra le concezioni che sostengono i fisici nei confronti dei gas e degli altri corpi ponderabili e la teoria di Maxwell riguardante i processi elettromagnetici nel cosiddetto vuoto ... Secondo la teoria di Maxwell l'energia presente in tutti i fenomeni di carattere esclusivamente elettromagnetico (e quindi anche la luce) è da considerarsi una funzione spaziale continua, mentre i fisici moderni concepiscono l'energia di un corpo ponderabile come risultato di una somma sugli atomi ed elettroni."*

Questa introduzione, che sembra così inoffensiva, pone tutta una serie di problemi. Innanzitutto Einstein non fa riferimento a nessun etere e parla esplicitamente di vuoto. Quindi egli sottolinea la natura elettromagnetica della luce che gli servirà tra un momento

per estendere la *quantizzazione* di Planck ai fenomeni luminosi (e per togliere ad essa il carattere che Planck gli aveva assegnato di mero artificio matematico). Inoltre si fa presente l'insoddisfazione per quel dualismo (continuità dei campi, discontinuità delle particelle), soprattutto presente, anche se non la si cita, nella teoria degli elettroni di Lorentz. Infine, con Holton, sembra quanto meno strano che, con tutti i problemi che aveva l'elettrodinamica, la critica andasse ad appuntarsi ad una questione di *differenza formale*. (810)

Comunque, nella sua introduzione, Einstein dà atto alla teoria ondulatoria della luce di rendere conto di svariati fenomeni ma solo su scala macroscopica, tant'è vero che aggiunge: (811)

*"Tuttavia, bisogna tener presente che le osservazioni ottiche si riferiscono a valori medi nel tempo e non a valori istantanei."*

L'esigenza di fare questa precisazione nasceva in Einstein per il fatto che le equazioni di Maxwell si dimostravano non corrette se applicate a fenomeni microscopici. Era il campo in discussione: la teoria di Maxwell sembra valida solo per fenomeni macroscopici; i fenomeni microscopici debbono trovare la loro spiegazione in un altro principio, *i quanti*; una trattazione di tipo statistico di questi ultimi deve ridare i fenomeni macroscopici. Quindi, sebbene la teoria ondulatoria della luce spieghi una quantità di fenomeni, è pensabile che essa,

"fondata su funzioni spaziali continue, possa entrare in conflitto con l'esperienza, qualora venga applicata ai fenomeni di emissione e trasformazione della luce. (811)

A quali fenomeni fa riferimento Einstein ?

*"Mi sembra che le osservazioni compiutesi sulla radiazione di corpo nero, la fotoluminescenza, (812) l'emissione di raggi catodici tramite luce ultravioletta (813) ed altri gruppi di fenomeni relativi all'emissione ovvero alla trasformazione della luce, risultino molto più comprensibili se vengono considerate in base all'ipotesi che l'energia sia distribuita nello spazio in modo discontinuo."* (814)

Ed ecco il modo utilizzato da Einstein per eliminare l'asimmetria: si tratta di considerare come discontinua l'energia associata alla radiazione elettromagnetica (e questo per rendere conto di fenomeni come quelli elencati che possono trovare solo una spiegazione microscopica) estendendo l'ipotesi di Planck alla luce mediante i quanti di luce o fotoni (quest'ultimo nome sarà introdotto dal fisico americano A.H. Compton nel 1923). Dice Einstein: (815)

*"Secondo l'ipotesi che voglio qui proporre, quando un raggio di luce si espande partendo da un punto, l'energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti o emessi parzialmente."*

Con questa ipotesi Einstein fa un notevole passo avanti rispetto alla prima quantizzazione di Planck: allora si trattava di un artificio matematico per far concordare l'elaborazione teorica con i dati sperimentali ed inoltre la quantizzazione, ammessa per l'energia degli oscillatori che producevano la radiazione, veniva negata per le onde elettromagnetiche (ammessa in emissione e negata in assorbimento); ora la quantizzazione viene assunta a principio generale, con un preciso significato fisico legato al modo con cui la materia emette od assorbe energia. C'è da aggiungere che si ribadisce ancora, di più l'insoddisfazione nei

riguardi della massima elaborazione dell'elettrodinamica, la teoria di Lorentz, la quale non riesce a rendere conto dei fenomeni che Einstein cita. Inoltre alcune difficoltà che egli riscontra nella teoria del corpo nero elaborata da Planck (aumentando il campo di frequenze ammesso per gli oscillatori, l'energia che essi dovrebbero fornire sarebbe, al limite, infinita), vengono da Einstein attribuite ancora ad insufficienze della teoria di Maxwell-Lorentz.

Nel seguito del lavoro Einstein elabora il problema in accordo con il suo programma precedente (soprattutto l'articolo del 1904). Rifiuta ipotesi riduzioniste affidandosi solo ai principi generali che gli sono forniti dalla termodinamica. (816) Egli va quindi a calcolarsi l'entropia di un gas in funzione del volume da esso occupato e l'entropia della radiazione sempre in funzione del volume (quest'ultima la trova a partire dalla legge di distribuzione di Wien, e non di Planck, ben sapendo che i suoi limiti di validità impongono delle restrizioni). I risultati che trova mostrano che

*"l'entropia di una radiazione monocromatica di densità abbastanza ridotta varia in funzione del volume, seguendo la stessa legge che vale per l'entropia di un gas ideale o di una soluzione diluita."* (817)

In particolare, confrontando le due relazioni, si trova: (818)

$$E/\beta v = n.(R/N)$$

dove: E è l'energia della radiazione; v è la sua frequenza;  $\beta$  è una delle due costanti della formula di Planck-Wien (si veda la sezione *Spettroscopia* al paragrafo 2 del precedente capitolo, alla data 1896) per la quale Einstein fornisce il valore  $\beta = 4,866.10^{-11}$  °K.sec; (819) n è il numero delle molecole del gas; R è la costante universale dei gas ed N il numero di Avogadro. Da questa relazione si può facilmente ricavare (ponendo  $R/N = k =$  costante di Boltzmann):

$$E = nk\beta v$$

mentre per una sola molecola si ha: (820)

$$\epsilon = k\beta v$$

Dato che questo risultato lo si è ottenuto uguagliando le due relazioni che forniscono l'entropia per un dato volume, rispettivamente per un gas e per la radiazione, Einstein ne deduce che: (821)

*"Una radiazione monocromatica di densità ridotta (nei limiti di validità della legge di Wien) si comporta, nell'ambito della termodinamica, come se fosse composta di quanti di energia di grandezza  $k\beta v$ , indipendenti tra loro."*

Il grande passo è fatto: dalle entropie che hanno la stessa forma per gas e radiazione, il nostro conclude che anche la struttura *corpuscolare*, per gas e radiazione, deve essere la stessa; egli dice infatti: (822)

*"Se una radiazione monocromatica (di densità sufficientemente ridotta) si comporta, rispetto alla relazione entropia-volume, cosse un mezzo discontinuo, costituito da quanti di energia  $k\beta v$ , dovremo esaminare l'ipotesi che le leggi di emissione e di trasformazione della luce siano costituite anche loro, come se la luce fosse formata da simili quanti di energia."*

E a questo punto, dopo aver stabilito i principi generali, Einstein passa a ricavarne alcune

conseguenze ed in particolare fa vedere come sia i fenomeni di fotoluminescenza (regola di Stokes), sia l'emissione di raggi catodici tramite esposizione di corpi solidi, sia infine l'effetto fotoelettrico, possano essere interpretati mediante la sua teoria dei quanti di luce. (823) :

Vedremo nel prossimo paragrafo che, pur trattando argomenti completamente diversi, il metodo seguito è lo stesso. E' la ricerca di principi generali, che siano semplici ed unificanti, che muove l'intero lavoro di Einstein. (824) Ma c'è di più. Rispetto al passato, *"non è solo una questione di cambiamento di metodo; si tratta di una revisione e, per certi versi, di una ridefinizione radicale di ciò che è lecito fare in fisica, di ciò che sia da considerare soddisfacente e cosa irrilevante, di dove vadano cercati i fondamenti dell'operare scientifico."* (825)

Per concludere, e per quanto vedremo nel prossimo paragrafo, è interessante notare che con questo articolo praticamente Einstein afferma la non necessità delle onde luminose e conseguentemente del loro sostegno, l'etere.

## **2 - SULL'ELETTRODINAMICA DEI CORPI IN MOVIMENTO** **(1905)**

I due lavori di Einstein, sul moto browniano e sui quanti di luce, che abbiamo appena finito di discutere, furono presentati alla rivista Annalen der Physik tra il marzo ed il maggio 1905. Il 30 giugno dello stesso anno un nuovo lavoro doveva aggiungersi ai precedenti: Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento (826) E' questo l'articolo nel quale Einstein introduce la *relatività*. Ad esso se ne aggiungerà ancora un altro, *"interessante conseguenza [dei] risultati della precedente ricerca"*, nel settembre dello stesso anno: L'inerzia di un corpo è dipendente dal suo contenuto di energia? (827) In questo lavoro, come elaborazione di quanto ottenuto nel precedente articolo, viene data una prima formulazione del principio di equivalenza tra massa ed energia. (828)

Cominciamo con il discutere Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento.

La prima cosa che va ricordata è che Einstein non conosceva il lavoro di Lorentz del 1904 (si veda la nota 781 bis); occorre però aggiungere che se anche Einstein fosse stato a conoscenza di questo lavoro, nulla sarebbe cambiato nel giudizio di svolta radicale che il suo articolo ha rappresentato.

Certamente poi non conosceva gli articoli di Poincaré sull'argomento, del 1905-1906 (essi erano stati inviati alle riviste contemporaneamente al suo).

Infine egli non aveva che una conoscenza indiretta dell'esperienza di Michelson e Morley (attraverso i lavori di Lorentz del 1892 e 1895); ma anche qui vale il giudizio dato precedentemente per Lorentz: anche se avesse conosciuto questa esperienza nei dettagli non sarebbe cambiato nulla rispetto al suo approccio assolutamente originale e per la verità molto ardito. (829)

Occorre poi sottolineare che l'articolo di cui si parla, e che comunemente va sotto il nome di *articolo sulla relatività*, è in realtà un articolo "sull'elettrodinamica dei corpi in movimento" nel quale si tenta un approccio radicalmente divergo ai problemi

dell'elettrodinamica così come si ponevano nell'ultimo articolo di Lorentz sull'argomento (1895) conosciuto da Einstein. Come si ricorderà in quel lavoro ancora ci si muoveva al primo ordine di  $v/c$  e si cercava una soluzione del secondo ordine. La diversità radi cale della trattazione einsteiniana sta nel tentativo (riuscito) di risolvere le questioni che si ponevano mediante la fisica dei principi. Egli infatti non entra in estenuanti e successive elaborazioni elettrodinamiche; non fa una fisica costruttiva tentando di "*formare un quadro dei fenomeni complessi partendo da certi principi relativamente semplici*", da elementi ipotetici, in definitiva, di tipo riduzionista. Einstein cerca invece delle "*proprietà generali dei fenomeni osservate empiricamente, principi dai quali vengono dedotte formule matematiche di tipo tale da valere in ogni caso particolare si presenti*". Come più volte ricordato, è lo stesso tipo di approccio che egli ha seguito nei suoi due lavori precedenti del 1905.

Il problema principale per Einstein è la sua profonda insoddisfazione per le equazioni di Maxwell-Lorentz. (830) Egli aveva provato più volte a correggerne gli errori mediante un approccio *costruttivo*, ma, come già detto, tutti i tentativi "*fallirono completamente*". Nel caso particolare dell'elettrodinamica, quelle equazioni fornivano, come vedremo, risultati diversi se applicate a sistemi di riferimento diversi. (831) Inoltre, anche qui come nel caso dei quanti di luce, l'asimmetria esistente tra campi continui e cariche discrete è un prodotto della teoria degli elettroni che Einstein non si sente di accettare. Dice Einstein nelle Note autobiografiche: (832)

*"Se si considera ... la teoria, si resta colpiti dal dualismo insito nel fatto che il punto materiale in senso newtoniano ed il campo come continuo fisico stiano l'uno accanto all'altro come concetti elementari. L'energia cinetica e l'energia di campo appaiono sostanzialmente diverse. La cosa risulta tanto più insoddisfacente in quanto, secondo la teoria di Maxwell, il campo magnetico di una carica elettrica in movimento rappresenta l'inerzia. Ma allora, perché non tutta l'inerzia? In questo caso rimarrebbe solo l'energia di campo, e la particella sarebbe semplicemente una zona di densità particolarmente elevata dell'energia di campo ... ed il fastidioso dualismo sarebbe eliminato."*

Infine non va dimenticato che le elaborazioni di Lorentz introducevano qua e là delle profonde modificazioni ai concetti fondamentali della meccanica. Ed allora, dato che si procedeva *in silenzio* ad una revisione della meccanica, perché non pagare questo prezzo ma al fine di ottenere dei principi più generali, magari andando ad una revisione più profonda della meccanica stessa? (833)

Ma, a detta dello stesso Einstein, ciò che lo colpiva di più era proprio l'asimmetria che si presentava quando si applicavano le equazioni di Maxwell a differenti sistemi di riferimento. Abbiamo già detto che più volte Einstein provò a modificare le equazioni di Maxwell-Lorentz. Egli tentava cioè di far rientrare la suddetta asimmetria cercando un apparato teorico, sia per i fenomeni ottici che per quelli elettromagnetici, nel quale solo avesse significato il moto relativo, un apparato teorico cioè che mantenesse immutate le equazioni nel passaggio da un riferimento ad un altro che fosse in moto traslatorio uniforme rispetto al primo. Nel portare avanti queste elaborazioni egli sempre più si era convinto che "*né la meccanica, né la termodinamica potevano pretendere ad una validità assoluta*". Lo stesso Einstein ci dice che a poco a poco cominciò a "*disperare della possibilità di scoprire le vere leggi attraverso tentativi basati su fatti noti*". Gli servivano dei principi -universali sull'esempio di quelli che governavano la termodinamica. Dove e come trovarli? Dice Einstein nelle Note autobiografiche: (834)

*"Dopo dieci anni di riflessione, un siffatto principio risultò da un paradosso nel quale mi ero imbattuto all'età di 16 anni; se io potessi seguire un raggio di luce a velocità  $c$  (la velocità della luce nel vuoto), il raggio di luce mi apparirebbe come un campo*

*elettromagnetico oscillante nello spazio, in stato di quiete. Ma nulla del genere sembra sussistere sulla base dell'esperienza o delle equazioni di Maxwell. Fin dal principio mi sembrò intuitivamente chiaro che, dal punto di vista di un tale ipotetico osservatore, tutto debba accadere secondo le stesse leggi che valgono per un osservatore fermo rispetto alla Terra. Altrimenti, come farebbe il primo osservatore a sapere, cioè come potrebbe stabilire, di essere in uno stato di rapidissimo moto uniforme ?"*

Che significa il paradosso di Einstein ?

Se uno si muovesse alla velocità della luce, con un' onda elettromagnetica, dovrebbe descrivere il mondo in un modo differente da chi è in riposo rispetto alla Terra, egli, vedendo solo l'oscillazione di un campo che non si propaga nel tempo, sarebbe in grado di decidere qual è il suo stato di moto rispetto all'etere (si sta muovendo con velocità  $c$ ) violando in questo modo il principio classico di relatività; inoltre questo fatto non è previsto all'interno delle stesse equazioni di Maxwell. (835) E' come se si avesse a che fare con la luce immobile e ciò è inammissibile poiché la stessa luce è definita proprio dalla sua frequenza di movimento. Insomma, come molto bene dicono Schwartz e Mc Guinness, (836) se uno camminasse alla velocità della luce, non vedendo la propria immagine riflessa in uno specchio (che la sua mano sostiene davanti al viso), sarebbe in grado di capire che cammina alla velocità della luce senza bisogno di *guardar fuori*; e ciò è negato dal principio classico di relatività di Galileo.

A questo punto però conviene andare con ordine, prendendo l'articolo di Einstein e seguendo passo passo.

L'introduzione del lavoro contiene già tutti gli elementi che abbiamo discusso.

## - INTRODUZIONE

L'articolo inizia così: (837)

*"E' noto che l'elettrodinamica di Maxwell - come essa attualmente viene d'ordinario concepita - conduce nelle sue applicazioni a corpi in movimento ad asimmetrie che paiono non essere aderenti ai fenomeni."*

Ecco dunque che il primo motivo è l'insoddisfazione per la teoria di Maxwell, negli ultimi sviluppi di Lorentz, ed in particolare perché questa teoria origina delle asimmetrie. Di quali asimmetrie si tratta ?

Einstein non ricorre ad esemplificazioni sofisticate ma al più semplice dei fenomeni elettrodinamici, che risale a Faraday; il movimento relativo di un magnete e di un conduttore e le azioni elettrodinamiche che si producono tra questi due oggetti. Lo stesso Einstein dice:

*"Si pensi ad esempio alle interazioni elettrodinamiche tra un magnete ed un conduttore. Il fenomeno osservabile dipende qui solo dal moto relativo fra magnete e conduttore, mentre secondo il consueto modo di vedere sono da tener rigorosamente distinti i due casi che l'uno o l'altro di questi corpi sia quello mosso. Infatti, se si muove il magnete e rimane fisso il conduttore, si produce nell'intorno del magnete un campo elettrico di certi valori di energia il quale provoca una corrente nei luoghi ove si trovano parti del conduttore. Rimane invece fisso il magnete e si muove il conduttore, non si produce nell'intorno del magnete alcun campo elettrico, ma al contrario [si produce] nel conduttore una forza elettromotrice, alla quale non corrisponde per sé alcuna energia, ma che - supposta l'uguaglianza del moto relativo nei due casi considerati - dà occasione al prodursi di correnti elettriche della stessa*

grandezza e dello stesso percorso, come nel primo caso [avevano dato] le forze elettriche."

Dicevamo che questa esemplificazione è semplice ma non altrettanto la sua interpretazione teorica, soprattutto in relazione all'asimmetria che essa comporta e di cui parla Einstein. Per cogliere il nocciolo del ragionamento, serviamoci della figura 41. (838) Innanzitutto osserviamo che da sfondo alle due situazioni, nella teoria cui fa riferimento Einstein

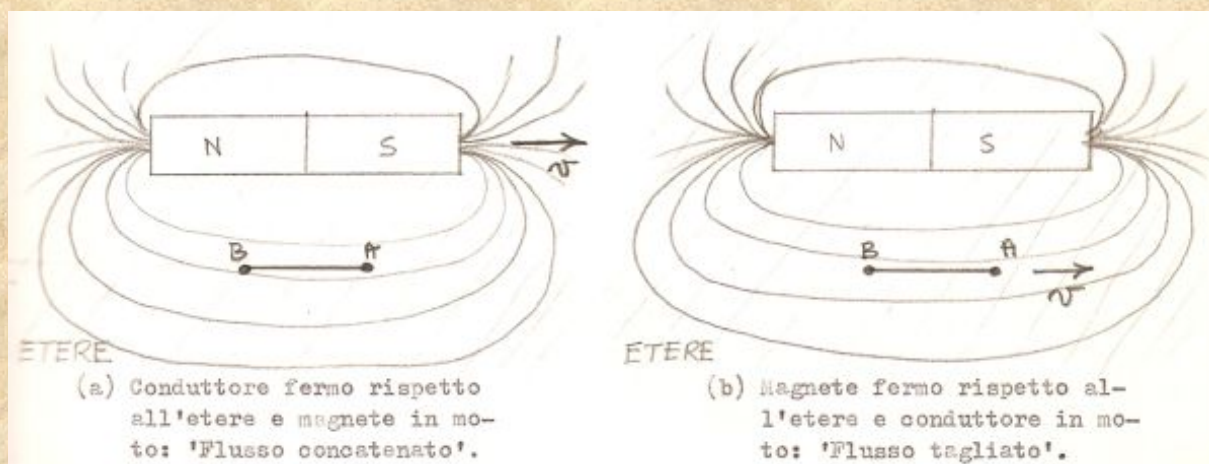


Figura 41

ed in particolare nella teoria di Lorentz, c'è un etere immobile che funge da sistema a cui riferire i *singoli* moti. Per cui nel primo caso preso in considerazione (figura 41a) il conduttore risulta fermo rispetto all'etere mentre il magnete si muove con velocità  $v$ , sempre rispetto all'etere. Nel secondo caso (figura 41b) le situazioni, ancora rispetto all'etere, sono invertite. Facendo riferimento alle equazioni di Maxwell, nel primo caso, quando il magnete si sposta, origina una variazione dell'induzione magnetica  $B$  in tutto l'etere che circonda il magnete e nel conduttore. Poiché varia  $B$  nell'etere, varia il flusso di  $B$  concatenato con il conduttore. Ricordando la terza delle equazioni di Maxwell (la 7 del paragrafo 5 del capitolo 3) ad una variazione del flusso di  $B$  si accompagna un campo elettrico nell'etere che circonda il magnete. Le cariche (gli elettroni), in quiete nel conduttore, sono soggette alla forza originata dal campo elettrico (mentre non sentono alcuna forza magnetica poiché quest'ultima non si esercita su cariche in quiete) ed in definitiva tra i capi A e B del conduttore si genera una differenza di potenziale. Sempre facendo riferimento alle equazioni di Maxwell, nel secondo caso, poiché il magnete è fisso ed è il conduttore che si sposta, la variazione dell'induzione magnetica  $B$  si avrà solo nel filo e non nell'etere circostante il magnete (caso del *flusso tagliato*). Quindi nell'etere non c'è una variazione del flusso di  $B$  e conseguentemente (per la stessa equazione di Maxwell precedentemente citata) non si originerà un campo elettrico nell'etere che circonda il magnete. Anche in questo caso però ai capi AB del conduttore si originerà una differenza di potenziale, ma questa volta di origine magnetica (forza di Lorentz). Questa differenza di potenziale, a parità di altri fattori, ha esattamente lo stesso valore che nel primo caso. (839)

Dall'esame di questa situazione, risultano dei fatti che sono certamente previsti dalla teoria di Maxwell-Lorentz, ma che, altrettanto certamente, sono tali da creare, per Einstein, una inaccettabile asimmetria; anche se gli effetti sono gli stessi (si producono nei due casi differenze di potenziale uguali, a parità di altre condizioni) i fenomeni hanno una spiegazione fisica differente: in un caso la differenza di potenziale è dovuta ad una forza elettrica, nell'altro ad una forza magnetica.

Poiché ciò che stiamo discutendo rivestiva grande importanza nel pensiero di Einstein (840) è utile fare un'altra esemplificazione, del tutto simile a quella ora discussa ma più

facilmente comprensibile.

Supponiamo di avere due cariche elettriche  $q$  uguali poste ad una distanza  $r$  l'una dall'altra (per semplicità supponiamo che una di esse sia vincolata in modo tale che non possa muoversi). Un osservatore  $T$ , immobile rispetto al sistema costituito dalle due cariche, calcolerà, secondo le usuali leggi dell'elettrostatica, una forza  $F$  che agirà sulla carica mobile e diretta come in figura 42a (cariche dello stesso segno si respingono). Supponiamo ora che l'osservatore

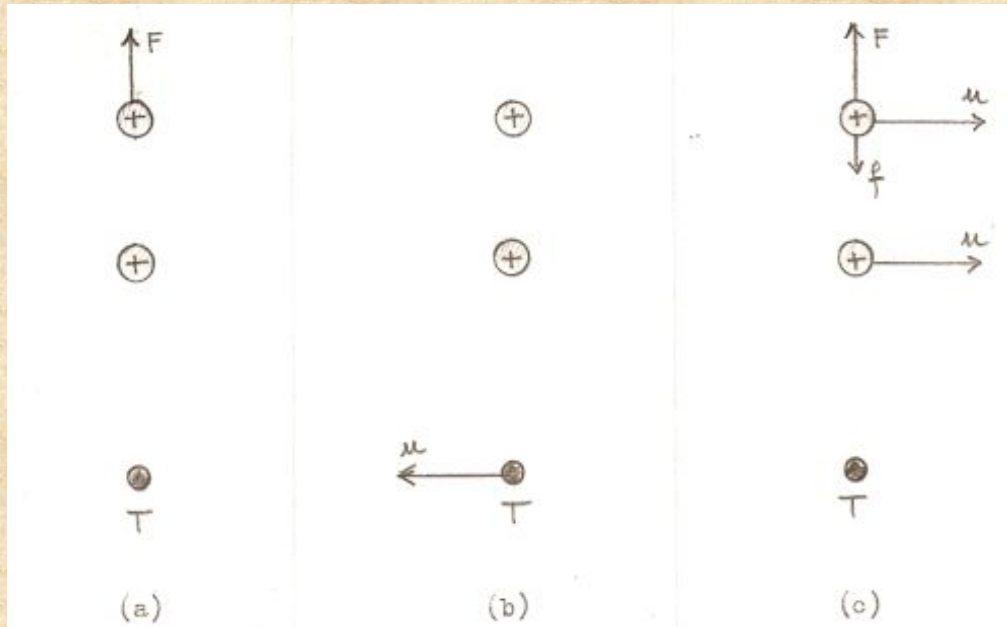


Figura 42

$T$  si sposti, con velocità  $u$ , nella direzione mostrata in figura 42b. Secondo il principio galileiano di relatività, tutto va come se  $T$  fosse immobile e fossero invece le cariche che si muovono alla stessa velocità di  $T$  ma in verso opposto (figura 42c). In questo caso, quindi,  $T$  osserverà due correnti parallele (una carica in moto costituisce una corrente elementare). Ora, secondo la legge di Ampère sulle azioni elettrodinamiche tra correnti, alla forza repulsiva  $F$ , che si aveva nel caso di azione elettrostatica (figura 42a), si deve sottrarre una forza attrattiva  $f$  (dovuta al fatto che correnti concordi si attraggono). In definitiva, un osservatore in moto dovrebbe calcolare (e calcola) una forza repulsiva  $F - f$ , minore della forza repulsiva  $F$  che lo stesso osservatore calcolerebbe (e calcola) quando è in riposo. E ciò vuol dire che le leggi dell'elettrodinamica danno risultati diversi per osservatori in moto relativo a velocità costante. Questo fatto può essere detto anche così: le leggi dell'elettrodinamica non sono invarianti per una trasformazione di Galileo. (841)

Come rendere conto di tutto ciò ?

Oltre a questo tipo di asimmetrie Einstein fa anche un vago riferimento ad altri fenomeni che probabilmente sono: l'aberrazione stellare, l'esperienza di Fizeau relativa alla misura della velocità della luce in due colonne di acqua fluente in versi opposti, (842) l'esperienza di Michelson-Morley, quella di Trouton-Noble. Bice Einstein:

*"Esempi analoghi, come pure i falliti tentativi di constatare un moto della Terra relativamente al mezzo luminoso, conducono alla presunzione che al concetto di quiete assoluta, non solo nella meccanica, ma anche nell'elettrodinamica, non corrisponda alcuna delle proprietà di ciò che si manifesta, ma che piuttosto, per tutti i sistemi di coordinate per i quali valgono le equazioni della meccanica, (843) debbano anche valere le stesse leggi*

*elettrodinamiche ed ottiche, come appunto è stato dimostrato per le grandezze del primo ordine."*

Einstein inizia a costruire la sua fisica dei principi con l'affermazione che il concetto di riferimento assoluto non ha alcun significato né nella meccanica né nell'elettrodinamica né nell'ottica. Piuttosto bisogna ammettere che tutte le leggi fisiche abbiano la stessa forma in tutti i sistemi inerziali. Non vi è quindi nessun sistema privilegiato in cui le cose debbano andare in un dato modo; al contrario tutti i sistemi inerziali, tutti quelli in moto relativo uniforme gli uni rispetto agli altri, sono equivalenti; in essi tutte le leggi fisiche devono essere le stesse. A questo punto Einstein dice:

*"noi vogliamo elevare questa presunzione ... a presupposto fondamentale"*

ed in questo modo introduce il primo dei due principi che sono il fondamento della relatività, quello che va sotto il nome di Principio della relatività di Einstein. (844) Come si vede, si tratta di una generalizzazione del Principio di relatività di Galileo a tutte le leggi della fisica.

Subito dopo, a questo principio, Einstein ne aggiunge un altro:

*"[noi vogliamo] inoltre introdurre il presupposto, solo apparentemente inconciliabile con il precedente, che la luce nello spazio vuoto si propaghi sempre con una velocità determinata e indipendente dalla velocità del corpo emittente."* (845)

Si tratta del principio che va sotto il nome di Principio della costanza della velocità della luce, quello che più ha fatto discutere (si veda, ad esempio, quanto sostiene M. La Rosa - 1923 - in bibl. 186, pagg. 293-306).

Da dove tira fuori questo principio Einstein ?

Esso era comunemente accettato in tutte le teorie ondulatorie della luce (Fresnel, Stokes, Maxwell, Lorentz) ma, sempre, come principio applicabile ad un sistema che si trovasse in riposo rispetto all'etere. Probabilmente il fatto che un valore costante di  $c$  venisse fuori dalle più disparate misure fatte sulla Terra, non importa in quale direzione rispetto al presunto etere, unitamente al fatto che questo valore si ricavasse da elaborazioni teoriche sulle equazioni che regolano i campi elettromagnetici (si ricordi il lavoro di Weber e Kohlraush), convinsero Einstein ad assumere la costanza di  $c$  come principio generale. Inoltre, forse, influì su Einstein proprio la formulazione del primo dei due principi, quello di relatività; se, infatti, la Terra si considera come un sistema inerziale e su di essa le misure di  $c$  danno sempre lo stesso valore, e deve avere lo stesso valore per tutti gli altri sistemi inerziali (indipendentemente dallo stato di moto della sorgente per il fatto che anche dalle misure fatte sulla Terra risulta questa indipendenza, infatti  $c$  ha lo stesso valore sia quando è misurata da fenomeni astronomici, sia quando è misurata su sorgenti poste sulla Terra, e lo stato di moto di una sorgente sulla Terra è certamente differente dallo stato di moto, ad esempio, di un satellite di Giove). (846) Infine, e questo è il fatto più importante, Einstein, nei suoi tentativi di modificare le equazioni di Maxwell-Lorentz perché risultassero invarianti per sistemi di riferimento in moto traslatorio uniforme gli uni rispetto agli altri, deve essersi convinto che la condizione che si richiedeva era la costanza di  $c$ .

Certo che questo principio, così formulato, doveva suonare male e, con Straneo, *"forse sarebbe stato meglio porre in rilievo che la teoria dei gruppi imponeva l'adozione di una costante fondamentale e che questa per ragioni fisiche non poteva che essere la velocità della luce."* (847)

Comunque stiano le cose, Einstein dice che questo secondo Principio appare inconciliabile con il primo. Perché ?

Perché, ammesso il Principio di relatività, sembrerebbe che debbano valere le trasformazioni di Galileo e, in particolare, la composizione delle velocità. Supponiamo allora di accettare contemporaneamente il Principio dell'indipendenza di  $c$  dal moto della sorgente e la composizione classica delle velocità: se una sorgente si muove verso un osservatore con velocità  $v$ , il tutto equivale a sorgente immobile ed osservatore che si sposta verso di essa con velocità  $-v$ ; l'osservatore misurerebbe allora una velocità  $u = c + v$  e dalla conoscenza di  $c$  egli sarebbe in grado di ricavare  $v$  e cioè una velocità assoluta; questo fatto entrerebbe in contraddizione con il supposto Principio di relatività. E l'apparente inconciliabilità sta proprio qui: il Principio di relatività di Einstein non prevede le trasformazioni di Galileo e quindi non prevede quella composizione delle velocità. Assumendo nuove trasformazioni l'inconciliabilità sparisce e la  $c$ , oltre ad assumere un valore costante in tutti i sistemi inerziali, diventa una velocità limite, una velocità che non può essere superata in alcun modo. (848) Ciò che si vuol dire è che l'apparente inconciliabilità nasce dalle ordinarie definizioni di spazio e di tempo. Ammessi i due Principi di Einstein, occorre cambiare queste definizioni e conseguentemente le loro equazioni di trasformazione (quelle di Galileo) nel passaggio da un sistema inerziale ad un altro.

Riassumendo, i due principi che Einstein pone a fondamento della sua elettrodinamica sono:

1) Principio di Relatività: Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi inerziali animati di un moto rettilineo uniforme gli uni rispetto agli altri. Nessuno di questi sistemi inerziali è privilegiato.

2) Principio di costanza della velocità della luce: La velocità della luce nel vuoto ha sempre lo stesso valore  $c$  in tutti i sistemi inerziali. Essa è indipendente dalla velocità della sorgente o dell'osservatore.

Egli dice?

*"Questi due presupposti bastano per giungere ad una elettrodinamica dei corpi in movimento semplice e libera da contraddizioni ..."*

E dell'etere, cosa ne è di questa misteriosa sostanza ?

*"L'introduzione di un etere luminoso si manifesterà superflua ..."*

Così, con un solo colpo di penna, Einstein si sbarazza di ciò che da più parti veniva indicato come *il tormento della fisica*. L'etere se ne va, sparisce il riferimento assoluto e lo spazio assoluto (cosa che d'altra parte era implicita nel primo principio assunto da Einstein).

A questo punto sono dati i principi generali. Come intende proseguire Einstein ?

Proprio come indicavamo qualche riga più su a proposito dell'inconciliabilità: a partire da una revisione dei concetti fondamentali della meccanica e, in particolare, della cinematica (si noti: revisione della meccanica e non dell'elettrodinamica). Egli dice:

*"La teoria da sviluppare si appoggia - come ogni altra elettrodinamica - sulla cinematica del corpo rigido, poiché le affermazioni di ogni teoria del genere riguardano rapporti tra*

*corpi rigidi (sistemi di coordinate), orologi e processi elettromagnetici. Le non sufficienti considerazioni di questa circostanza sono la radice delle difficoltà con le quali l'elettrodinamica dei corpi in moto ha presentemente da lottare."*

Per costruire una elettrodinamica consistente con i suoi due principi, Einstein parte quindi da una ridefinizione di lunghezze e tempi che sono alla base di qualunque processo di misura, anche di fenomeni elettromagnetici, e che nel passato sono stati dati troppo facilmente per scontati.

Con ciò termina l'introduzione al suo articolo e passa a discutere, appunto, questioni di cinematica.

---

## **La cinematica relativistica**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **L'elettrodinamica relativistica**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **L'inerzia di un corpo è dipendente dal suo contenuto di energia?**

### **Alcune osservazioni**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **3 - LA CINEMATICA E LA DINAMICA RELATIVISTICHE** (918)

**- INTRODUZIONE**

In tutto ciò che seguirà considereremo soltanto sistemi inerziali, sistemi sui quali è valida la meccanica di Newton.

Scelto un sistema inerziale (con buona approssimazione e per un tempo breve la Terra può essere considerata un tale sistema), tutti quei sistemi in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso, saranno anch'essi sistemi inerziali.

Il principio galileiano di relatività ci dice che nessuno degli infiniti sistemi inerziali è privilegiato, pertanto nessuno di essi potrà essere considerato come assolutamente in quiete. Al contrario, per semplicità, noi possiamo collocarci su uno qualunque di questi sistemi inerziali e considerarlo come se fosse in quiete relativamente a tutti gli altri che saranno animati di moto rettilineo uniforme rispetto ad esso. Chiameremo con S il sistema (di coordinate Oxyz) considerato in quiete rispetto a noi e con S' (di coordinate O'x'y'z') un altro qualunque dei sistemi in moto con velocità  $v$  rispetto ad S. Indicheremo poi con T un osservatore che si trovi sul sistema S e con T' un osservatore che si trovi sul sistema S'. Più in generale, ogni grandezza senza apice sarà relativa a misure effettuate da S, mentre ogni grandezza con apice sarà relativa a misure effettuate da S'.

I postulati fondamentali che saranno alla base di quanto diremo sono:

1) PRINCIPIO DI RELATIVITA': tutte le leggi fisiche hanno la stessa forma in tutti i sistemi inerziali.

2) PRINCIPIO DI COSTANZA DELLA VELOCITA'  $c$  DELLA LUCE: la velocità della luce nello spazio vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento risultando indipendente dalla velocità del corpo emittente (per essa daremo il valore approssimato:  $c = 300.000 \text{ Km/sec} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec} = 300 \text{ m}/\mu\text{sec}$ ).

Per il resto non daremo nulla per scontato: dovremo andare a vedere quali sono le conseguenze che questi due postulati comportano con l'osservazione che a tutt'oggi (1983) non sono mai stati smentiti dall'esperienza. Dovremo quindi ricostruire una fisica che discenda dall'ammissione dei due postulati precedenti, a partire dai concetti base posti tradizionalmente a fondamento della fisica.

I problemi che in generale dovremo risolvere sono del tipo:

- Siano dati i due riferimenti inerziali:

S in quiete,

S' in moto rettilineo uniforme rispetto ad S.

Supponiamo di conoscere la posizione (e cioè le coordinate) e la velocità di un oggetto in S, come si può calcolare la posizione (e cioè le coordinate) e la velocità di un oggetto in S' ?

Cerchiamo allora delle equazioni che trasformino le grandezze conosciute nelle grandezze cercate.

Per semplicità ci riferiremo sempre ai due sistemi S ed S' che si muovono uno relativamente all'altro mantenendo i loro assi rispettivamente paralleli in modo che l'asse

O'x' del sistema S' scivoli lungo l'asse Ox del sistema S, nel suo verso positivo e con velocità  $v$  (problema unidimensionale). Secondo il principio di relatività tutto va come se l'asse Ox del sistema S scivolasse lungo l'asse O'x' del sistema S', nel suo verso negativo e con velocità  $-v$ .

L'aver scelto spostamenti del tipo annunciato ci permetterà di porre  $y = y'$  e  $z = z'$ .

## - COME MISURARE IL TEMPO

Abbiamo già detto che non dobbiamo dare niente per scontato, almeno per quel che riguarda la definizione dei concetti che sono alla base della fisica. Occorre dunque accordarci su di un metodo che ci permetta di misurare il tempo sia nei sistemi S ed S', sia dal sistema S al sistema S', sia dal sistema S' al sistema S.

Innanzitutto occorrerà disporre di orologi di assoluta precisione ed assolutamente identici. (919) La lettura diretta dell'orologio permetterà di dare il tempo di un dato luogo in un fissato sistema di riferimento: l'osservatore T di S leggerà direttamente il tempo sull'orologio che ha con sé e questo sarà il tempo del luogo di S in cui si trova T; analogamente per l'osservatore T', esso opererà allo stesso modo per dare il tempo del luogo di S' in cui egli si trova.

E fin qui tutto è addirittura ovvio. L'unica cosa che può disturbare è forse la pignoleria delle specificazioni, lo scopo delle quali, d'altra parte, sarà chiaro più avanti.

Supponiamo ora di trovarci su un dato riferimento S e di considerare in esso due luoghi A e B, distanti tanto da rendere impossibile il confronto diretto dei due orologi che ivi si trovano. Come si fa a sapere se i due orologi segnano lo stesso tempo? Possiamo pensare di disporre di un sistema televisivo a circuito chiuso: un dato orologio è inquadrato da una telecamera che invia le sue immagini ad un televisore che si trova vicino all'altro orologio; un'altra telecamera inquadrerà quest'ultimo orologio ed invierà le sue immagini ad un televisore posto vicino al primo orologio; già che ci siamo allarghiamo l'inquadratura di questa seconda telecamera in modo che essa riprenda, oltre all'orologio, anche il televisore posto vicino ad essa (figura 44).

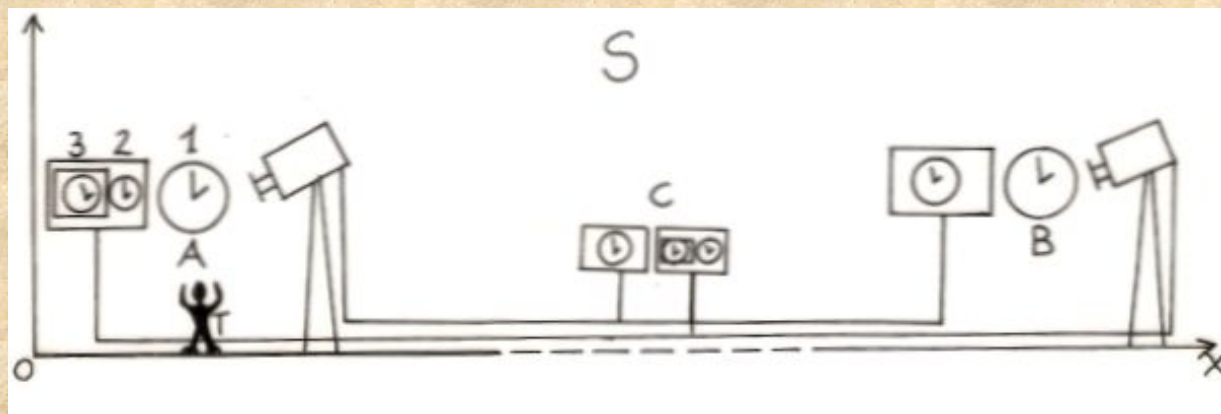


figura 44

Se l'immagine ripresa dalla telecamera viaggiasse ad una velocità infinita non vi sarebbero problemi per stabilire l'accordo tra i due orologi. Basterebbe confrontare

direttamente l'immagine televisiva con l'orologio per sapere se i due orologi segnano lo stesso tempo. L'immagine viaggia però con una velocità grandissima ma finita, quella delle onde elettromagnetiche e quindi della luce. Ciò comporta che, riferendosi alla figura 44, un osservatore T che si trovi nel luogo A osserverà che i *tre* orologi che egli vede segnano tempi differenti: l'orologio 1 che egli ha di fronte segnerà un dato tempo; l'immagine 2 dell'orologio che si trova in B segnerà un tempo inferiore; l'immagine 3 dell'orologio che si trova in A, ripresa dalla telecamera B e quindi rinviata in A, segnerà un tempo ancora inferiore. Infatti: il tempo  $t_1$  segnato dall'orologio 1 è quello letto all'istante dell'osservazione; il tempo  $t_2$  segnato dall'immagine 2 è quello che segnava l'orologio di B quando, alcuni istanti prima (il tempo necessario alla luce per percorrere la distanza esistente tra B ed A), veniva ripresa la sua immagine dalla telecamera B; il tempo  $t_3$  segnato dall'immagine 3 è quello che segnava l'orologio in A quando, ancora alcuni istanti prima (il tempo necessario alla luce per percorrere la distanza esistente tra A e B due volte, andata e ritorno), veniva ripresa la sua immagine dalla telecamera A.

Cosa potrà sostenere, riguardo al tempo, l'osservatore T ?

Che non c'è nessuna regola che permetta di sincronizzare i due orologi A e B, a meno di ammettere che la velocità di propagazione dell'immagine sia la stessa sia nel verso AB che nel verso opposto M, in accordo con il principio di costanza della velocità della luce.

AmMESSO ciò i due orologi A e B segneranno lo stesso tempo quando:

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

quando cioè l'intervallo  $t_2 - t_1$  di tempo necessario all'immagine per propagarsi da A a B è uguale all'intervallo  $t_3 - t_2$  di tempo necessario alla immagine per tornare da B ad A.

Ciò vuol dire che i due orologi A e B saranno sincronizzati quando:

$$t_2 = \frac{1}{2} (t_1 + t_3)$$

e cioè quando il tempo  $t_2$  che l'osservatore T legge sull'immagine 2 è la media aritmetica dei tempi letti sull'orologio 1 e sulla immagine 3.

Questo metodo di sincronizzazione può essere assunto come generale per qualunque luogo di S distinto da A e B.

Si può aggiungere che:

- 1) se l'orologio A è sincrono con l'orologio B, anche l'orologio B sarà sincrono con l'orologio A;
- 2) se l'orologio A è sincrono con l'orologio B e con l'orologio C, anche gli orologi B e C saranno sincroni tra loro;
- 3) quanto detto equivale ad aver ammesso che il rapporto esistente tra l'intero tragitto percorso dall'immagine della telecamera per andare da A a B e tornare da B ad A ed il tempo complessivo  $t_3 - t_1$  necessario a coprire questo tragitto ci fornisce la velocità  $c$  della

luce:

$$c = 2.AB/(t_3 - t_1)$$

E' evidente che, per il principio di relatività, le cose che abbiamo detto si applicano esattamente allo stesso modo per la sincronizzazione di due orologi che si trovano in due luoghi A' e B' di un sistema S' in moto relativo uniforme rispetto ad S.

Ritorniamo al sistema S. Il fatto che in esso si possano sincronizzare due orologi ci permette di dire che è possibile parlare di eventi simultanei in S. Se cioè nei luoghi A e B di S si producono due eventi, essi saranno simultanei, per un osservatore situato nel luogo C (che si trova a metà strada tra A e B), quando egli vede sui suoi televisori l'immagine dell'orologio A e quella dell'orologio B segnare lo stesso tempo.

Stiamo parlando di eventi simultanei. La cosiddetta simultaneità sembra un concetto non solo innocuo ma anche ovvio. Eppure si faccia molta attenzione ad esso. Fino ad ora abbiamo visto che per un osservatore su S si può parlare di eventi simultanei su S a patto di disporre di orologi sincronizzati.

Dato il principio di relatività, un osservatore che si trovi in un luogo C', a metà strada tra due luoghi A' e B' di un sistema S', potrà allo stesso modo parlare di eventi simultanei su S' (a patto, anche qui, che si disponga di orologi sincronizzati).

Si osservi che l'analisi che siamo andati sviluppando è quanto si poteva ricavare da semplici conoscenze di meccanica classica: il principio di relatività cinematico e dinamico lo si conosceva dai tempi di Galileo; il fatto che la luce viaggi a velocità finita lo si sapeva dai tempi di Roemer; la costanza di c in tragitti di andata e ritorno era comune alle varie teorie elettromagnetiche nell'ipotesi di trovarsi in sistemi di riferimento in riposo rispetto all'etere. La novità è nello sviluppare concetti che nell'ambito della meccanica non erano mai stati portati a compimento ed in particolare nell'introduzione degli *osservatori* dentro i fenomeni fisici (prima di Einstein, infatti, per parlare di eventi simultanei in due luoghi distanti A e B si sarebbe semplicemente detto di *eventi che hanno luogo quando le lancette degli orologi che si trovano nei due luoghi segnano la stessa ora*, senza che qualcuno pensasse di rilevare direttamente questo sincronismo).

## - LA RELATIVITA' DELLA SIMULTANEITA'

Consideriamo i due riferimenti S ed S' in moto relativo (rettilineo ed uniforme) l'uno rispetto all'altro. Ammettiamo, al solito, che S sia in quiete rispetto a noi e che S' si muova con velocità v rispetto ad S. Per fissare le idee, supponiamo che S' sia un vagone di un treno al cui centro si trovi un osservatore T', ed S il marciapiede di una stazione su cui si trovi un osservatore T (figura 45). Sia poi: L una lampada che si trovi esattamente al centro del vagone; A' e B' le due pareti contrapposte, nel senso della lunghezza del vagone; A e B due lampade poste sul marciapiede della stazione ed equidistanti da T. All'istante  $t = t' = 0$ , in cui iniziamo a considerare la situazione, le

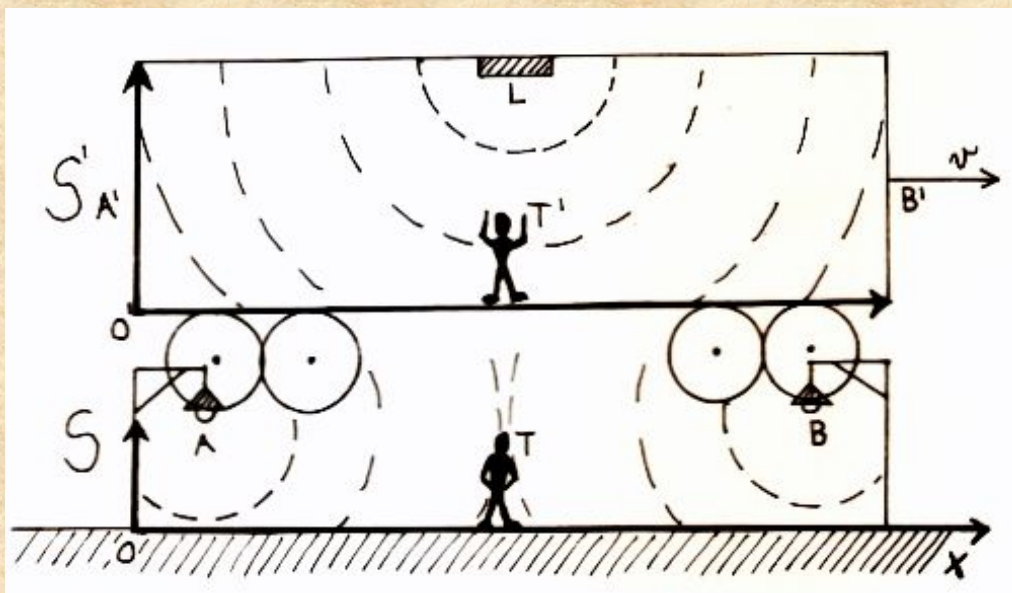


Figura 45

origini  $O$  ed  $O'$  dei due sistemi coincidono come mostra la figura e, appunto in questo istante, si accenda la lampada  $L$  e le lampade  $A$  e  $B$  (queste ultime mediante un interruttore azionato da  $T$ ).

Per quanto abbiamo detto a proposito di eventi simultanei, l'osservatore  $T$ , che si trova in  $S$ , dirà che l'accensione delle lampade  $A$  e  $B$  è simultanea (la luce emessa da  $A$  gli arriverà simultaneamente alla luce emessa da  $B$ ); l'osservatore  $T'$ , che si trova in  $S'$  dirà che la luce proveniente dalla lampada  $L$  ha illuminato simultaneamente le pareti  $A'$  e  $B'$  del vagone.

Fermiamoci a quest'ultimo fenomeno, osservato come simultaneo da  $T'$ , e cerchiamo di descrivere come lo stesso fenomeno è osservato da  $T$ .

Per fare ciò occorre introdurre nella sua interezza il principio di costanza della velocità della luce, ricordando che questa, velocità è anche indipendente dalla velocità del corpo emittente (nel nostro caso la lampada  $L$ ).

Riferiamoci alla figura 46 che descrive la situazione ad un tempo  $t \neq 0$  e  $t' \neq 0$ . (920).

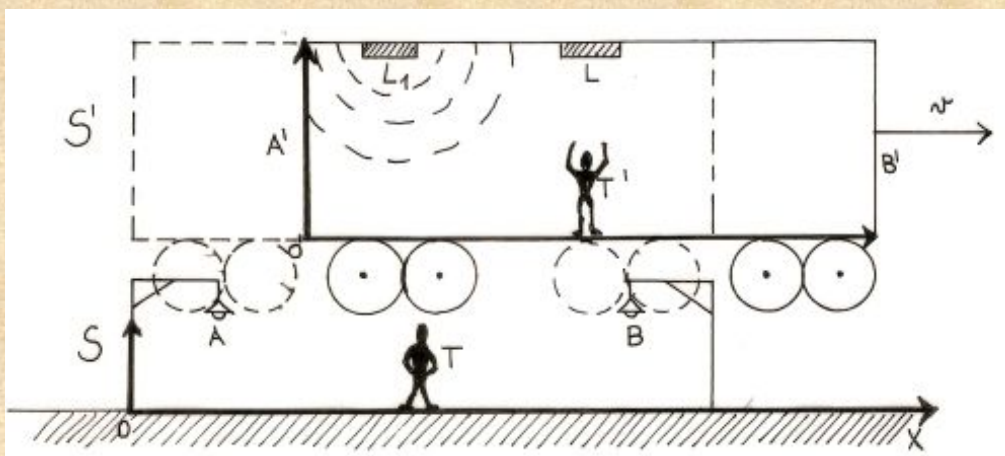


Figura 46

Per  $T$  la luce della lampada  $L$  è stata emessa quando occupava la posizione  $L_1$ . Data la

costanza di  $c$  questa luce si propagerà in tutte le direzioni con la stessa velocità indipendentemente dalla velocità della lampada (corpo emittente). Allora  $T$  non potrà far altro che osservare l'arrivo di questa luce prima sulla parete  $A'$  del vagone e quindi sulla parete  $B'$ . E questo perché, mentre la parete  $A'$  va incontro alla luce emessa dalla lampada, la parete  $B'$  si fa rincorrere dalla luce emessa dalla stessa lampada.

In definitiva, uno stesso fenomeno, percepito come simultaneo dall'osservatore  $T'$ , non risulta più simultaneo per un osservatore  $T$ . Prima però di trarre una conclusione più generale descriviamo come  $T'$  osserva il fenomeno che  $T$  percepiva come simultaneo (l'accensione delle lampade  $A$  e  $B$ ). Per fare ciò applichiamo il principio di relatività considerando il sistema  $S'$  come se fosse in quiete ed il sistema  $S$  come se fosse in moto con velocità  $-v$  rispetto ad  $S'$ . Riferiamoci alla figura 47 che descrive la situazione ad un tempo  $t \neq 0$  e  $t' \neq 0$ .

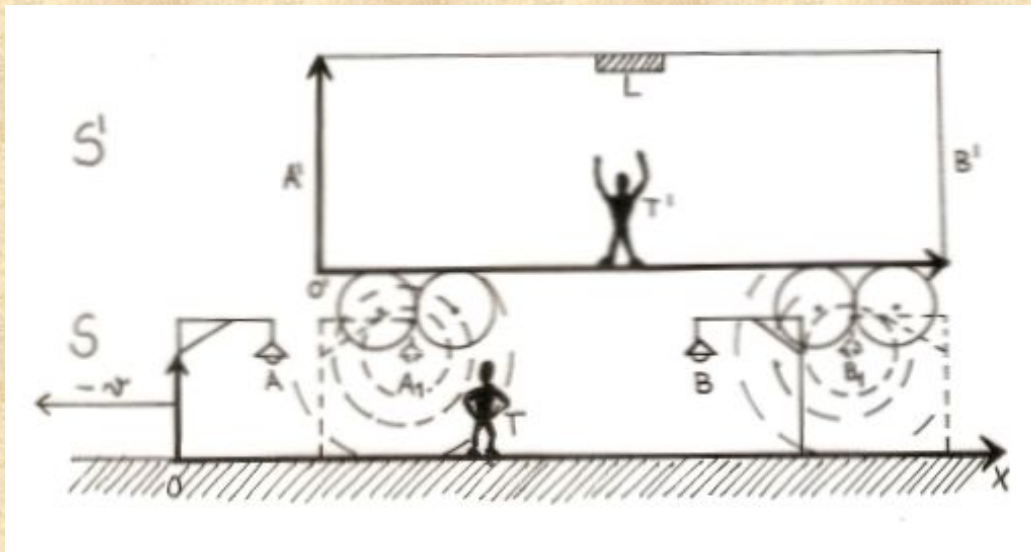


Figura 47

Per  $T'$  le luci delle lampade  $A$  e  $B$  sono state emesse quando esse occupavano rispettivamente le posizioni  $A_1$  e  $B_1$ . Anche qui, per il principio di costanza di  $c$ , la luce emessa da  $A$  e  $B$  sarà indipendente dalle velocità di  $A$  e  $B$  (corpi emittenti). Allora  $T'$  non potrà far altro che osservare l'arrivo su  $T$  della luce emessa da  $A$  prima dell'arrivo della luce emessa da  $B$  e dovrà quindi concludere che la lampada  $A$  si è accesa prima della lampada  $B$ . Anche qui, mentre  $T$  si avvicina alla luce emessa da  $A$ , si va allontanando dalla luce emessa da  $B$ .

Si può allora ancora dire che uno stesso fenomeno percepito come simultaneo dall'osservatore  $T$ , non risulta più simultaneo per un osservatore  $T'$ .

Più in generale: eventi che risultano simultanei in un dato riferimento, non lo sono più quando sono osservati da un altro riferimento in moto relativo rispetto al primo.

Ed, in accordo con il principio di relatività, c'è perfetta reciprocità (se quest'ultima non ci fosse si sarebbe in grado di riconoscere lo stato di moto o di quiete di un dato sistema).

Quali conseguenze immediate si possono trarre dall'importantissimo risultato della relatività della simultaneità ?

Quando, ad esempio, vogliamo misurare la lunghezza di un'asta confrontandola con un

regolo graduato noi facciamo l'ipotesi implicita ma necessaria che gli estremi del regolo debbano coincidere simultaneamente con gli estremi dell'asta da misurare. Ebbene questa operazione di misura per confronto è possibile eseguirla sempre su un dato riferimento nel quale, come abbiamo visto, ha senso parlare di simultaneità. Quando invece dobbiamo operare una tale misura da un sistema di riferimento  $S$  ad un sistema di riferimento  $S'$ , poiché ciò che era simultaneo in  $S$  non lo è più in  $S'$ , le misure dell'asta differiranno da quelle effettuate sull'asta a riposo in un dato riferimento.

Analoghe considerazioni possono essere fatte per misure di tempo.

Ma andiamo a vedere tutto ciò con maggiore dettaglio.

## - LA RELATIVITA' DEL TEMPO

Cerchiamo di ricavare alcuni risultati come conseguenza diretta di quanto fino ad ora discusso. Più avanti ritorneremo su di essi in un modo più formale.

Riferiamoci ancora all'esempio del vagone e del marciapiede e cerchiamo di seguire uno stesso fenomeno (l'emissione della luce da parte di una lampada) sia dal vagone che dal marciapiede. Per comodità grafica ci sarà utile un disegno nel quale le dimensioni del vagone sono modificate rispetto ai disegni precedenti (figura 48).

Supponiamo che all'istante  $t = t' = 0$  le origini  $O$  ed  $O'$  dei due riferimenti  $S$  ed  $S'$  coincidano e che, in questo istante, la lampada  $L$  venga accesa. Il fenomeno da misurare è il tempo impiegato dalla luce per andare dalla lampada  $L$  all'osservatore  $T'$  che si trova sul treno. Lo stesso fenomeno sarà misurato e dall'osservatore  $T'$  e dall'osservatore  $T$  che si trova sul marciapiede. Vediamo come opera l'osservatore  $T'$ . Egli sa che il tragitto che deve percorrere la luce è  $d'$

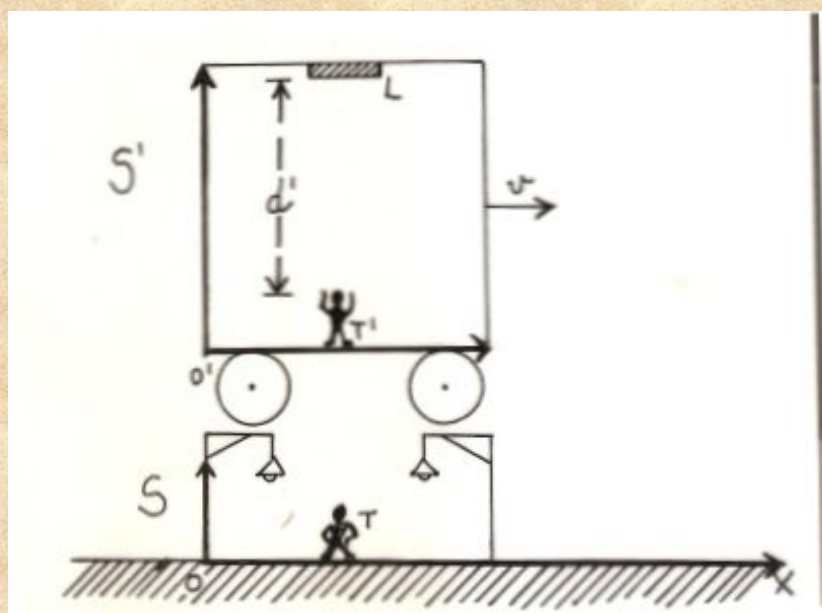


Figura 48

e sa inoltre che la luce viaggia con velocità  $c$ . L'osservatore  $T'$  si fa un rapido conto con le leggi della meccanica che conosce e, molto facilmente, trova:

$$\Delta t' = d'/c \quad -> \quad d' = c \cdot \Delta t'$$

Cosa osserverà T ? Per comprenderlo occorre riferirsi alla figura 49.

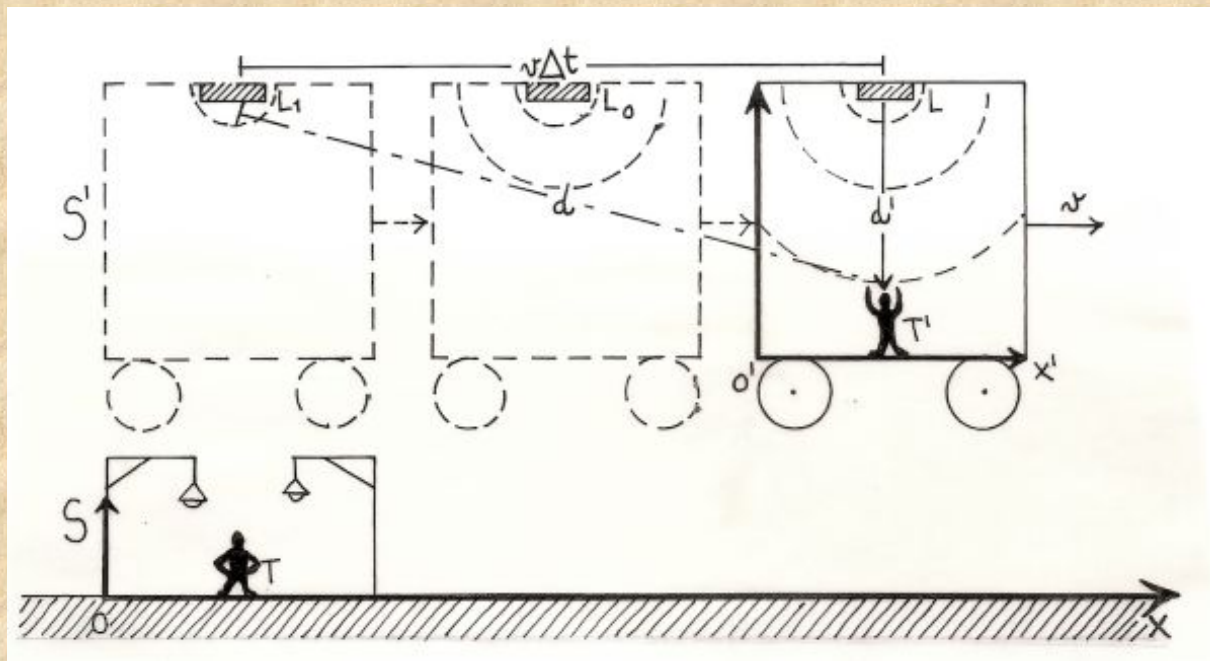


Figura 49

Quando la lampada viene accesa essa occupa la posizione  $L_1$ . Nel tempo  $\Delta t$  che la luce impiega ad andare da  $L$  a  $T'$ , il vagone si sarà mosso con velocità  $v$  avendo percorso il tratto  $v \Delta t$ . In definitiva, per  $T$ , è come se la luce avesse percorso il tragitto obliquo  $d$ . L'osservatore  $T$  sa inoltre che la velocità della luce è  $c$ . Egli quindi per  $\Delta t$  troverà:

$$\Delta t = d/c \quad -> \quad d = c \cdot \Delta t$$

In che relazione stanno  $\Delta t'$  e  $\Delta t$ ? Basta considerare il triangolo rettangolo di vertici  $L_1$ ,  $L$ ,  $T'$ , per trovare successivamente (teorema di Pitagora):

$$(LT')^2 = (L_1T')^2 - (L_1L)^2$$

$$d'^2 = d^2 - (v \Delta t)^2$$

$$(c \Delta t')^2 = (c \Delta t)^2 - (v \Delta t)^2$$

$$\Delta t'^2 = \Delta t^2 (1 - v^2/c^2)$$

$$(1) \quad \Delta t = \Delta t' (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Per capire cosa ciò significa occorre discutere il fattore  $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . La quantità che sta sotto radice è nulla quando  $v = c$ . In questo caso, qualunque sia il tempo  $\Delta t'$  che misura  $T'$ , l'osservatore misurerebbe un tempo  $\Delta t$  infinito. La quantità che sta sotto radice è negativa quando  $v > c$ . In questo caso avremmo un numero negativo sotto radice quadrata e quindi un

numero immaginario (il tempo  $\Delta t$  sarebbe un tempo matematicamente immaginario e fisicamente privo di significato). Si può senz'altro concludere che, stando alle conoscenze attuali, è impossibile avere velocità  $v$  che superino quella  $c$  della luce. La radice dà per risultato il numero 1 quando  $v = 0$ , quando cioè si ha a che fare con due riferimenti in quiete l'uno relativamente all'altro. In questo caso la (1) diventerebbe  $\Delta t = \Delta t'$  e torneremmo al caso delle equazioni di trasformazione di Galileo. Più in generale risulta:

$$0 < (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \leq 1$$

e tanto più è alta  $v$ , quanto più dal valore 1 ci si avvicina al valore 0. Allora, cosa significa la (1) ?

Il tempo  $\Delta t$  misurato da T risulta maggiore del tempo  $\Delta t'$  misurato da T' e ciò vuol dire che il tempo, per l'osservatore T, trascorre più velocemente e, conseguentemente, per l'osservatore T' più lentamente (dilatazione del tempo).

Di quanto  $\Delta t'$  è minore di  $\Delta t$  ?

Dipende dalla velocità  $v$  con cui S' si sposta rispetto ad S.

Facciamo un esempio numerico per capire l'ordine di grandezza di questa dilatazione del tempo. Consideriamo varie  $v$ :

$$v_1 = 360 \text{ Km/h} = 0,1 \text{ Km/sec} \rightarrow \text{velocità di un'auto di formula 1}$$

$$v_2 = 3.600 \text{ Km/h} = 1 \text{ Km/sec} \rightarrow \text{velocità di un aereo supersonico}$$

$$v_3 = 36.000 \text{ Km/h} = 10 \text{ Km/sec} \rightarrow \text{velocità di una astronave}$$

$$v_4 = 650.000.000 \text{ Km/h} \approx 180.000 \text{ Km/sec} \rightarrow \text{velocità dell'ordine di grandezza di quella della luce.}$$

Risulta:

$$(1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \approx 0,9999999999999996 \rightarrow \Delta t' = 0,9999999999999996 \Delta t$$

$$(1 - v_2^2/c^2)^{-1/2} \approx 0,9999999999999996 \rightarrow \Delta t' = 0,9999999999999996 \Delta t$$

$$(1 - v_3^2/c^2)^{-1/2} \approx 0,9999999999999996 \rightarrow \Delta t' = 0,9999999999999996 \Delta t$$

$$(1 - v_4^2/c^2)^{-1/2} \approx 0,8 \rightarrow \Delta t' = 0,8 \Delta t$$

Si vede subito che nei primi tre casi considerati la dilatazione, che pure esiste, è così piccola da risultare praticamente non rilevabile mediante gli strumenti di cui disponiamo.

Viaggiando invece ad una velocità dell'ordine di grandezza di quella della luce, quando T misura 10 sec, T' misurerà 8 sec.

E' importante allora osservare che gli effetti di dilatazione del tempo hanno

sensibilmente luogo solo per riferimenti in moto relativo con velocità dell'ordine di grandezza di quella della luce.

E' anche importante sottolineare che, per il principio di relatività, vale la reciprocità del fenomeno di dilatazione; poiché l'esempio del vagone e del marciapiede può essere inteso, cose già sappiamo, come vagone in quiete e marciapiede in moto con velocità - v, anche l'osservatore sul vagone vedrà il tempo dilatarsi nel riferimento del marciapiede.

Avremo modo di tornare a discutere di ciò quando andremo a ritrovare la (1) mediante le trasformazioni di Lorentz e quando ci soffermeremo sul cosiddetto *paradosso dei gemelli*.

## - LA RELATIVITÀ DELLE LUNGHEZZE

Supponiamo che i nostri due osservatori T e T' vogliano misurare la lunghezza del vagone su cui si trova T'.

L'osservatore T' opererà nel modo seguente:

- si sceglie come riferimento esterno un palo di sostegno dei cavi elettrici;
- misura quanto tempo  $\Delta t'$  è necessario affinché le due estremità del vagone passino attraverso il palo-traguardo di riferimento;
- conoscendo la velocità v del vagone, calcola

$$l' = v \cdot \Delta t'$$

L'osservatore T opererà nello stesso modo:

- si sceglie anche lui un palo di riferimento;
- misura il tempo  $\Delta t$  necessario affinché le due estremità del vagone passino attraverso il palo-traguardo di riferimento;
- conoscendo la velocità v del vagone, calcola:

$$l = v \cdot \Delta t$$

Ricordando la (1) e sostituendo il suo valore nella relazione precedente si trova:

$$l = v \cdot \Delta t' \cdot (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

e ricordando che  $l' = v \cdot \Delta t'$ , la lunghezza l del vagone misurata da T sarà:

$$(2) \quad l = l' \cdot (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

E ciò vuol dire che misure di lunghezze effettuate da osservatori in moto o in quiete rispetto ad esse forniscono valori differenti. In particolare un'asta rigida, che abbia una data misura di lunghezza quando è misurata in quiete, risulta contratta quando viene misurata in moto da

un osservatore in quiete (la contrazione è nel verso del moto, le altre dimensioni non risultando modificate).

Anche qui il principio di relatività assicura la perfetta reciprocità della contrazione per misure effettuate da riferimenti in moto relativo.

## - LE TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

Consideriamo, al solito, due riferimenti  $S$  ed  $S'$ . Questa volta tratteremo il problema in modo unidimensionale, così come annunciato nell'introduzione, di modo che senz'altro potremo porre  $y = y'$  e  $z = z'$ .

Riferiamoci alla figura 50.

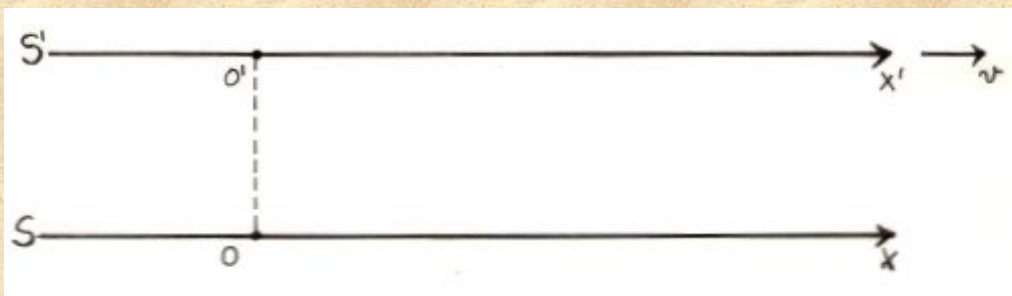


Figura 50

All'istante  $t = t' = 0$  le origini dei due riferimenti coincidano ( $O \equiv O'$ ) come mostrato in figura 50. A questo istante dall'origine  $O$  di  $S$  venga emesso un fotone nel verso positivo dell'asse  $x$ . Dopo un tempo  $t \neq 0$  questo fotone si troverà in un punto  $P$  di ascissa  $x = ct$ .

Anche nel sistema  $S'$  il fotone risulta emesso al tempo  $t = 0$  e anche in questo sistema, dopo un tempo  $t' \neq 0$ , esso si troverà in un punto  $P'$  di ascissa  $x' = ct'$ .

Poiché la velocità della luce è indipendente dalla velocità del corpo emittente ( $P \equiv P'$ ) possiamo considerare la situazione in figura 51.

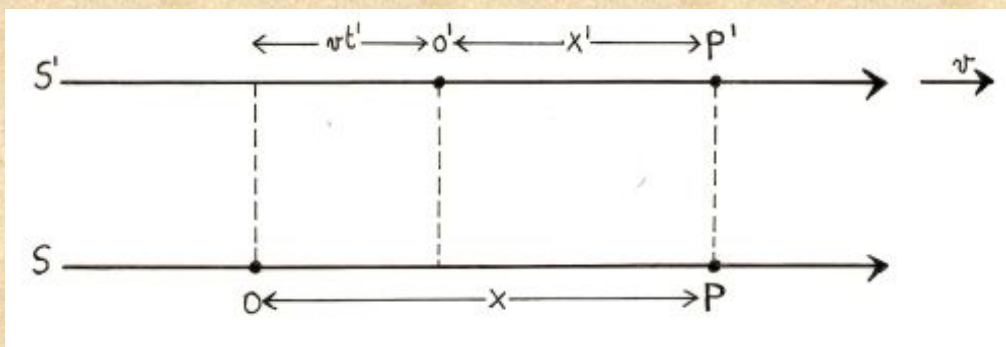


Figura 51

Come descrivono ciò le trasformazioni di Galileo ?

Quali sono le formule che ci permettono di passare dalle coordinate di un riferimento

alle coordinate di un altro riferimento ?

Osservando S' da S e ricordando che nelle trasformazioni di Galileo risulta  $t = t'$ , si ha (figura 51 ):

$$x' = x - vt$$

Osservando S da S' si ha (figura 51 ):

$$x = x' + vt'$$

Le trasformazioni di Galileo non tengono però conto della costanza di  $c$ . Dovremo allora considerare delle trasformazioni dello stesso tipo, nelle quali bisognerà introdurre un fattore  $k$  da determinarsi. Si dovrà cioè avere:

$$x' = k(x - vt)$$

(3)

$$x = k(x' + vt')$$

I motivi per cui si sono scelte queste particolari relazioni sono due:

- 1) la relazione lineare tra  $x$  ed  $x'$ , essendo la più semplice, è la più spontanea;
- 2) quando  $k = 1$  si riottengono immediatamente le trasformazioni di Galileo»

A ben guardare questo secondo motivo implica che  $k$  deve dipendere dalla velocità in modo tale che, per piccole velocità ( $v \ll c$ ),  $k$  risulti uguale ad 1. Inoltre, per il principio di relatività, dovrà risultare

$$k(v) = k(-v)$$

che vuol dire reciprocità nell'osservazione da un riferimento all'altro, reciprocità che era garantita dalle trasformazioni di Galileo (scambiando in ciascuna delle due trasformazioni  $x$ ,  $x'$ ,  $t$ ,  $t'$ ,  $v$  rispettivamente con  $x'$ ,  $x$ ,  $t'$ ,  $t$ ,  $-v$ , si ottiene ogni volta l'altra equazione).

Per determinare il valore di  $k$ , ferma restando la verifica che dovremo fare sulla garanzia di reciprocità  $k(v) = k(-v)$  e sul fatto che si deve avere  $k = 1$  per  $v \ll c$ , sviluppiamo le (3) cominciando con l'introdurre in esse i valori già trovati per  $x$  ed  $x'$  ( $x = ct$ ;  $x' = ct'$ ). Si ha:

$$ct' = k(ct - vt)$$

$$ct = k(ct' + vt')$$

e cioè:

$$ct' = k(c - v)t$$

$$ct = k(c + v)t'$$

Moltiplicando membro a membro, si ottiene successivamente:

$$(ct')(ct) = [k(c - v)t][k(c + v)t']$$

$$c^2 t' t = k^2 t' t (c^2 - v^2)$$

$$1 = k^2 (1 - v^2/c^2)$$

$$(4) \quad k = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (921)$$

Si può subito vedere che questo valore di k verifica le due condizioni richieste. E' quindi questo il fattore correttivo da introdurre nelle trasformazioni delle coordinate di Galileo per ottenere le trasformazioni di Lorentz per le coordinate.

Sostituendo la (4) nelle (3) si trova:

$$x' = (x - vt) \cdot (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

(5)

$$x = (x' + vt') \cdot (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Ritorniamo ora alle (3) e proponiamoci di vedere cosa diventano le trasformazioni di Galileo per il tempo ( $t = t'$  e  $t' = t$ ). Iniziamo con il sostituire alla  $x'$  che compare nella seconda delle (3) il valore di  $x'$  fornito dalla prima delle (3). Si ha:

$$x = k [k(x - vt) + vt'] \quad ->$$

$$t' = (x - k^2 v + k^2 vt) / kv \quad ->$$

$$t' = k [t - (x/v)(1 - 1/k^2)] \quad ->$$

(osservando che  $1 - 1/k^2 = 1 - (1 - v^2/c^2) = v^2/c^2$ , si ha):

$$t' = k [t - (v^2/c^2)x] \quad ->$$

$$(6) \dots t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

[Si osservi che alla (6) si può arrivare anche risolvendo il sistema (5) rispetto alla variabile  $t'$ ].

Con lo stesso procedimento ora visto (ma anche risolvendo il sistema (5) rispetto alla variabile  $t$ ), sostituendo questa volta alla  $x$  che compare nella prima delle (3) il valore fornito dalla seconda delle (3), si trova

$$(7) \dots t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

E questa è solo un'ulteriore verifica del principio di relatività. Per ottenere la (7) bastava infatti sostituire nella (6) ai valori  $t', t, x, v$ , rispettivamente i valori  $t, t', x', -v$ .

Si può subito, anche qui, osservare che per piccole  $v$  ( $v \ll c$ ) si ottiene subito la trasformazione di Galileo per il tempo ( $t = t'$ ).

Riassumendo, le trasformazioni di Lorentz possono essere così scritte:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(8)

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Il primo gruppo delle (8) si riferisce a misure effettuate da S', il secondo gruppo a misure effettuate da S.

Useremo ora queste equazioni di trasformazione per ricavare alcuni risultati, a partire da quelli, come la dilatazione dei tempi e la contrazione delle lunghezze, già trovati per altra via.

## La dilatazione dei tempi e la contrazione delle lunghezze

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

## La composizione relativistica delle velocità

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

### 9 - NECESSITA' DI UNA NUOVA DINAMICA

Abbiamo visto che i postulati di Einstein modificano radicalmente l'ordinaria cinematica. E' evidente che anche la dinamica dovrà essere riformulata in conseguenza delle modificazioni cinematiche.

Per capire questa affermazione possiamo fare una esemplificazione qualitativa.

La seconda legge di Newton, come comunemente la si conosce, è nella forma seguente

$$F = m.a.$$

Proviamo ad utilizzarla così come è in questioni che invece necessiterebbero di una trattazione relativistica.

Supponiamo di applicare una forza  $F$  costante ad un dato oggetto di data massa  $m$ . Questa massa acquisterà, una accelerazione costante  $a$ . La forza continui ad essere costante: l'accelerazione seguirà ad essere costante ed accelerazione costante vuol dire variazione costante di velocità nel tempo. In pratica il nostro oggetto aumenterà con continuità la sua velocità. Dopo un certo tempo, più o meno lungo a seconda dell'intensità di  $F$ , l'oggetto arriverà a possedere la velocità della luce; qualche istante dopo questa velocità verrà superata (se la forza imprime alla nostra massa un'accelerazione dell'ordine di quella di gravità, e cioè circa  $10 \text{ m/s}^2$ , occorrerà circa un anno perché essa raggiunga la velocità della luce).

Da questo banale ragionamento risulta evidente che la seconda legge di Newton, almeno in questa formulazione, non è in accordo con il secondo postulato di Einstein (la velocità della luce non risulterebbe più una velocità limite).

Proviamo ad usare un'altra definizione per la forza: la variazione della quantità di moto ( $p$ ) nell'unità di tempo. Vediamo a cosa ci porta questa definizione in una visione non relativistica:

$$(15) \quad F = \Delta p / \Delta t = \Delta(mv) / \Delta t = d(mv) / dt = dp / dt$$

[si tenga conto che negli ultimi due membri abbiamo eseguito un passaggio al limite].

Nei passaggi intermedi della (15) abbiamo il prodotto di una massa per una velocità (quantità di moto) sotto il segno  $\Delta$  che indica variazione della quantità che segue. La velocità è una grandezza che può variare, la massa è rigorosamente costante (principio di conservazione della massa di Lavoisier): di conseguenza possiamo portare la costante fuori dal segno di variazione ottenendo:

$$F = m (\Delta v / \Delta t) = ma$$

ed in questo modo abbiamo ritrovato la seconda legge di Newton.

Ma questa era la relazione che non frizionava e, se ben si osserva, essa è ottenuta dalla precedente (variazione della quantità di moto nell'unità di tempo) per quel passaggio nel quale, ammettendo la sua costanza, portavamo la massa fuori dal segno di variazione. Già altre volte abbiamo avvertito che non bisogna dare nulla per scontato; facciamo così anche questa volta. Riprendiamo quindi la formulazione (15) e vediamo se essa funziona in una discussione qualitativa del primo esempio che abbiamo discusso (una massa sottoposta ad una forza costante). Ora anche la massa compare sotto il segno  $\Delta$  di variazione; quindi, applicando una forza costante al nostro oggetto, esso non dovrà necessariamente arrivare alla velocità della luce poiché ora c'è anche la massa che può variare in modo tale da compensare la mancata acquisizione, da parte dell'oggetto, di un aumento di velocità.

Le cose potrebbero sembrar sistemate (a patto di rinunciare al principio di conservazione della massa): partiamo dalla (15) e tutto torna.

Attenzione però ad una nuova difficoltà che si presenta. Fino ad ora abbiamo discusso la nostra esemplificazione nell'ipotesi implicita che l'oggetto sia in moto rispetto ad un riferimento in quiete (quello di noi che l'osserviamo). E se l'oggetto fosse in moto rispetto ad un riferimento  $S'$  in moto con velocità  $v$  rispetto a noi (sistema  $S$ ) che l'osserviamo ?

In questo caso bisognerebbe tener conto anche della composizione delle velocità ed ancora ci troveremmo nella condizione di dover modificare la (15). Si può allora dire che se da una parte è vero che bisogna partire dalla (15) per una definizione della forza, dall'altra sarà necessario modificarla per far sì che le leggi della meccanica, in accordo con il principio di relatività, siano le stesse in tutti i sistemi inerziali.

Non è però agevole partire da una ridefinizione della quantità di moto tale che la nuova formulazione risulti invariante per una trasformazione di Lorentz (è chiaro che qualunque sia la nuova forma che daremo alla quantità di moto essa dovrà soddisfare il principio di relatività). Allo stesso modo non è possibile, ad esempio, partire dal principio di azione e reazione poiché in generale (a parte cioè le forze di contatto) questo principio implica forze agenti a distanza e quindi la simultaneità tra due eventi che, come sappiamo, è relativa per eventi che si svolgono su riferimenti in moto l'uno relativamente all'altro. Dovremo quindi prendere in considerazione solo azioni istantanee a contatto (le azioni di campo ad esempio). Nel cercare le equazioni del moto dovremo sempre tener conto che per  $v \ll c$  si dovranno riottenere le leggi della meccanica classica confermate dall'esperienza (per  $v \ll c$ ). Infine possiamo decidere a priori sulla validità o meno di alcuni principi fondamentali nella fisica classica (conservazione della quantità di moto, conservazione dell'energia, ...), fermo restando che ogni risultato che troveremo dovrà essere controllato con l'esperienza, e cercare nuovi principi di conservazione (almeno: nuovi nella forma).

Il fenomeno che si presta meglio a ricavare una nuova dinamica è quello dell'urto tra due masse.

Classicamente sappiamo che in un sistema isolato i processi d'urto portano ad affermare la conservazione della quantità di moto (o terzo principio della dinamica). Questa conservazione, come abbiamo visto all'inizio di questo lavoro, è invariante per una trasformazione di Galileo. Inoltre un urto è un processo che, con ottima approssimazione, può essere considerato come istantaneo e non pone quindi problemi di simultaneità. Nell'urto poi la forza risultante è nulla e quindi non ci troviamo nella difficoltà annunciata di dover trovare direttamente equazioni di trasformazione per le forze.

Inizieremo quindi a studiare dei processi d'urto nell'ipotesi che la conservazione della quantità di moto sia valida anche in una trattazione relativistica. Occorrerà trovare una formulazione per la legge di conservazione che sia invariante per una trasformazione di Lorentz (in accordo con il principio di relatività). Nel far ciò seguiremo, in parte, il procedimento sviluppato da Lewis e Tolman nel 1909 (Phil. Mag, 18, 510).

---

## **La conservazione relativistica della quantità di moto.**

### **Nuova definizione di massa.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **Ancora sulla massa.**

## **L'inerzia dell'energia.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **Relazione esistente tra Energia, Quantità di moto e Massa a riposo.**

## **Particelle con massa a riposo nulla.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **L'equazione fondamentale della dinamica relativistica.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## **Le equazioni di trasformazione per la quantità di moto e l'energia.**

## **Le equazioni di trasformazione per la massa e la forza.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

**Alcune verifiche sperimentali:**

**-la costanza della velocità della luce,**

**-l'esperienza di Michelson-Morley,**

**-l'esperienza di Fizeau,**

**-l'aberrazione stellare,**

**-l'effetto Doppler,**

**-il paradosso dei muoni,**

**-il paradosso dei gemelli.**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

**Propongo, a complemento, due articoli:**

**Erasmus Recami - Più veloce della luce ?**

**(da: Il Nuovo Saggiatore)**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

**Franco Selleri - Più veloce della luce ?**

**(da: Il Nuovo Saggiatore)**

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#) (è il secondo articolo presente nella pagina PDF).

---

## E' possibile osservare la contrazione delle lunghezze?

### Equivalenza massa-energia.

### Un esempio di elettrodinamica relativistica.

(PDF).

Per aprire cliccare [qui](#).

---

## IL PROSEGUIMENTO DEL PROGRAMMA RELATIVISTICO DI EINSTEIN

Quanto abbiamo visto in quest'ultimo capitolo deve averci convinto che se da una parte Einstein prende le mosse dalle asimmetrie elettromagnetiche, dall'altra egli si pone sulla strada della formulazione di una nuova meccanica. Non sembra possa esserci dubbio che egli si muove sulla strada dei Kirchhoff, degli Hertz e dei Mach, più che su quella dagli Abraham e dei Kaufmann con i loro programmi elettromagnetici.

E certo che, nel momento in cui il programma elettromagnetico sembrava essere il punto di rottura con la tradizione meccanicista, il tornare a riprendere la meccanica per modificarla ed *aggiornarla* doveva sembrare un'operazione alquanto reazionaria.

In ogni caso i lavori di Einstein non caddero nel vuoto: da una parte si tentò con ogni mezzo di confutarli, dall'altra si iniziò a svilupparli e ad ampliarli con il contributo di un numero sempre maggiore di sostenitori.

Qualche mese dopo la pubblicazione del secondo lavoro di Einstein del 1905 sulla relatività, W. Kaufmann pubblicò sugli Annalen i risultati di sue esperienze. (926) Egli, all'inizio della sua memoria, affermava (927):

*“Avanzo qui necessariamente il risultato generale delle misure che si descrivono nel seguito: i risultati delle misure non sono compatibili con l’ipotesi fondamentale di Lorentz ed Einstein”.*

Secondo Kaufmann i valori che sia Lorentz sia Einstein assegnavano alle masse longitudinale e trasversale degli elettroni erano errati; le sue esperienze mostravano un notevole accordo con i valori calcolati da Abraham nell’ipotesi di pura massa elettromagnetica.

Fu Planck il primo ad intervenire a sostegno dei lavori relativistici di Einstein. Nel 1906 egli pubblicò due lavori. In uno di essi (928) mise in discussione la correttezza delle conclusioni, di Kaufmann a seguito dell’inattendibilità della precisione delle sue misure; nell’altro lavoro (929), come abbiamo già detto nel paragrafo 3 del capitolo precedente (vedi nota 884), corresse l'errore nel quale era incorso Einstein nel suo primo lavoro del 1905 e relativo al modo di ricavarsi le equazioni di trasformazione per la seconda legge [in breve: Einstein lavorava su  $F = m \cdot (dv/dt)$  mentre Planck lavorò su  $F = d(mv)/dt$ ].

Lo stesso Einstein intervenne nel 1907 (930) sulla stroncatura sperimentale del suo lavoro ad opera di Kaufmann. Dice Einstein: (931)

*“si potrà affermare con certezza se esiste un errore sistematico insospettato o se i fondamenti della teoria della relatività non si accordano con l’esperienza, soltanto quando si disponga di un gran numero di osservazioni...”*

e, con una affermazione che ha una valenza epistemologica più generale, aggiunge che le teorie di Abraham e Kaufmann hanno una piccola probabilità di essere corrette,

*“perché le loro ipotesi fondamentali rispetto alla massa degli elettroni in moto sono inspiegabili in termini di sistemi teorici che inglobino un insieme più ampio di fenomeni.”*

Mentre Einstein si difendeva in questo modo, continuava a portar avanti il suo programma.

Nel 1907 tornò ancora sull’equivalenza massa-energia (932). Egli prende in esame un sistema in cui abbiano luogo processi meccanici ed elettromagnetici e dimostra che la condizione per cui la sua relazione abbia validità è la conservazione del moto del baricentro del sistema. Nel 1907 affermò (933) che una dimostrazione generale della validità del suo principio ancora non si era potuta trovare perché i fisici erano ancora distanti dall’intendere il mondo in base al principio di relatività.

Intanto in Gran Bretagna ci si cominciò ad occupare di relatività. Nel 1908 O.N. Lewis (1875-1946), utilizzando la teoria della pressione di radiazione, provò che un corpo, il quale assorda energia da radiazione, aumenta la sua massa in accordo con la relazione di Einstein. (934) Nel 1909 G. N. Lewis e R.C. Tolman (1881-1948) ritornarono ulteriormente sul modo di ricavare la seconda legge della dinamica (935) ad opera di Einstein. Infatti, nonostante il lavoro di Planck del 1906, era ancora necessario scrollarsi di dosso molte incrostazioni classiche. Il lavoro dei due fisici britannici fu molto importante poiché andò a ricavare l’intera dinamica sulla base del principio di conservazione della quantità di moto, a partire dalla cinematica delle trasformazioni di Lorentz. Non si usa più quindi la seconda legge ma la conservazione della quantità di moto. Essa viene assunta ad invariante relativistica e da essa si procede appunto a ricavare l’intera dinamica, compresa l’equazione del moto. Un criterio di controllo che viene introdotto dai nostri è la validità delle leggi classiche nel limite  $v \ll c$ .

Sempre nel 1908 ancora Planck tornò sull'equivalenza massa-energia. (936)

Ed ancora in quell'anno, esperienze alla Kaufmann, realizzate con maggior cura dal fisico tedesco A. H. Bucherer, sembrarono confermare i lavori di Einstein e Lorentz. (937)

Nel frattempo nascevano i primi paradossi legati alla nuova meccanica relativistica. Furono proprio Lewis e Tolman a metterli in evidenza nel loro lavoro del 1909. Nel 1911 questi primi paradossi trovarono una spiegazione in un lavoro di A. Sommerfeld (1868-1951) e M. Von Laue (1879-1960). (938)

In mezzo a tutte queste polemiche cresceva e si affermava la teoria della relatività. Essa era ormai entrata in tutti gli istituti di ricerca con piena autorità.

Ma non si possono concludere queste pagine senza accennare ad uno dei contributi più importanti per gli sviluppi futuri, quello di H. Minkowskij (1864-1909) del 1908. (939)

Da quanto visto a proposito delle trasformazioni di Lorentz, dovrebbe risultar chiaro che i concetti di spazio (distanze, coordinate,...) non sono scindibili da quelli di tempo [si rivedano le stesse trasformazioni (8) e si noti come per trasformare la coordinata spaziale  $x'$  occorre introdurre il tempo  $t$  e come per trasformare il tempo  $t'$  occorre introdurre la coordinata spaziale  $x$ ]. Che spazio e tempo siano legati insieme per definire un dato evento è poi ben noto anche nell'ambito della fisica classica, dove, per definire univocamente un dato evento, oltre alle coordinate spaziali  $x, y, z$ , del luogo in cui si verifica, occorre dare anche la coordinata temporale  $t$  dell'istante in cui ha luogo l'evento. Una particolare quaterna, ad esempio  $x_1, y_1, z_1, t_1$ , denoterà un dato evento  $P_1$  ed un'altra quaterna, ad esempio  $x_2, y_2, z_2, t_2$ , ne denoterà un altro  $P_2$ .

In uno spazio ordinario (euclideo) a tre dimensioni  $(x, y, z)$  la distanza al quadrato  $s^2$  tra due punti  $P_1 = (x_1; y_1; z_1)$  e  $P_2 = (x_2; y_2; z_2)$  è data da:

$$(55 \text{ bis}) \quad s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

e se poniamo:

$$x_2 - x_1 = x \quad ; \quad y_2 - y_1 = y \quad ; \quad z_2 - z_1 = z$$

la precedente relazione si può scrivere:

$$(55) \quad s^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

che equivale ad aver considerato la distanza di un punto  $P = (x, y, z)$  dall'origine degli assi.

Se ora vogliamo dare la lunghezza  $s^2$  per un altro qualsiasi riferimento (euclideo) con gli assi comunque orientati, le componenti  $x, y, z$  varieranno a seconda del riferimento rispetto al quale vogliamo dare  $s^2$ , ma  $s^2$  resterà invariante nel suo valore e nella sua orientazione.

Quanto detto non è altro che l'affermazione dell'invarianza della lunghezza dei segmenti in uno spazio euclideo (che definisce la metrica di quello spazio) e, per altri versi, l'invarianza della lunghezza ed orientazione di un segmento per una trasformazione di Galileo. (940)

Se invece di avere punti in uno spazio euclideo, abbiamo degli eventi, è possibile costruirsi una geometria rappresentativa, ad esempio, della distanza tra due eventi ? E' possibile, in questa nuova geometria, trovare un elemento invariante che definisca una nuova metrica ? In parole molto povere è questo il problema che si è posto ed ha risolto Minkowkij (941) costruendo una geometria in uno spazio a quattro dimensioni, espressione della teoria einsteniana della relatività.

In analogia con quanto la (55) dice a proposito della distanza tra due punti, se dobbiamo calcolare la distanza tra due eventi  $P_1 = (x_1, y_1, z_1, t_1)$  e  $P_2 = (x_2, y_2, z_2, t_2)$  si può procedere nel modo indicato di seguito.

Supponiamo che in un riferimento S, ad un dato istante  $t = t_1 = 0$ , venga emessa dall'origine O un'onda luminosa (quest'onda venga emessa nell'istante in cui l'origine O' di un altro riferimento S', in moto con velocità v rispetto ad S, coincide con l'origine O di S). Dopo un tempo  $t \neq 0$  il segnale luminoso si troverà, in un punto P di S le cui coordinate soddisfano l'equazione:

$$(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = ct \rightarrow$$

$$(56) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

la quale, più in generale, quando non si consideri più l'onda luminosa come partita dall'origine O degli assi ed al tempo  $t = 0$ , si può scrivere

$$(56 \text{ bis}) \quad (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = 0$$

Ebbene, data la costanza di c, si può facilmente vedere che la (56) è invariante rispetto ad una trasformazione di Lorentz mentre non lo è per una di Galileo. In S' si ha allora:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

e, anche qui, più in generale:

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = 0$$

Si può allora assumere la (56) come elemento invariante che definisce la nuova metrica, di modo che la distanza tra due eventi P e P sarà ora data dalla quantità:

$$(57) \quad s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

Si può anche andare oltre (ma noi non ci addentreremo su questa strada) ed introdurre la grandezza immaginaria  $u = i c t$ ; con questa posizione la (57) diventa:

$$(57 \text{ bis}) \quad s^2 = x^2 + y^2 + z^2 + u^2$$

e le cose vanno come se avessimo, a che fare con uno spazio a 3 + 1 dimensioni in cui, in luogo di considerare gli ordinari vettori a tre dimensioni, dovremo ora considerare dei vettori a quattro dimensioni o quadrivettori.

Sembrerebbe tutto a posto e la possibilità di poter trattare la nuova geometria in perfetta analogia con quella euclidea sembrerebbe ovvia. Il fatto però che una delle coordinate ( $u$ ) sia una grandezza immaginaria comporta delle grandi differenze. Vediamone qualcuna.

Confrontando la (57) con la (56) si trova subito che, quando  $s = 0$ , risulta:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

relazione che, per come l'abbiamo introdotta, rappresenta il tragitto percorso da un'onda luminosa. Ciò vuol dire che ad una distanza  $s$  nulla tra due eventi non corrisponde necessariamente il fatto che i due eventi coincidano. Diamo allora ad  $s$  il nome di geodetica (per distinguere la distanza  $s$  ora introdotta dalla distanza  $s$  che in geometria euclidea era sempre rappresentata da un segmento di retta). Si può con ciò dire che la propagazione della luce avviene secondo una geodetica di lunghezza nulla e che la propagazione della luce è l'unico fenomeno caratterizzato da  $s = 0$ . Tenendo presente la (57 bis) si può affermare che tutti gli altri moti sono caratterizzati da  $s^2 > 0$  (nel caso, infatti, in cui risultasse  $s^2 < 0$  si avrebbe un risultato immaginario, a conferma del fatto che non sono ammesse velocità superiori a quella della luce). Se si pensa poi al cammino che la luce segue nel passaggio da un mezzo ad un altro con indici di rifrazione differenti, si trova che la linea più breve unente due punti nei due mezzi non è la retta ma la geodetica. Ciò vuol dire che mentre nella geometria euclidea la retta era il cammino più breve tra due punti, nella nuova geometria è la geodetica che gode di questa proprietà.

Dicevamo che abbiamo ora a che fare con uno spazio a 3+1 dimensioni, e diciamo 3+1 e non 4 per dare il senso della distinzione esistente tra spazio e tempo contemporaneamente a quello della loro interdipendenza. Questo continuo spazio-temporale a 3+1 dimensioni fu chiamato da Minkowski, universo. (942) Un evento in questo spazio prende il nome di punto d'universo. La linea che segue l'evoluzione temporale di un dato punto in questo spazio si chiama linea d'universo. Un piccolo tratto  $s$  di una linea d'universo è la già nota geodetica.

Il principio di relatività di Einstein può allora essere enunciato nel modo seguente: una geodetica, data da un elemento di traiettoria e dal tempo impiegato a percorrerla, è invariante qualunque sia il riferimento rispetto al quale la si consideri.

Come esemplificazione si può ricavare la contrazione delle lunghezze utilizzando i diagrammi di Minkowskij nell'ipotesi di  $y = z = 0$  (fatto che non modificherà la sostanza delle nostre conclusioni perché le trasformazioni di Lorentz, così come le abbiamo ricavate, ci dicono che  $y = y'$  e  $z = z'$  e ciò vuol dire che non si hanno modificazioni sugli assi  $y$  e  $z$  perpendicolari alla direzione del moto traslatorio preso in considerazione). Con questa posizione dovremo considerare uno spazio a due dimensioni  $x, ct$  (riferimento  $S$ ) ed  $x', ct'$  (riferimento  $S'$ ) così facendo il nostro spazio sarà rappresentato dall'asse  $x$  (ed  $x'$ ) mentre l'universo sarà costituito dal piano  $x, ct$  (ed  $x', ct'$ ). Un moto uniforme a velocità  $v$  nell'universo  $x, ct$  sarà rappresentato da una retta non passante per l'origine degli assi, se al tempo  $t = 0$  l'oggetto in moto occupava l'ascissa  $x = x_0$ ; sarà invece rappresentato da una retta passante per l'origine, se al tempo  $t = 0$  si aveva  $x = 0$  (figura 77). (943)

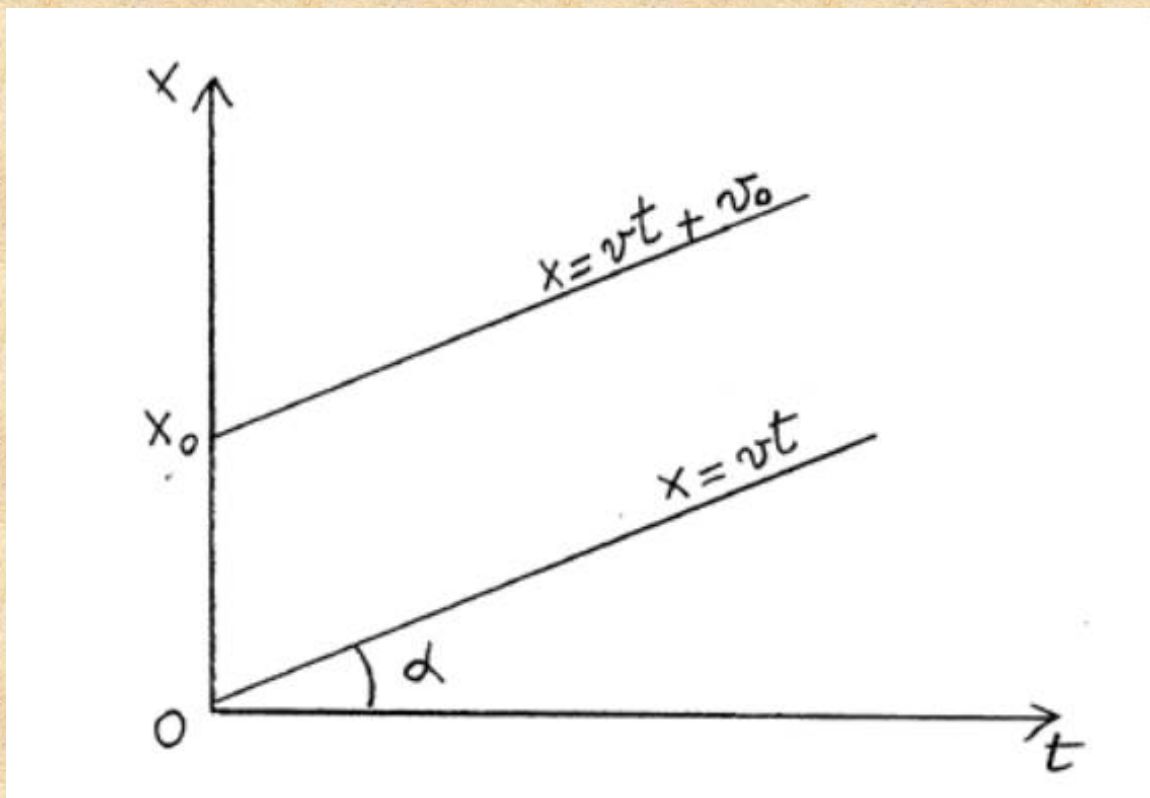


Figura 77

Si noti che sull'asse delle ascisse dovrebbe figurare la quantità  $ct$ ; per semplicità abbiamo utilizzato per  $x$  una unità di misura che rende uguale ad 1 la velocità della luce  $c$ ; misurando infatti la  $x$  in secondi luce,  $c$  risulterà uguale ad un secondo-luce al secondo. Con questa posizione la bisettrice del 1° e 3° quadrante, rappresentata dall'equazione  $x = t$ , sarà la retta che ci fornisce la propagazione della luce (figura 78).

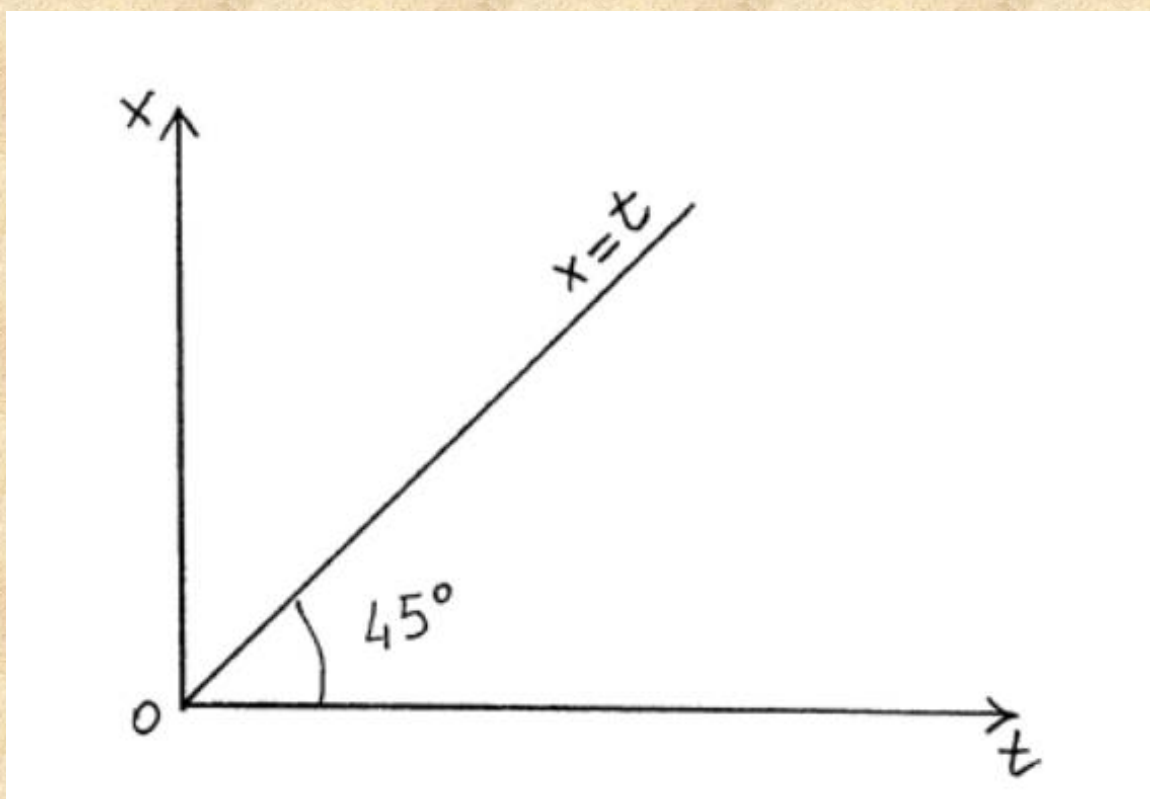


Figura 78

Poiché  $c$  è la massima velocità raggiungibile, questa retta sarà quella che avrà la massima pendenza tra tutte le possibili rette che si possono tracciare nel nostro piano.

Un altro sistema di riferimento  $S'$  si muova rispetto al nostro sistema  $S$  (il sistema  $S$  è solo l'asse  $x$ !) con velocità costante  $v$  e a  $t = t' = 0$  risulti anche che le origini dei due riferimenti coincidano. Nel nostro universo  $(x, t)$  il moto del riferimento  $S'$  sarà rappresentato da una retta passante per l'origine e con una pendenza tanto maggiore quanto più è grande la velocità di  $S'$  rispetto ad  $S$  (ben inteso questa pendenza non potrà mai superare i  $45^\circ$ ). Questa retta è la linea d'universo  $x = vt$  e può essere considerata come l'asse  $t'$  dell'universo  $(x', t')$ . Se vogliamo completare il nuovo universo dobbiamo disporre di un asse  $x'$ . La condizione per costruire quest'asse è la costanza della velocità della luce che comporta che la retta che descrive la propagazione della luce (asse della luce) sia ancora bisettrice del nuovo universo. La costruzione così fatta è mostrata in figura 79. Chiediamoci ora:

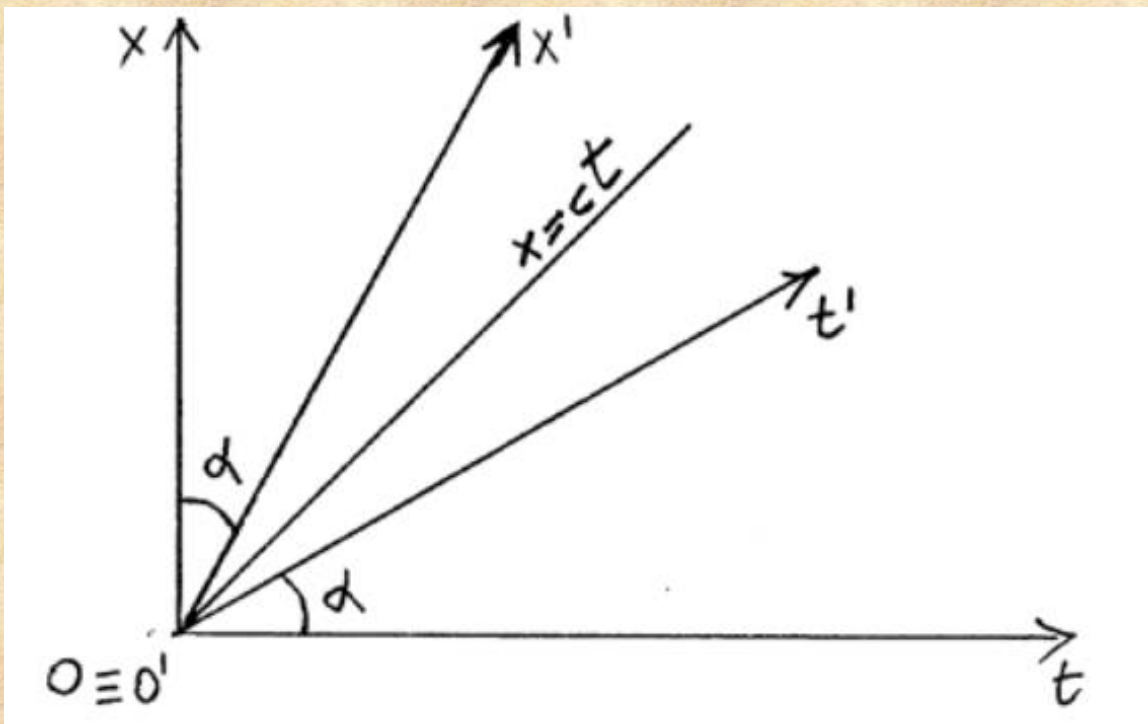


Figura 79

Com'è possibile passare da un universo ad un altro? Quale fattore di proporzionalità lega i due universi? Riferiamoci alla figura 80.

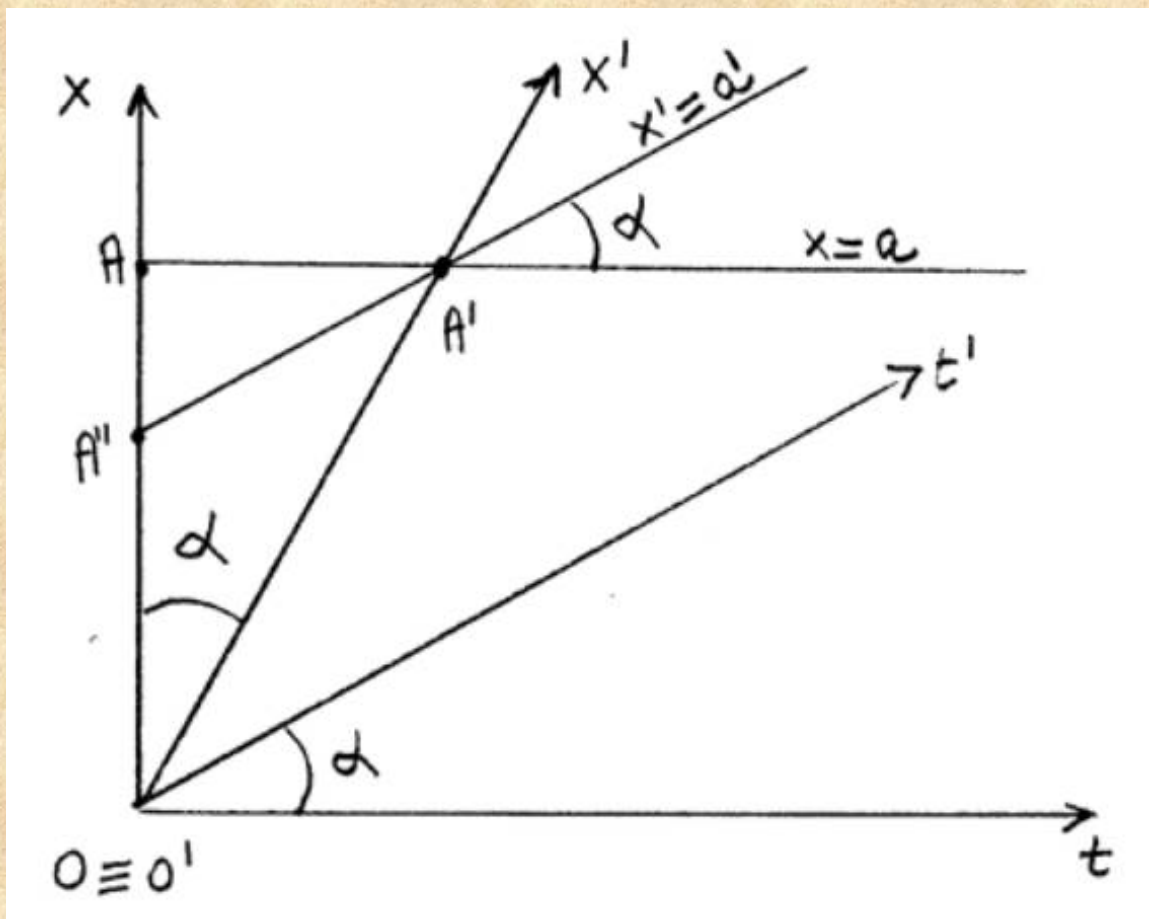


Figura 80

Consideriamo un'asta rigida di lunghezza  $OA$  situata immobile sull'asse delle  $x$  dell'universo  $(x, t)$ . Le linee d'universo degli estremi  $O$  ed  $A$  di quest'asta saranno delle rette parallele (nell'universo in cui l'asta risulta in quiete la sua lunghezza non varia nel tempo). In particolare la linea d'universo di  $O$  sarà lo stesso asse  $t$ , mentre la linea d'universo di  $A$  sarà la retta  $x = a$ , parallela all'asse  $t$ , (più in generale, la linea d'universo di qualunque punto in quiete sull'asse  $x$  sarà una retta parallela all'asse  $t$ ). Stando così le cose, su  $S'$  l'asta avrà le sue estremità in  $O'$  ed  $A'$  ( $a' t' = 0$ ). La linea d'universo di  $A'$  sarà la retta  $x' = a'$ , parallela all'asse  $t'$ ; questa retta intersecherà l'asse  $t$  in  $A''$ , fatto che equivale a dire che  $A'$  è osservato in  $A''$  dal sistema  $S$  ( $a t = 0$ ). Se la lunghezza  $OA'$  per l'osservatore su  $S$  vale:

$$OA' = k.OA$$

la lunghezza  $OA''$  varrà, per l'osservatore su  $S'$ :

$$OA'' = k.OA'$$

Per il principio di relatività queste due lunghezze dovranno fornire una stessa misura. Si dovrà cioè avere:

$$(58) \quad OA'' = k.OA' = k.(k.OA) = k^2.OA$$

Dal triangolo rettangolo  $OAA'$  si può ricavare:

$$AA' = OA.tg\alpha$$

mentre dal triangolo rettangolo A'AA'' si trova:

$$AA'' = AA' \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

di modo che:

$$(59) \quad AA'' = OA \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Dalla figura 80 e ricordando la (58) si trova poi:

$$(60) \quad AA'' = OA - OA'' = OA - k^2 \cdot OA = OA \cdot (1 - k^2)$$

Confrontando la (60) con la (59) si ricava:

$$(61) \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 - k^2 \quad \rightarrow \quad k^2 = 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Riferendoci ora alla figura 77 (quando ancora non avevamo posto  $c = 1$  secondo-luce al secondo) la pendenza di una retta era data da  $v = \operatorname{tg} \alpha$ ; con la posizione fatta a proposito dell'unità di misura di  $c$ , e quindi di  $x$ , si ha che ( $c$  numericamente vale 1):

$$v/c = \operatorname{tg} \alpha$$

Con questo risultato la (61) diventa:

$$k^2 = 1 - v^2/c^2 \quad \rightarrow \quad k = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

In questo modo, se si indica con  $d$  la lunghezza, dell'asta nel riferimento in cui è in quiete ( $d = OA$ ), la lunghezza dell'asta in moto, osservata da un sistema in quiete, risulterà ( $OA' = k \cdot OA \rightarrow d' = k \cdot d$ ):

$$d' = d \cdot (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

ed allo stesso modo si può procedere per trovare tutti gli altri risultati della relatività. (944)

Ma ora non ci interessa tanto soffermarci su questo punto quanto sottolineare la grande potenza che fornisce al calcolo la rappresentazione geometrica di Minkowskij, la completa portata non tanto della quale quanto del metodo geometrico indotto balzerà agli occhi nell'ambito degli sviluppi dell'altra relatività di Einstein, quella generale. (945)

Dopo i lavori di Minkowskij il calcolo si protese sempre più a risolvere i problemi della nuova fisica. Vennero ripresi alcuni lavori del passato (1901) sul *calcolo tensoriale* e sulle *trasformazioni affini* di G. Ricci Curbastro (1853-1925) e T. Levi Civita (1873-1941); altri se ne realizzarono ad opera di A. Sommerfeld nel 1910, di G. Hessenberg (1917), di T. Levi Civita (1917) e B. Weyl (1918) soprattutto nel campo dei metodi geometrici.

Il lavoro di Einstein stava dando vita ad una messe di risultati inattesi. Si pensi ad esempio alla spiegazione che Sommerfeld riuscì a fornire della struttura fine degli spettri atomici (1916) mediante l'introduzione dei metodi relativistici nella trattazione del moto dell'elettrone intorno al nucleo (prendendo le mosse dal modello atomico di Bohr).

Ma Einstein stava preparando una relatività che non fosse più limitata a sistemi di

riferimento in moto rettilineo uniforme gli uni rispetto agli altri; una relatività, per questo chiamata generale, estesa a sistemi di riferimento dotati di un moto qualsiasi gli uni rispetto agli altri (introduzione delle accelerazioni). La relatività generale è insieme una teoria della relatività ed una della gravitazione. Essa fu costruita con contributi successivi di Einstein ma il suo corpo principale è in un lavoro del 1916. (946)

Noi non ci occuperemo di quest'altro affascinante capitolo della fisica non ancora completamente scritto (a tutt'oggi si è all'affannosa ricerca delle onde gravitazionali). Semplicemente riporteremo alcuni brani dell'introduzione che Einstein appose al suo lavoro del 1916. Meglio di ogni altro discorso descrive i limiti della relatività ristretta e la necessità di una relatività generale.

Nella prima parte del suo lavoro, "Osservazioni sulla teoria della relatività ristretta", Einstein dice:

*“La modificazione alla quale la teoria della relatività ristretta ha assoggettato la concezione dello spazio e del tempo è invero di vasta portata, ma un punto importante non è stato ancora sviscerato. Infatti le leggi della geometria, anche secondo la teoria della relatività ristretta, debbono venir interpretate direttamente come leggi che si riferiscono alle possibili posizioni relative dei corpi rigidi a riposo, e, più in generale, le leggi della cinematica debbono venir interpretate come leggi che descrivono le relazioni tra i campioni di lunghezza e gli orologi. A due prefissati punti materiali di un corpo rigido fisso corrisponde sempre una distanza che ha un valore ben definito, valore che non dipende dal luogo in cui si trova il corpo né dall'orientamento e che non dipende nemmeno dal tempo.*

*Vedremo tra poco che la teoria della relatività generale non può rimanere fedele a questa semplice interpretazione fisica dello spazio e del tempo.”*

Fatte queste premesse, Einstein passa alle “Ragioni che esigono un'estensione del postulato della relatività.” Egli dice:

*“Nella meccanica classica vi è un innato difetto epistemologico, che fu chiaramente precisato (forse per la prima volta) da E. Mach, e che si ripercuote anche nella teoria della relatività ristretta.”*

Quando ci troviamo in un riferimento  $S_1$  in rapida rotazione (sia questo riferimento una sfera) e ne osserviamo un altro  $S_2$ , anch'esso in rapida rotazione, esso ci apparirà in forma di un ellissoide di rivoluzione.

*“Qual è la ragione di tale diversità tra i due corpi ?”*

Se andiamo ad indagare ci accorgiamo che:

*“la sola risposta soddisfacente alla domanda formulata sopra non può avere che la forma seguente: il sistema fisico costituito da  $S_1$  ed  $S_2$  non rivela in se stesso nessuna causa immaginabile, alla quale possa farsi risalire il diverso comportamento di  $S_1$  ed  $S_2$ . La causa deve quindi risiedere al di fuori di questo sistema.”*

Si potrebbe pensare all'esistenza di altre masse, *masse distanti* (947), che modificano le forme di  $S_1$  ed  $S_2$  e che potrebbero essere assunte come causa principale o fittizia dei diversi comportamenti di  $S_1$  ed  $S_2$ . Ora, poiché

*“di tutti gli spazi immaginabili  $R_1, R_2, \dots$  comunque in moto relativo gli uni rispetto agli altri, non ve ne è nessuno che possa essere considerato come privilegiato a priori, senza far risorgere l'obiezione epistemologica sopra citata, [e' necessario ammettere che]:*

*Le leggi della fisica debbono essere di natura tale che esse si possano applicare a sistemi di riferimento comunque in moto.*

*Seguendo questa via giungiamo ad una generalizzazione della teoria della relatività”.*

Supponiamo infine di avere un riferimento  $K$  rispetto al quale una data massa si muova di moto rettilineo uniforme. Supponiamo poi di avere un riferimento  $K'$  in moto uniformemente accelerato rispetto a  $K$ .

*“Allora, relativamente a  $K'$ , una massa sufficientemente distante dalle altre masse avrà un moto accelerato tale che la sua accelerazione e la direzione di questa siano indipendenti dalla natura materiale e dallo stato fisico della massa. Un osservatore in riposo rispetto a  $K'$ , può concludere che egli si trova su un sistema di riferimento realmente accelerato? La risposta è negativa; infatti la relazione sopra citata delle masse liberamente mobili rispetto a  $K'$  può essere interpretata ugualmente bene nel seguente modo. Il sistema di riferimento  $K'$  non è accelerato, ma la regione spazio-temporale in questione subisce l'influenza di un campo gravitazionale, il quale genera il moto accelerato dei corpi rispetto a  $K'$ .*

*Questo punto di vista ci è reso possibile in quanto l'esperienza ci insegna che esiste un campo di forza, il campo gravitazionale, il quale gode della notevole proprietà di imprimere la medesima accelerazione a tutti i corpi. Il comportamento meccanico dei corpi rispetto a  $K'$  è lo stesso di quello che si osserva in presenza di sistemi che siamo soliti considerare a riposo oppure privilegiati. Quindi dal punto di vista fisico, l'ipotesi suggerisce essa stessa prontamente che i sistemi  $K$  e  $K'$  possono entrambi con egual diritto essere considerati a riposo, vale a dire che essi hanno egual diritto di venir scelti quali sistemi di riferimento per la descrizione dei fenomeni fisici.*

*Si vede da queste considerazioni che nell'istituire la teoria della relatività generale saremo condotti ad una teoria della gravitazione, in quanto siamo capaci di produrre un campo gravitazionale semplicemente cambiando il sistema delle coordinate. Si vede altresì che il principio di costanza della velocità della luce nel vuoto deve venir modificato, in quanto si constata facilmente che la traiettoria di un raggio di luce rispetto a  $K'$  deve essere in generale curvilinea, se rispetto a  $K$  la luce si propaga lungo una linea retta con determinata velocità costante.”*

Fatte queste premesse, Einstein avverte che sarà necessario abbandonare l'ordinaria geometria euclidea ed anche quella dello spazio-tempo di Minkowskij

*“per sostituirla con una concezione più generale, onde enunciare chiaramente il postulato della relatività generale, supponendo che la teoria della relatività ristretta si applichi al caso limite in cui sia assente il campo gravitazionale. ”*

Inoltre

*“nella teoria della relatività generale, lo spazio ed il tempo non possono venir definiti in modo tale che le differenze tra le coordinate spaziali possano venir direttamente misurate mediante il campione di lunghezza scelto come unità di misura, e la differenze tra le coordinate temporali possano venir direttamente misurate da un orologio campione.”*

Quanto detto porta ad esigere il postulato di relatività generale:

*“Le leggi generali della misura debbono potersi esprimere mediante equazioni che valgano per tutti i sistemi di coordinate, cioè che siano covarianti a qualunque sostituzione (covarianti in modo generale).”*

E da questo punto inizia l'elaborazione della nuova teoria che, praticamente, impegnerà Einstein fino alla morte (1955).

Egli, prima di tutti e quando tutti entusiasticamente avevano accettato la sua teoria della relatività ristretta, si rese conto di alcuni difetti di essa (già dal 1908). La stessa definizione di sistema inerziale lo

lasciava scettico; questi sistemi, di difficile definizione e che comunque restano privilegiati, erano un qualcosa che non tornava all'esigenza, oltreché di simmetria, di equivalenza che aveva Einstein. Inoltre la gravitazione, sulla quale pure molti studiosi avevano lavorato e lavoravano da anni (si ricordi ad esempio Poincaré), non riusciva a trovar posto nella relatività ristretta. Infine l'identità, riconosciuta sperimentalmente, tra massa inerziale e gravitazionale (la cui distinzione fece per primo Galileo), non era in alcun modo prevista dalla teoria.

Questi fattori contribuirono a spingerlo sulla strada della relatività generale. Per rendere conto dell'enorme portata di questo passo è interessante ricordare un aneddoto citato da Infeld. Il collaboratore di Einstein (Infeld, appunto) gli disse: (948)

*“Ritengo che la teoria della relatività speciale sarebbe stata enunciata con pochissimo ritardo, anche se non l'aveste enunciata voi ”*

A questa affermazione Einstein rispose?

*“Sì, è vero, ma non così per la teoria della relatività generale. Io dubito che sarebbe stata nota ancora oggi. ”*

E ritengo credibile Einstein in questa osservazione.

E' interessante infine notare che anche nella formulazione della relatività generale Einstein utilizza il suo consueto metodo di ricerca di principi generali (in questo caso è inevitabile il bisticcio di parole).

Per sua stessa affermazione fu proprio l'equivalenza tra massa inerziale e gravitazionale, insieme alle insoddisfazioni che gli nascevano dalla relatività ristretta e che abbiamo appena ricordato, che lo condussero alla nuova elaborazione. (949)

Appena tre anni dopo la pubblicazione del suo articolo venne la prima prova sperimentale di quanto ivi sostenuto. L'astrofisico britannico A. Eddington (1882-1944), che seguì l'eclisse totale di Sole del 1919 all'isola di Principe (Africa Occidentale), misurò uno spostamento apparente delle stelle situate, al momento, dietro il Sole, a seguito del campo gravitazionale del Sole medesimo. (950) Un raggio di luce (quello proveniente da una stella) risultava incurvato quando passava vicino al campo gravitazionale del Sole.

Altre verifiche vennero successivamente: spostamento del perielio di Mercurio, spostamento delle linee spettrali verso il rosso, rallentamento degli orologi ad alta quota rispetto agli orologi al livello del mare,... Ma, appunto, noi non ci occuperemo di tutto ciò

avvertendo soltanto che, a fronte dei molti successi, molti problemi si aprirono con la relatività generale, soprattutto d'ordine cosmologico. Lo stesso Einstein lavorò, come già detto, fino agli ultimi anni della sua vita in un tentativo che aveva rappresentato il sogno della sua vita: il tentativo di costruire una "*teoria del campo unificato*". Non vi riuscì e, a quanto sembra, ancora oggi siamo lontani dal possedere una teoria che riesca ad unificare, a comprendere in una teoria unitaria, le varie forze che conosciamo in natura (ed è ancora quella gravitazionale la più sfuggente).

Per concludere il paragrafo e con esso il lavoro, non voglio ricordare la pur importante esperienza di vita di Einstein ma, mi si permetta, solo il suo costante impegno umano e civile che, se da una parte lo vide schierato in una strenua difesa del suo amato popolo ebraico (ma mai del Sionismo), dall'altra lo portò a concludere la sua vita, con un saggio dal titolo "*Perché il socialismo*". (951)

## NOTE

(779) Einstein non ebbe una buona esperienza scolastica se si eccettua, l'anno in cui studiò alla Scuola di Aarau. Era tormentato dalla scuola nozionistica ed autoritaria. La parentesi nella scuola democratica di Aarau, i cui insegnamenti erano impartiti sulla base delle teorie del pedagogo svizzero J.H. Pestalozzi (1746-1827) sarà sempre ricordata da Einstein come estremamente positiva. Su questi aspetti si può vedere il saggio di G. Holton, Su un tentativo di comprensione del genio scientifico, *The American Scholar*, Vol. 41, inverno 1971-1972 (si veda bibl. 127, pagg. 294-322). Su cosa pensava Einstein della scuola autoritaria e nozionistica si può vedere un discorso che tenne nel 1936 e riportato in bibl. 161, pagg. 78-84. Notizie biografiche su Einstein si possono trovare, ad esempio, su Hoffmann (bibl.162), su Bergia (bibl.163), su Bertin (bibl.164), su Cuny (bibl.165), su Levinger (bibl.166), su Michelmoré (bibl.167), su Koutznetsov (bibl. 262), su Highfield e Carter (bibl. 263), su Pais (bibl. 264 e 265), su Pyenson (bibl. 266). Si possono poi vedere le sue importanti Note Autobiografiche nel lavoro, curato da Schlipp, Albert Einstein scienziato e filosofo (bibl. 168).

(780) Si veda il saggio di G. Holton: Mach, Einstein and the Search for Reality, *Daedalus*, 97, 649; 1968 (bibl. 127, pagg. 164-203).

(780 bis) Di Hume, molto schematicamente, si può dire che non accettava il concetto di *Sostanza* che egli sostituiva con un insieme di idee; allo stesso modo, respingeva il concetto di causalità sostenendo che essa aveva il solo significato che un dato evento si era realizzato in connessione con un altro evento, senza che ciò implicasse una relazione né logica né necessaria. Riguardo allo spazio Hume sosteneva che esso non è altro che l'idea di punti visibili o tangibili distribuiti in un certo ordine ed inoltre che noi non possiamo avere idea di nessuna estensione reale senza riempirla con oggetti sensibili. Riguardo al tempo infine, esso è scoperto da noi mediante una qualche successione percepibile di oggetti che cambiano e quindi non avremmo idea del tempo senza un qualcosa che cambia.

(781) Si veda il saggio di G. Holton: Einstein, Michelson and the *crucial experiment*, *Isis*, 60, 155; 1969 (bibl. 127, pagg. 204-293).

(781 bis) La rivista olandese, i *Proceedings of the Amsterdam Academy* (edizione in lingua inglese), era molto difficile da trovarsi e non solo per Einstein che all'epoca era impiegato all'Ufficio Brevetti di Berna, ma anche per coloro che lavoravano in istituzioni scientifiche molto importanti. In particolare M. von Laue, allora assistente presso l'Istituto di Fisica Teorica della più grande e prestigiosa Università del mondo, quella di Berlino, dovette scrivere a Lorentz alla fine di novembre del 1905 per chiedergli una copia del lavoro in oggetto. Nella stessa lettera M. von Laue sosteneva che a Berlino vi era una sola copia di quel lavoro, nella Biblioteca Reale, che prestava riviste solo per un giorno.

(781 ter) J.W. Gibbs: *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, New York and London, 1902.

(782) Bibl. 168, pag. 10.

(783) Ibidem, pag. 12. L'influenza di Mach su Einstein durò fino a circa il 1930. La prima prova scritta del distacco completo di Einstein da Mach e della sua adesione al realismo razionalista, portato avanti dal suo collega ed amico Planck, si ha in uno scritto (1931) inedito di Einstein, che doveva servire da introduzione all'articolo di Planck *Positivismo e mondo esterno reale*, 1930 (bibl. 153, pagg. 217-241). Si veda allo scopo il saggio di Holton citato in nota 760 e riportato in bibl. 127; si veda in particolare la pag.201.

(784) Questo ed i successivi due brani riportati sono tratti dal saggio di Holton citato in nota 781. Si veda bibl. 127, rispettivamente, alle pagg. 233-234; 234; 236.

(785) Nel 1948, in un suo saggio dal titolo *Tempo, spazio e gravitazione* (bibl. 161 pagg. 212-216), Einstein scrisse:

*"Vi sono due specie di teorie in fisica. La maggior parte di esse è di tipo costruttivo. Esse tentano di formare un quadro dei fenomeni complessi partendo da principi relativamente semplici. La teoria cinetica dei gas, per esempio, tenta di ricondurre al movimento molecolare le proprietà meccaniche, termiche e di diffusione dei gas. Quando affermiamo di comprendere un certo gruppo di fenomeni naturali, intendiamo dire che abbiamo trovato una teoria costruttiva che li abbraccia.*

*In aggiunta a questo gruppo molto vasto di teorie, ve n'è un altro costituito da quelle che io chiamo teorie dei principi. Esse fanno uso del metodo analitico, invece di quello sintetico. Il loro punto di partenza ed il loro fondamento non consistono di elementi ipotetici, ma di proprietà generali dei fenomeni osservate empiricamente, principi dai quali vengono dedotte formule matematiche di tipo tale da valere in ogni caso particolare che si presenti. La termodinamica, per esempio, partendo dal fatto che il moto perpetuo non si verifica mai nell'esperienza ordinaria, tenta di dedurre, mediante processi analitici, una teoria che sarà valida in ogni caso particolare. Il merito delle teorie costruttive sta nella loro generalità, nella loro adattabilità e nella loro chiarezza, il merito delle teorie dei principi sta nella loro perfezione logica e nella saldezza delle loro basi."*

Ovviamente, anche se Einstein non la cita, la teoria di Lorentz era di tipo costruttivo.

(786) A questo posto Einstein teneva molto ma, essendosi inimicato tutti i professori per le continue critiche (ed in particolare H. Weber), essendo poi ebreo e non di nazionalità svizzera (Einstein prenderà la nazionalità svizzera, che mantenne fino alla morte, nel 1901), gli unici due posti disponibili furono assegnati ad altri due studenti. Si noti, incidentalmente, che a quest'epoca risale l'amicizia di Einstein con Friedrich Mier, figlio di Victor, capo della socialdemocrazia austriaca. Da Friedrich, assistente di fisica, Einstein ebbe le prime lezioni sul socialismo rivoluzionario. Si ricordi che Friedrich sarà arrestato nel 1916 per aver ucciso in un attentato il primo ministro austriaco, che riteneva responsabile della politica militarista austriaca (siamo alla I guerra mondiale). Al processo Einstein interverrà testimoniando in favore di Friedrich e contribuendo a far sì che la sua condanna fosse di un solo anno di prigione (Adler sarà ammistiato alla cacciata della monarchia e diventerà deputato e segretario della II Internazionale).

(767) Il dottorato presso l'Università di Zurigo sarà ottenuto da Einstein nel 1905.

(788) Quel posto lo ottenne grazie al suo amico e compagno di studi Marcel Grossman. All'Ufficio Brevetti Einstein rimarrà fino al 1909 quando ottenne la nomina a professore straordinario presso l'Università\* di Zurigo.

(789) *Annalen der Physik*, 4, 1902; pagg. 513-523. Se si pensa che questo era il lavoro inviato come referenza ad Ostwald, ci si può rendere conto del perché Einstein non ebbe neanche risposta.

(790) *Annalen der Physik*, 8; 1902; pagg.798-814. Nel 1907 Einstein, riferendosi ai suoi primi due lavori, li giudicherà senza importanza.

(791) *Annalen der Physik*, 9; 1902; pagg.417-433.

(792) Citato da Mc Cormmach, bibl. 129, pag. 45.

(793) *Annalen der Physik*, 11; 1903; pagg.170-187.

(794) *Annalen der Physik*, 14; 1904; pagg. 354-362.

(795) Era un argomento delicato. Sia Boltzmann che Gibbs ritenevano che fosse molto difficile evidenziarle. Secondo Gibbs, infatti, *"l'esperienza non sarebbe abbastanza estesa nel tempo da abbracciare le divergenze più considerevoli dei valori medi ... e non abbastanza fine da distinguere le divergenze ordinarie ... [Quindi] sembra futile sperare anche per un tempo piccolissimo in una deviazione osservabile da quei limiti a cui i fenomeni si adeguerebbero nel caso di un numero infinito di molecole"* (citato da D'Agostino; bibl.130, pag.46).

(796) Citato da Kuhn; bibl.147, pag.210. Per seguire con dettagli gli sviluppi dei lavori di Einstein e di molti altri sul problema del corpo nero e della fisica dei quanti fino al 1912, questo testo lo consiglio vivamente. Si noti che anche l'articolo sul *moto browniano* dell'anno seguente, è il proseguimento di questo programma: dal calcolo del numero N di Avogadro si può risalire alla costante k di Boltzmann.

(797) Bibl. 169, pag. 66.

(798) A questo proposito, afferma Tarsitani (bibl.170, pag.302, che Einstein, *"partendo da proprietà macroscopiche accertate sperimentalmente, tende a dedurre proprietà strutturali del sistema considerato. Questa inversione caratteristica di Einstein esprime probabilmente la maturazione del convincimento che le basi teoriche della fisica contemporanea hanno un carattere insufficiente e provvisorio"*. In effetti i metodi della meccanica statistica, a partire dalla Teoria Cinetica, presuppongono la partenza da stati microscopici per arrivare alla comprensione di quelli macroscopici. Qui sta l'inversione di Einstein che rende ben conto del suo voler produrre una fisica dei principi.

(799) Citato in bibl. 164, pag. 40.

(800) *Annalen der Physik*, 17; 1905; pagg. 549-560.

(801) *Annalen der Physik*, 17; 1905; pagg. 132-148. Una traduzione in italiano di questo articolo si trova in bibl. 171. Una traduzione in inglese si trova invece in bibl. 172.

(802) Bibl. 168, pag. 28. Si osservi incidentalmente che l'adesione di Einstein alle teorie di Mach è del tutto particolare. Come vedremo. Mach, nonostante le ripetute adesioni pubbliche di Einstein alla sua fenomenologia, coglierà il distacco completo di Einstein da essa e darà un duro giudizio sulla relatività (1913).

(803) Citato da Tarsitani; bibl.170; pag.306. Notiamo incidentalmente, anche in relazione alla nota 785, che la termodinamica cui fa riferimento Einstein è la termodinamica fenomenologica di Clausius che, in qualche modo, assiematizza i risultati precedenti e, dati i due principi, va a ricavarne tutte le conseguenze particolari.

(804) Bibl. 130, pag. 48.

(805) Nel 1906, ed indipendentemente, una analoga dimostrazione sarà data anche dal fisico polacco M.. Smoluchowski (1872-1917).

(806) La cosa fu sperimentalmente realizzata dal fisico francese J. Perrin (1870-1942) negli anni 1908 e 1909.

(807) Bibl. 168, pagg.25-26. Anche il fisico tedesco M. Born (1882-1970) riconosce quanto qui è sostenuto (bibl. 168, pag. 112).

(808) Si veda in proposito il mio articolo pubblicato nel sito. Si noti che la motivazione ufficiale del Nobel che Einstein ricevette nel 1922 fa esplicito riferimento a questo lavoro. La *relatività* non è

citata, probabilmente perché a quella data vi erano ancora molti scienziati che ne mettevano in dubbio uno dei postulati (quello della costanza di  $c$  per tutti gli osservatori in moto traslatorio uniforme).

(809) Si veda la nota 801. Noi ci riferiremo a bibl. 171. Si veda *ibidem*, pag. 45. Si noti che le questioni euristiche relative alle asimmetrie vengono dopo che Einstein ha provato a rendere conto di vari fenomeni con tutta la fisica allora nota. Egli stesso, nelle sue Note autobiografiche, dice: "*Ma tutti i miei tentativi di adattare le basi teoriche della fisica a queste nuove acquisizioni [effetto fotoelettrico, corpo nero, ...] fallirono completamente*" (bibl. 168, pag. 25).

(810) A meno che, e qui Holton non c'entra, non si parta dalla considerazione che qui si sta proprio cambiando punto di vista: si vanno a ricercare dei principi generali, per trovare i quali non bisogna entrare nel gioco delle elaborazioni fino all'ultima equazione, ma partire da presupposti differenti (anche se discutibili quanto si vuole).

(811) *Ibidem*, pagg. 45-46.

(812) Fluorescenza (proprietà di alcune sostanze di emettere luce di un colore diverso da quella incidente) o fosforescenza (quando la luce di fluorescenza dura qualche tempo).

(813) E' l'effetto fotoelettrico.

(814) *Ibidem*, pag.46. Si noti che in questo modo, microscopicamente, svanisce il campo e conseguentemente il dualismo materia-campo.

(815) *Ibidem*.

(816) Dice Einstein, "*Da qui in avanti considereremo la radiazione di corpo nero in base all'esperienza, senza stabilire nessuna ipotesi teorica nei confronti dell'emissione e della propagazione della radiazione.*" (*Ibidem*, pag.52 )

(817) *Ibidem*, pag.57. Si veda quanto detto in proposito nella sezione *Spettroscopia* del paragrafo 2 del precedente capitolo, alla data 1905.

(818) Si noti che questo è un passaggio molto arduo. Si stanno confrontando caratteristiche corpuscolari con caratteristiche ondulatorie ! Si noti ancora che, come dice Einstein, per trovare questi risultati "*non si è dovuta formulare alcuna ipotesi sulla legge che regola, il moto delle molecole*", ci si è solo serviti dei "*metodi della termodinamica*" [statistici]; (*ibidem*, pag. 61 ]

(819) Si noti che Einstein, dopo il valore numerico non pone unità di misura; queste ultime devono essere quelle date per ragioni dimensionali.

(820) L'identità di  $k\beta$  con la costante  $h$  di Planck sarà riconosciuta da Einstein in un successivo lavoro del 1906.

(821) *Ibidem*, pag. 63. Si noti che là dove io ho scritto  $k$  Einstein continua a porre  $R/N$ .

(822) *Ibidem*.

(823) Si noti che all'effetto fotoelettrico è dedicata una sola paginetta (su 16), l'ultima. Come osserva Hermann (introduzione a bibl.171, pag.21), "*la validità della relazione di Einstein trovò assoluta conferma in epoca così tardiva che il fatto influì poco sulle discussioni riguardanti la fisica quantistica.*" Le verifiche sperimentali si ebbero ad opera di: O.W. Richardson e C. T. Compton (1912); A.L. Hughes (1913); e soprattutto a R.A. Millikan (1916). Per chi volesse seguire lo studio dei lavori quantistici di Einstein ed in particolare i suoi lavori sui calori specifici, può leggere, oltre alla bibliografia già indicata (171, 172 e soprattutto 147), anche il testo 173 dove sono riportati gli articoli originali di Einstein, Debye, Born e Karman.

(824) Fatto degno di nota è che una delle poche citazioni che Einstein fa nel suo articolo è per il fisico

tedesco P. Drude (1863-1906), il primo che applicò (1900) i concetti della meccanica statistica alla teoria degli elettroni di Lorentz per rendere conto dei fenomeni di conduzione nei metalli.

(825) Bibl. 169, pag. 66.

(826) *Annalen der Physik*, 17; 1905; pagg. 891-921. Una traduzione in italiano di questo lavoro si trova in bibl.174, pagg.479-504. A questa mi riferirò.

(827) *Annalen der Physik*,18; 1905; pagg. 639-641. Una traduzione in italiano di questo lavoro si trova in bibl. 174 pagg. 505-507. A questa mi riferirò.

(828) La famosa relazione  $E = mc^2$  sarà ricavata da Einstein in un lavoro del 1907 pubblicato nel *Jahrbuch der Radioaktivität*.

(829) Una breve considerazione la merita questo aggettivo. Einstein era quel che si dice un *outsider*. Egli correva al di fuori degli ippodromi universitari e non doveva rendere conto al *suo* cattedratico. La parte predominante della sua formazione si era costruita al di fuori dell'Università. Era un autodidatta. Spesso non andava a lezione e si presentava a far esami con i *preziosi* appunti che gli passava il suo amico Grossmann. Il suo professore H. Weber una volta ebbe a dirgli "*Lei è un giovane intelligente, ma ha un difetto. Non consente a nessuno di insegnarle qualcosa*".

Per altri versi lo stesso Einstein riconobbe l'importanza di non stare dentro l'ambiente accademico; più volte egli sosterrà che la fisica, teorica la può far meglio un fontaniere o un ciabattino che possono dedicarsi a pensare ai problemi importanti senza l'ossessione di dover rendere conto della propria vita attraverso il susseguirsi di tante inutili pubblicazioni (e l'impiego all'Ufficio Brevetti era considerato da Einstein il suo essere ciabattino).

Allo stesso modo dell'altro outsider, Faraday, Einstein può permettersi di rimettere in discussione i concetti più consolidati nel campo della fisica, e soprattutto gli stessi metodi che presiedono la ricerca. Così come sui quanti di luce, Planck non aveva avuto il coraggio di fare il passo decisivo, allo stesso modo né Lorentz né soprattutto Poincaré l'avevano fatto sul problema *relatività*. Questi due passi li fece Einstein.

Si noti a parte che Planck per molto tempo avverserà la soluzione dei quanti di luce di Einstein. Al contrario Planck fu il primo fisico di fama che accettò e lavorò sulla relatività con importanti contributi (già nel 1906 e 1907 usciranno suoi articoli in proposito); tra l'altro, molto probabilmente, si deve a Planck, che stava nella redazione degli *Annalen*, se il lavoro di Einstein sulla *relatività* fu pubblicato.

(830) Dice Einstein nelle Note autobiografiche (bibl. 168, pag. 33): "*La teoria della relatività particolare deve la sua origine alle equazioni di Maxwell del campo elettromagnetico.*" Ricordiamo che Einstein aveva trovato difettose le equazioni di Maxwell nella spiegazione del problema del corpo nero e dell'effetto fotoelettrico. Inoltre queste equazioni fornivano previsioni non corrette sulla pressione di radiazione.

(831) Lo psicologo M. Wertheimer, amico di Einstein, scrive (citato da Hirose; bibl. 124, pag.54): "*Se le equazioni di Maxwell sono valide rispetto ad un sistema, esse non sono valide in un altro. Esse dovrebbero essere cambiate ... Per anni Einstein tentò di chiarire il problema studiando e cercando di modificare le equazioni di Maxwell. Non ebbe successo ...*"

(832) Bibl. 168, pag. 20.

(833) Dice Tarsitani (bibl. 170, pag.304) che la situazione nella quale si trovava ad operare Einstein era la seguente: "*Elettrodinamica e termodinamica entrano in contraddizione quando si tratta di affrontare il problema della radiazione termica, meccanica e termodinamica, entrano in contraddizione nell'interpretazione statistica della seconda legge ..., meccanica ed elettrodinamica si scontrano sul piano del principio di relatività e della dinamica dell'elettrone.*"

(834) Bibl.168, pag. 28. Nella stessa pagina si trovano anche le citazioni precedenti senza indicazione bibliografica.

(835) Per due obiezioni a questo paradosso si veda bibl. 111, pag. 350 (nota 8) e bibl.128, pagg. 300-301. Questo paradosso, a ben guardarlo, è un gatto che si morde la coda poiché dà già per scontata una delle affermazioni fondamentali della relatività, la costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori.

(836) Si tratta di un bel lavoro *a fumetti*. Bibl. 175, pag. 191.

(837) Bibl. 174, pag. 479. Tutte le citazioni che seguiranno senza riferimento bibliografico sono tratte, salvo avviso contrario, da questo testo di bibliografia, da pag. 479 a pag. 504.

(838) Una discussione dettagliata dei due casi d'induzione si può trovare su La Fisica di Berkeley (bibl. 176, Vol II, pagg. 265-280). Si noti però che questa trattazione dà già per scontata le non esistenza dell'etere.

(839) In questo caso la differenza di potenziale tra A e B nasce a seguito della forza di Lorentz (che abbiamo incontrato all'inizio del paragrafo 5 del capitolo 4). Si hanno infatti delle cariche (quelle che sono all'interno del conduttore) che si muovono all'interno di un campo magnetico. Queste cariche saranno soggette alla forza di Lorentz che risulta perpendicolare al piano formato dalla direzione del campo e da quella del suo spostamento. In particolare gli elettroni tenderanno ad accumularsi ad un estremo del circuito (finché non si raggiunga l'equilibrio con il campo elettrostatico che così si genera) dando così origine alla differenza di potenziale in oggetto.

(840) Sul fatto che l'asimmetria in oggetto rivestisse per lui grande importanza è dimostrato anche da uno scritto inedito di Einstein (datato circa 1919) nel quale, tra l'altro, egli afferma che un'asimmetria dello stesso genere lo condusse alla Relatività Generale. Allo scopo si può vedere G. Holton, *The American Scholar*, Vol. 41, inverno 1971-1972, pagg. 95-100 (bibl. 127, pagg. 306-307).

(841) Se si osserva che tutto ciò che ci circonda è costituito da particelle cariche ci si rende conto che è impossibile distinguere la dinamica, dall'elettrodinamica. Ed allora, o si mette a posto l'elettrodinamica, o si rinuncia al principio classico di relatività, o si costruisce una nuova meccanica. La strada che seguirà Einstein sarà, come vedremo, l'ultima.

(642) Nell'intervista scritta di Shankland ad Einstein, già citata, Einstein, oltre all'esperienza di Michelson-Morley di cui aveva una conoscenza indiretta, fa riferimento proprio all'aberrazione ed all'esperienza di Fizeau (bibl.120, pag.35). Si noti che, nella stessa intervista, Einstein sostiene: "*Ciò che mi ha condotto più o meno indirettamente alla teoria della relatività era la convinzione che la forza elettromotrice che agisce su un corpo in moto in un campo magnetico non è altro che un campo elettrico.*" In questo modo, l'asimmetria, di cui abbiamo parlato prima, sparisce. Ma per ottenere questo occorre, appunto, la teoria della relatività.

(843) Si sta parlando di sistema inerziali. E' interessante osservare che questo concetto, oggi così diffuso e quasi indispensabile, fu introdotto solo nel 1885 dal fisico tedesco L. Lange (1863- ? ) nel suo lavoro Sulla formulazione scientifica della legge d'inerzia di Galileo. Egli propose di riferire la legge d'inerzia non più ad uno *spirituale* spazio assoluto ma, appunto, ad un *sistema inerziale*, ad un sistema di riferimento cioè rispetto al quale quella legge rimane valida (bibl. 10, pag. 123).

(844) Si noti che il riferimento che Einstein fa ("*... come è stato dimostrato per le grandezze del primo ordine*") mostra la sua conoscenza del lavoro di Lorentz del 1895 senza la parte - l'Appendice - in cui, con l'introduzione dell'ipotesi della contrazione, il fisico olandese mostrava di poter rendere conto dei fenomeni anche al secondo ordine. Si noti ancora che il cosmologo H. Bondi osserva: "*Sarebbe intollerabile che tutti i sistemi inerziali fossero equivalenti da un punto di vista dinamico, ma distinguibili mediante misure ottiche.*" Si noti infine che un altro modo di enunciare il principio di relatività di Einstein è il seguente: "*Un osservatore che sia dotato di un moto traslatorio uniforme, non può decidere né con esperienze meccaniche, né con esperienze elettrodinamiche, né con esperienze ottiche, se egli si trovi in stato di quiete o di moto.*"

(855) Einstein, per la velocità della luce usa il simbolo  $V$ . Ho creduto opportuno sostituire questa notazione con quella,  $c$ , a noi più familiare. Allo stesso modo ho operato per altre notazioni da noi oggi poco usate. In particolare, alla traduzione di Straneo di contemporaneità ho sostituito

simultaneità. Si noti che, nelle ipotesi di Einstein, la velocità della luce deve essere indipendente sia dalla velocità del corpo emittente sia dalla velocità dell'osservatore, e ciò risulta chiaramente da un altro enunciato che Einstein fornisce per questo Principio nella stessa memoria (bibl 174, pag.482 ; è il punto 2 del secondo paragrafo della memoria in oggetto).

(846) Berkson fa rilevare che forse Einstein si costruì un'immagine dell'etere "*come un lago e del sistema in moto come una barca a vela che si sposta in esso. Se ci sporgiamo e colpiamo l'acqua con un remo (sorgente luminosa), si emetteranno delle onde (luce) dal luogo dove abbiamo agitato l'acqua. La velocità delle onde così prodotte dipenderà dalla natura e dalla profondità dell'acqua (etere), ma non dalla velocità della barca attraverso l'acqua (velocità della sorgente).*"

(847) Bibl. 174, pag.99. Su questo argomento torneremo più oltre, per ora si osservi che nel 1908 il fisico svizzero W. Ritz (1876-1909) elaborò una elettrodinamica fondata sul solo principio einsteiniano di relatività, respingendo quindi la costanza di  $c$  in tutti i sistemi inerziali. Nella sua teoria (Annalen de Chimie et de Physique, 8; 1908) la luce era costituita da minuscole particelle (*i quanti di luce* introdotti da Einstein nel 1905) scagliate dalla sorgente in tutte le direzioni (l'analogo della teoria corpuscolare di Newton). Ebbene queste particelle hanno una velocità costante solo rispetto al corpo che emette la luce (e non, come in Einstein, in tutti i riferimenti inerziali). La teoria di Ritz, senza introdurre né tempo locale, né contrazioni, rendeva conto di tutti i fenomeni noti (compresa l'esperienza di Michelson). Solo nel 1939 fu scoperto da H.E. Ives, l'effetto relativistico Doppler trasversale che non si concilia con questa teoria mentre è in accordo con quella di Einstein. Ritz comunque non poté portare a termine il suo programma perché morì prematuramente nel 1909. Una discussione ad alto livello della teoria di Ritz è fatta da Pauli ( bibl, 179, pagg. 10-15 ).

(848) Avremo modo di soffermarci più oltre delle verifiche sperimentali della Relatività; per ora basti dire che la costanza di  $c$  e la sua indipendenza dalla velocità della sorgente o dell'osservatore, risulta con chiarezza da due fenomeni esemplari: la sua misura utilizzando come sorgente le stelle doppie e la sua misura dal decadimento della particella  $\pi^0$  (pai zero).

#### LE NOTE MANCANTI SONO ALL'INTERNO DEL PRECEDENTE PARAGRAFO IN PDF

(918) Per quel che riguarda questo paragrafo non darò espliciti riferimenti bibliografici di volta in volta. C'è una letteratura così vasta che è praticamente impossibile riportarla tutta. Cercherò, soltanto di dire le cose nel migliore modo possibile dei modi che sono stati ideati da altri ed in particolare tra i testi di bibliografia che vanno dal 187 al 227 (oltre, naturalmente, quelli già citati e cioè bibl. 91, 92, 94, 178, 180). A livello superiore sono i testi di bibl. dal 228 al 234 (oltre ai già citati 176 e 179). I testi 235 e 236, soprattutto il secondo, sono una utile rassegna dei vari esperimenti a sostegno della relatività, anche se non ne condivido l'impostazione didattica. I testi 239 e 240 si occupano di questioni filosofiche connesse con la relatività, mentre i testi 237 e 238 trattano di svariate verifiche sperimentali della teoria. Infine i testi dal 241 al 250 si occupano di questioni diverse attinenti la relatività.

(919) I migliori orologi attualmente a nostra disposizione sono i cosiddetti *orologi atomici* il cui principio di funzionamento si basa sull'oscillazione di determinati atomi (cesio) indotta per mezzo di onde elettromagnetiche di frequenza opportunamente scelta (in fase con una delle frequenze proprie dell'atomo stesso in modo da essere in condizione di risonanza). Per una trattazione semplice ed esauriente dell'argomento si veda bibl. 193 e 243. Si noti che disponendo di svariati orologi atomici solo dopo 150.000 anni essi daranno letture differenti in media di un secondo. Questa precisione può essere ulteriormente aumentata costruendo orologi atomici molto più costosi. Si noti infine che quando si parla di orologi identici si sottintende l'espressione *quando sono confrontati in quiete*.

(920) Quanto scritto non è casuale. Non possiamo infatti dire  $t = t' \neq 0$  poiché non sappiamo nulla sui tempi  $t$  e  $t'$  ed in particolare nulla sappiamo sul loro essere o meno uguali. Si ricordi che il criterio di sincronizzazione valeva per un dato riferimento e non per il passaggio da un riferimento ad un altro.

(921) Per la radice abbiamo considerato la sua determinazione positiva perché il segno negativo lascerebbe inalterati i risultati comportando solo una riflessione delle coordinate (un andamento, cioè, simmetrico rispetto all'asse delle velocità  $v$ ).

(926) W. Kaufmann - Sulla costituzione degli elettroni - Annalen der Physik, 19, 1906; pagg.

487-553.

(927) Citato da Holton (bibl. 127, pag. 187).

(928) M. Planck - Riguardo alle misure di Kaufmann sulla deviazione dei raggi  $\beta$ ... - *Physikalische Zeitschrift*, 7, 1906; pagg. 753-761.

(929) M. Planck – Il principio di relatività e la legge fondamentale della meccanica - *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 1906; pagg. 136 -141.

(930) A. Einstein – Sul principio di relatività e sulle conseguenze che da esso discendono - *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, 4. 1907; pagg. 411-462

(931) Citato da Holton (bibl. 127, pag. 188).

(932) A. Einstein - Il principio di conservazione del centro di massa e l'inerzia dell'energia - *Annalen der Physik*, 20, 1906; pagg. 627 - 633.

(933) A. Einstein – Il passaggio dal principio di relatività all'inerzia dell'energia - *Annalen der Physik*, 23, 1907; pagg. 371-372.

(934) G. N. Lewis, su *Philosophical Magazine*, 16, 1908 ; pag. 705.

(935) G. N. Lewis, R. C. Tolman – Il principio di relatività e la meccanica non-newtoniana - *Philosophical Magazine*, 18, 1909; pagg. 510-523.

(936) M. Planck, su *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 10, 1908; pag. 728.

(937) A. H. Bucherer - Misure sui raggi di Becquerel. Conferma sperimentale della teoria di Lorentz e di Einstein -. *Physikalischen Zeitschrift*, 9, 1908; pagg. 755-762. Altre esperienze che confermarono ulteriormente i risultati precedenti furono realizzate da Bucherer nel 1909. Anche altri sperimentatori giunsero, negli stessi anni, alle stesse conclusioni.

(938) M. Von Laue, su *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 1911; pag. 513.

(939) H. Minkowskij - Spazio e tempo - Discorso pronunciato all' ottantesima assemblea degli scienziati e dei medici tedeschi a Colonia (21 settembre 1908). Traduzione inglese in bibl. 131 pagg. 73-91. Un precedente cenno a quanto Minkowskij sostenne a Colonia era stato fatto dallo stesso autore in una comunicazione del 5 novembre 1907 all'Accademia di Gottinga.

(940) Ricordando le trasformazioni di Galileo ( $x' = x - vt$ ;  $y' = y$ ;  $z' = z$ ;  $t' = t$ ) trasformando la (55 bis) per un riferimento  $S'$ , in moto con velocità  $v$  rispetto al riferimento  $S$  nel quale è data la (55 bis), si trova che  $s'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ , avendo posto  $x'_2 - x'_1 = x'$ ;  $y'_2 - y'_1 = y'$ ;  $z'_2 - z'_1 = z'$ . Si può facilmente vedere che la (55) è invariante per una trasformazione di Galileo. Analogamente, se alla (55 bis) si applicano le trasformazioni di Lorentz (8), si trova che la (55) non è invariante per una tale trasformazione (si ricordi la contrazione delle lunghezze).

(941) Sviluppi importanti sulla strada aperta da Minkowski,j furono realizzati da Born con tre articoli del 1909 da P. Frank (1909); da A. Sommerfeld che ne fece una trattazione sistematica. (1910)

(942) L'universo è stato chiamato anche "*cronotopo*" utilizzando una parola coniata da V. Gioberti nel 1857; la parola è stata ripresa da E. Troilo nel 1920 ed applicata alla relatività.

(943) Per quel che segue mi sono rifatto a bibl. 212.

(944) Per la dilatazione dei tempi e la composizione delle velocità vedi bibl. 212. Si tenga poi conto che il testo 196 di bibl. tratta tutta la cinematica in modo semplice con i diagrammi di Minkowskij. Molti altri testi dedicano poi svariate pagine all'argomento. Si può in particolare vedere bibl. 94, pagg. 189-201 e bibl. 190 (articolo di O. Frisch).

(945) Anche se Einstein dovrà sostituire la geometria pseudoeuclidea (o iperbolica) di Minkowskij con quella sferica di Riemann.

(946) A. Einstein - I fondamenti della teoria della relatività generale - Annalen der Physik, 4, 49, 1916; pagg. 769-822. Traduzione italiana in bibl. 174, pagg. 509-559 (tutte le citazioni che seguiranno saranno tratte da questa traduzione). Lavori precedenti di Einstein che trattano in modo più o meno esteso delle questioni che saranno poi argomento del lavoro del 1916 sono del 1911 (Annalen der Physik, 4, 35, 1911; pag. 898), del 1914, insieme con M. Grossmann che si occupò della parte strettamente matematica (Zeitsch. Math. Phys., 63, 1914; pag. 215), del 1915 (Stzgsb. Ak. Berlin, 41, 1915; pagg. 778 ed 844).

Altri lavori seguirono poi quello del 1916; tra di essi ricordiamo:

Einstein - Il principio di Hamilton e la teoria della relatività generale - Sitz. Preuss. Akad. Wissenschaften, 1916; pagg. 1111-1116.

Einstein - Considerazioni cosmologiche sulla teoria della relatività generale - Sitz. Preuss. Akad. Wiss., 1917; pagg. 142-152.

A. Einstein - Generalizzazione della teoria della gravitazione - Appendice II al volume di Einstein II significato della Relatività, Princeton, 1953 (quarta edizione). Questi ultimi tre lavori sono tradotti in italiano in bibliografia 174.

(947) Si noti che qui c'è un evidente riferimento alle *masse nascoste* introdotte da Hertz.

(948) Vedi bibl. 199, pag. 58. Si noti che l'oggi cui si riferisce Einstein è situabile intorno agli anni '40.

(949) Quanto qui riportato è sostenuto da Einstein in una lettera al suo amico Besso del 28 agosto 1918 (citata da Holton in bibl. 127, pag. 179). In conclusione del lavoro non si possono non ricordare anche gli enormi contributi dati da Einstein alla teoria dei calori specifici dei solidi ed alla formulazione delle statistiche quantistiche (statistica di Bose-Einstein).

(950) Il fenomeno è osservabile solo durante una eclisse totale di Sole, poiché allora risultano visibili le stelle che si trovano dietro il Sole. Si noti che la deflessione del raggio di luce risulta dal confronto con la posizione delle stelle, ad esempio di notte, quando il Sole non si trova più lungo la congiungente la stella con la Terra.

(951) Il saggio fu scritto nel 1944 per la rivista Monthly Review (New York). Esso è riportato nella sua traduzione in italiano in bibl. 161, pagg. 225-233.

---

## **BIBLIOGRAFIA**

1) P.CASINI - **Filosofia e fisica da Newton a Kant** - LOESCHER, 1978.

- 2) J.LOCKE - **Saggio sull'intelligenza umana** - LE MONNIER, 1969.
- 3) R.RENZETTI - **Relatività, da Aristotele a Newton** - AIF-1980.
- 4) I.NEWTON - **Opere** - UTET, 1965.
- 5) A.KOYRE' - **Dal mondo chiuso all'universo infinito** - FELTRINELLI, 1970.
- 6) M.JAMMER - **Storia del concetto di forza** - FELTRINELLI, 1971.
- 7) U.FORTI - **Storia della scienza** - DALL'OGGIO, 1969.
- 8) Y.ELKANA - **La scoperta della conservazione dell'energia** - FELTRINELLI, 1977.
- 9) M.B.HESSE - **Forze e campi** - FELTRINELLI 1974.
- 10) M.JAMMER - **Storia del concetto di spazio** - FELTRINELLI, 1966.
- 11) P.ROSSI - **La rivoluzione scientifica, da Copernico a Newton** - LOESCHER, 1973.
- 12) E.BELLONE - **Le leggi del movimento da Hume a Laplace** - LOESCHER, 1979.
- 13) R.RENZETTI - **Concezioni particellari nel XVII e XVIII secolo . La crisi dell'azione a distanza** -. LA FISICA NELLA SCUOLA, Anno XIII, n°2 e n°3, 1980.
- 14) K.R.POPPER - **Congetture e Confutazioni** - IL MULINO, 1972.
- 15) S.D'AGOSTINO - **Dispense di Storia della Fisica** - IFUR, 1974.
- 16) S.F.MASON - **Storia delle scienze della natura** - FELTRINELLI, 1971.
- 17) L.GEYMONAT - **Storia del pensiero filosofico e scientifico** - GARZANTI, 1971.
- 18) N.ABBAGNANO - **Storia delle scienze** - UTET, 1965.
- 19) AA.VV. - **Storia generale delle scienze** - CASINI, 1964.
- 20) J.BERNAL - **Storia della scienza** - EDITORI RIUNITI, 1956.
- 21) T.S.ASHTON - **La rivoluzione industriale 1760/1830** - LATERZA, 1972.
- 22) F.KLEMM - **Storia della tecnica** - FELTRINELLI, 1966.
- 23) D.S.L.CARDWELL - **Tecnologia, scienza e storia** - IL MULINO, 1976.
- 24) A.BARACCA, R. LIVI - **Natura e storia: fisica e sviluppo del capitalismo nell'Ottocento** - D'ANNA, 1976.
- 25) A.MARCHESE - **La battaglia degli illuministi** - SEI, 1974.
- 26) E.CASSIRER - **La filosofia dell'illuminismo** - LA NUOVA ITALIA, 1973.
- 27) VOLTAIRE - **La filosofia di Newton** - LATERZA, 1978.

- 28) J.O.DE LAMETTRIE - **L'uomo macchina ed altri scritti** - FELTRINELLI, 1955.
- 29) A.ROSSI - **Illuminismo e sperimentalismo nella fisica del '700** - SAPERE 741, Ottobre 1971.
- 30) A.KOYRE' - **Dal mondo del pressappoco all'universo della. precisione** - EINAUDI, 1967.
- 31) P.BAIROCH - **Scienza, tecnica ed economia nella rivoluzione industriale** - SAPERE n° 695, Novembre 1967.
- 32) D'ALEMBERT, DIDEROT - **La filosofia dell'Encyclopedie** - LATERZA, 1966 .
- 33) AA.VV. - **Scienziati e tecnologi (dalle origini al 1875)** - MONDADORI, 1975.
- 34) AA.VV. - **Scienziati e tecnologi (contemporanei)** - MONDADORI, 1974.
- 35) T.S.KUHN - **La struttura delle rivoluzioni scientifiche** - EINAUDI, 1969 .
- 36) K.R.POPPER - **Scienza e filosofia** - EINAUDI, 1969.
- 37) K.R.POPPER - **La logica della scoperta scientifica** - EINAUDI, 1970 .
- 38) R.RENZETTI - **Concezioni paritcellari e di campo nella, prima metà del XIX secolo. L'opera di M.Faraday** - IFUR, Nota interna del 19/XII/1975.
- 39) R.RENZETTI - **La storia della fisica, nella scuola secondaria** - LA FISICA NELLA SCUOLA, Anno VII, n° 4, 1974 .
- 40) R.RENZETTI ed altri - **L'insegnamento delle scienze nel biennio della scuola secondaria** - IFUR, Nota interna del 23/X/1975.
- 41) Y.ELKANA - **Science, Philosophy of Science and Science Teaching** - Su EDUC. PHIL. AND THEORY, Vol. 2, pagg. 15--35; 1970.
- 42) A.BARACCA, R.RIGATTI - **Aspetti dell' interazione tra scienza e tecnica durante la rivoluzione industriale del XVIII secolo in Inghilterra 1-La nascita dei concetti di lavoro ed energia** - IL GIORNALE DI FISICA, Vol. XV, n° 2; 1974 .
- 43) A.BARACCA, R.RIGATTI - **Idem . 2- Sviluppi della macchina a vapore** - IL GIORNALE DI FISICA, Vol. XV, n° 3; 1974.
- 44) AA.VV. - **Enciclopedia monografica AZ Panorama** - ZANICHELLI, 1959.
- 45) C. MAFFIOLI - **Una strana scienza** - FELTRINELLI, 1979.
- 46) L.GALVANI - **Opere** - UTET, 1967.
- 47) A.VOLTA - **Opere** - UTET, 1967 .
- 48) P.S.LAPLACE - **Opere** - UTET, 1967.

- 49) A.M.AMPÈRE - **Opere** - UTET, 1967.
- 50) G.TRUESDALL - **Essays in the History of Mechanics** - SPRINGER, 1968 .
- 51) Y.ELKANA - **The Historical Roots of Modern Physics** - SCUOLA INTERNAZIONALE DI FISICA 'E.FERMI', Varenna, LVII Corso.
- 52) J.AHRWEILLER - **Franklin** - ACCADEMIA, 1973.
- 53) AA.VV. - **Sul marxismo e le scienze** - CRITICA MARXISTA, .Quaderno n° 6; 1972.
- 54) BARACCA, RUFFO, RUSSO - **Scienza e industria 1848-1915** - LATERZA, 1979.
- 54 bis) LAVOISIER - **Elements of Chemistry**
- FOURIER - **Analytical Theory of Heat**
- FARADAY - **Experimental Researches in Electricity** - ENC. BRITANNICA, 1952.
- 55) S.C.BROWN - **Il conte Rumford** - ZANICHELLI, 1968.
- 56) BARACCA, ROSSI - **Materia ed energia** - FELTRINELLI, 1978.
- 57) J. ANDRADE e SILVA, C.LOCHAK - **I quanti** - IL SAGGIATORE, 1969.
- 58) AA.VV. - **La scienza nella società capitalistica** - DE DONATO, 1971.
- 59) E.BELLONE - **I modelli e la concezione del mondo** - FELTRINELLI, 1973.
- 60) S.D'AGOSTINO - **L'elettromagnetismo classico** - SANSONI, 1975.
- 61 ) A.SCHOPENHAUER - **Filosofia e scienza della natura** - ATHENA, 1928.
- 62) J.FALLOT - **Marx e la questione delle macchine** - NUOVA ITALIA, 1971..
- 63) G.MONETI - **Lezioni di storia della fisica** - IFUR, A.A. 1965/1966.
- 64) L. PEARCE WILLIAMS - **The origins of field theory** - RANDOM HOUSE, New York; 1966.
- 65) L.ROSENFELD - **The Velocity of Light and the Evolution of Electrodynamics** - SUPPLEMENTO AL NUOVO CIMENTO, Vol. IV, X, 1956.
- 66) R.RENZETTI - **Fisici italiani e vicende politiche nella prima metà dell'800: Macedonio Melloni e la corrispondenza con Faraday** - IL GIORNALE DI FISICA, Vol. XVII, n° 2; 1976.
- 67) L.PEARCE WILLIAMS - **Michael Faraday, a Biography** - CHAPMAN and HALL, London, 1965.
- 68) J. AGASSI - **Faraday as Natural Philosopher** - UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS, 1971.

- 69) M.FARADAY - **Experimental Researches in Electricity** (Vol.I) - B.QUARITCH, 1839.
- 70) M FARADAY - **Idem** (Vol.II) - B.QUARITCH, 1844 .
- 71) M.FARADAY - **Idem** (Vol.III) - R.TAYLOR, W. FRANCIS, 1855.
- 71 bis) M. FARADAY - **Thoughts on Ray-Vibrations** - Phil. Mag. S.3, Vol. 28, 188, 1846.
- 72) L.PEARCE WILLIAMS - **The Selected Correspondence of Michael Faraday** - CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1971.
- 73) M.FARADAY - **A speculation touching Electric Conduction and the Nature of Matter** - PHILOSOPHICAL MAGAZINE, S. 3, Vol. 24, n° 157; pagg. 136-44, 1844.
- 74) M.FARADAY - **Thoughts on Ray-vibrations** - PHIL, MAG., S.3, Vol.28, n° 158, pagg.345 - 350; 1846.
- 75) C.DE MARZO - **Maxwell e la fisica classica** - LATERZA, 1978.
- 76) J.C.MAXWELL - **Opere** - UTET, 1973 .
- 76 bis) J. K. MAXWELL - **On Faraday's Lines of Force** - Trans. Cambr. Phil. Soc., 10, 1856.
- 76 ter) J. K. MAXWELL - **On Physical Lines of Force** - Phil. Mag. , 21, 23, 1861 e 1862.
- 76 quater) J. K. MAXWELL - **A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field** - Roy. Soc. Trans. , 155, 1864.
- 76 quinquies) J. K. MAXWELL - **Treatise on Electricity and Magnetism** - Clarendon Press, Oxford 1873.
- 77) A.BARACCA, S.BERGIA - **La spirale delle alte energie** - BOMPIANI, 1975.
- 78) A.BARACCA, A.ROSSI - **Marxismo e scienze naturali** - DE DONATO, 1976.
- 79) AA.VV. - **L'ape e l'architetto** - FELTRINELLI, 1976.
- 80) F.CAJORI - **Storia della fisica elementare** - R.SANDRON, 1930.
- 81) P.STRANEO - **Le teorie della fisica nel loro sviluppo storico** - MORCELLIANA,1950
- 82) S.D'AGOSTINO - **I vortici dell'etere nella teoria del campo elettromagnetico di Maxwell** - PHYSIS, X, 3, 1968.
- 83) S.D'AGOSTINO - **Maxwell e la scoperta della teoria elettromagnetica della luce** - ARGHIMEDE, 4/5, 1967.
- 84) AA.VV. - **La storia della scienza, ed il rinnovamento dell'istruzione secondaria** -

DOMUS GALILEIANA, 1976.

85) U.GIACOMINI - **Scienza, e filosofia nel XIX e XX secolo** - RADAR, 1968 .

86) V.RONCHI - **Storia della luce** - ZANICHELLI, 1952.

87) NEWTON - **Mathematical principles of natural philosophy**

- **Optics**

HUYGENS - **Treatise on light** - ENC. BRITANNICA, 1952.

88) E.PERSICO - **Ottica** - ZANICHELLI, 1979.

89) D.PAPP - **Historia de la Fisica** - ESPASA CALPE, 1961.

90) S.D'AGOSTINO - **Il contributo di Newton allo sviluppo dell'ottica** - IL GIORNALE DI FISICA, Vol.VI, n° 3, 1965.

91) M.BORN - **La sintesi einsteniana** - BORINGHIERI, 1965 (L'opera è del 1920).

92) EINSTEIN, INFELD - **L'evoluzione della fisica** - BORINGHIERI, 1965 (L'opera è del 1938).

93) P.A.DAGUIN - **Traité élémentaire de physique** - PRIVAT, LAGRAVE, 1868.

94) R.RESNICK - **Introduzione alla Relatività ristretta** - AMBROSIANA, 1969.

95) E.BELLONE - **Le leggi della termodinamica da Boyle a Boltzmann** - LOESCHER, 1978.

96) F.BEVILACQUA - **Storia del concetto di energia** - AIF-PAVIA, 1978.

97) E.MACH - **La meccanica nel suo sviluppo storico-critico** - BORINGHIERI, 1968.

98) G. CASTELFRANCHI - **Fisica sperimentale ed applicata** - HOEPLI, 1943.

99) E.DU BOIS-REYMOND - **I confini della conoscenza della natura** - FELTRINELLI,1973.

100) KELVIN - **Opere** - UTET, 1971.

101) HELMHOLTZ - **Opere** - UTET, 1967.

102) CINI, DE MARIA, GAMBA - **Corso di fisica per i licei scientifici** -SANSONI, 1975.

103) P.ENGELS - **Dialettica della natura** - EDITORI RIUNITI, 1971.

104) EINSTEIN e BORN - **Scienza e vita** - EINAUDI, 1973.

105) M.P.DUHEM - **Les Théories Électriques de J.C. Maxwell** - HERMANN, Parigi, 1902.

106) S. D'AGOSTINO - **Heinrich Hertz e la verifica della teoria elettromagnetica di**

**Maxwell** - IL GIORNALE DI FISICA, Vol.XV, n°3, 1974.

107) S. D'AGOSTINO - **Hertz e Helmholtz sulle onde elettromagnetiche** - SCIENTIA, 106, n°7/8, 1971.

108) S. D'AGOSTINO - **Hertz's Researches on Electromagnetic Waves** - HISTORICAL STUDIES IN THE PHYSICAL SCIENCES, R.Mc Cormack Editor, 1975.

109) O.J.LODGE - **The Work of Hertz** - NATURE, Vol. 50, pagg. 133,139, 160, 161 ; 1894.

110) E.POINCARÉ - **On Maxwell and Hertz** - NATURE, Vol. 50, pagg. 8,11; 1854.

111) W.BERKSON - **Fields of Force. The Development of World View from Faraday to Einstein** - edizione in spagnolo, ALIANZA EDITORIAL, 1981.

112) E.WHITTAKER - **A History of the Theories of Aether and Electricity** - NELSON and SONS, London; 1951/1953.

113) S.D'AGOSTINO - **La posizione dell'elettrodinamica di Lorentz nei riguardi delle teorie particellari e di campo nella seconda, metà dell'ottocento** - IFUR, Nota interna n° 453, 1973.

114) T.HIROSIGE - **Origins of Lorentz's Theory of Electrons and the Concept of the Electromagnetic Field** - HISTORICAL STUDIES IN THE PHYSICAL SCIENCES, R. Mc Cormack Editor, 1969.

115) E.HERTZ - **Electric Waves** - DOVER, New York, 1962.

116) G.TABARRONI - **L'elettromagnetismo e le sue più importanti tappe sperimentali** - CULTURA E SCUOLA, Anno XV, n° 57, 1976.

117) M.PLANCK - **Scienza, Filosofia. e Religione** - Fratelli FABBRI ED. 1965.

118) L.KERWIN - **Atomic Physics** - HOLT, RINEHART, WINSTON, 1963 .

119) A.A.MICHELSON, E.W. MORLEY - **On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Aether** - PHIL. MAG., S. 5, Vol. 24; 1887.

120) R.S.SHANKLAND - **Michelson-Morley Experiment** - AM. JOURNAL OF PHYSICS, 32, 16, 1964 .

121) R.S.SHANKLAND - **Michelson-Morley Experiment** - SCIENTIFIC AMERICAN, 211, 5, 1964.

122) O.J.LODGE - **On the present state of our Knowledge of the connection between ether and matter** - NATURE, 46, 1181, 1892.

123) E.BELLONE - **La relatività da Faraday ad Einstein** - LOESCHER, 1981.

124) T.HIROSIGE - **The Ether Problem, the Mechanistic Worldview, and the Origin of the Theory of Relativity** - HISTORICAL STUDIES IN THE PHYSICAL SCIENCES, R. Mc Cormack Editor, Vol.7, 1976.

- 125) R.MARCOLONGO - **La relatività ristretta** - SCIENTIA, Vol. 35, pagg. 249-258 e Pagg.321-330; 1924.
- 126) G.CASTELNUOVO - **Il principio di relatività ed i fenomeni ottici** - SCIENTIA, Vol. 9, pagg. 65-86; 1911.
- 127) G.HOLTON - **Ensayos sobre el pensamiento científico en la epoca de Einstein** - ALIANZA EDITORIAL, 1982.
- 128) D.BOHM - **The Special Theory of Relativity** - BENJAMIN, New York; 1965.
- 129) R.Mc CORMACK - **Einstein, Lorentz and the Electron Theory** - HISTORICAL STUDIES IN THE PHYSICAL SCIENCES, R.Mc Cormack Editor, Vol.2, 1970.
- 130) S. D'AGOSTINO - **Aspetti storici della Relatività. Speciale** - Nota interna n° 577; 1974.
- 131) AA.VV. - **The Principle of Relativity** - DOVER PUBBL. 1923.
- 132) G .BATTIMELLI - **Teoria dell'elettrone e teoria della relatività. Uno studio sulle cause della scomparsa dalla prassi scientifica del concetto di etere elettromagnetico** - TESI di LAUREA, IFUR,1972/3.
- 133) S.PETRUCCIOLI, C.TARSITANI - **L'approfondimento della conoscenza fisica dall'affermazione delle concezioni maxwelliane alla relatività speciale (1890-1905)** - Quaderni di Storia e Critica della Scienza 4, DOMUS GALILEIANA, Pisa.; 1974.
- 134) H.A.LORENTZ - **Collected Papers** - THE HAGUE, MARTINUS NIJHOFF,1936.
- 135) H.RITZ - **Du Role de l'Ether en Physique** - SCIENTIA, Vol. 3, 1908.
- 136) A.PALATINI - **La teoria della relatività nel suo sviluppo storico** - SCIENTIA, Vol. 26, 1919.
- 137) L. De BROGLIE - **Sui sentieri della scienza** - BORINGHIERI, 1962 .
- 138) H.POINCARÉ - **L'espace et le temps** - SCIENTIA, Vol.13, 1912.
- 139) H.POINCARÉ - **Sur la dynamique de l'electron** - RENDICONTI DEL CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO, 21, 1906.
- 140) H.POINCARÉ - **La scienza e l'ipotesi** - LA NUOVA ITALIA, 1950.
- 141) H.POINCARÉ - **Ciencia y metodo** - ESPASA CALPE, 1944.
- 142) H.POINCARÉ - **El valor de la ciencia** - ESPASA CALPE, 1946.
- 143) H.POINCARÉ - **Ultimos pensamientos** - ESPASA CALPE, 1946.
- 144) C.SCRIBNER - **H. Poincaré and the Principle of Relativity** - AMERICAN JOURNAL OP PHYSICS, 32, pagg.672-678, 1964.
- 145) S.GOLDBERG - **H.Poincaré and Einstein's Theory of Relativity** - AMERICAN

JOURNAL OP PHYSICS, 35; pagg.934-944; 1967.

146) F.KOTTEL - **Considérations de critique historique sur la théorie de la relativité** - SCIENTIA, Vol. 36, pagg.231-242; 301-316, 1924.

147) T.S.KUHN - **Black Body Theory and the Quantum Discontinuity** - OXFORD UNIVERSITY PRESS, 1978. Edizione in spagnolo ALIANZA EDITORIAL, 1980 .

148) S. BERGIA - **La storia della relatività** - LA FISICA NELLA SCUOLA, Anno VIII, n °1, 1975.

149) R.DUGAS - **Histoire de la mécanique** - DUNOD, Paris, 1950.

150) E.B.HILLER.- **Espacio, tiempo, materia, infinito** - GREDOS, Madrid, 1968 .

151) R.MUSIL - **Sulle teorie di Mach** - ADELPHI, 1973.

152) AA.VV. - **La concezione scientifica del mondo** - LATERZA, 1979 .

153) M.PLANCK - **La conoscenza del mondo fisico** - EINAUDI, 1943.

154) R.AVENARIUS - **Critica dell'esperienza pura** - LATERZA, 1972 .

155) W.OSTWALD - **L'Énergie** - ALCAN, 1910.

156) V.I.LENIN - **Materialismo ed empiriocriticismo** - EDITORI RIUNITI, 1973

157) G.LENZI - **E. Mach fisico e filosofo critico della scienza** - SPERIMENTATE CON NOI, rivista della Leybold, Anno 3, n° 3, settembre 1979.

158) E.BELLONE - **Il mondo di carta** - MONDADORI, 1976.

159) W. HEISENBERG - **Natura e fisica moderna** - GARZANTI, 1957.

160) M.JAMMBR - **Storia del concetto di massa** - FELTRINELLI, 1974.

161) A. EINSTEIN - **Pensieri degli anni difficili** -BORINGHIERI, 1965.

162) B.HOFFMANN - **Albert Einstein creatore e ribelle** - BOMPIANI, 1977.

163) S.BERGIA - **Einstein e la relatività** - LATERZA, 1978 .

164) A.BERTIN - **Einstein** - ACCADEMIA, 1971.

165) H. CUNY - **Albert Einstein e la fisica moderna** - EDITORI RIUNITI, 1963.

166) E.E.LEVINGER - **Albert Einstein** - MONDADORI, 1951.

167) P. MICHELMORE - **Einstein** - DELLA VOLPE, 1967.

168) P.A.SCHILPP (a cura di) - **Albert Einstein, scienziato e filosofo** - EINAUDI, 1958.

169) G. BATTIMELLI - **I caratteri salienti di una svolta** - SAPERE n° 823, ott/nov. 1979.

- 170) AA.VV - **Scienza e storia** - CRITICA MARXISTA, EDITORI RIUNITI, 1980.
- 171) A.EINSTEIN - **La teoria dei quanti di luce** - NEWTON COMPTON IT., 1973.
- 172) D. ter HAAR - **The old quantum theory** - PERGAMONN PRESS, 1967.
- 173) AA.VV. - **La teoria quantistica del calore specifico** - NEWTON COMPTON IT., 1974.
- 174) AA. VV. - **Cinquant'anni di relatività** - EDITRICE UNIVERSITARIA, Firenze, 1955 .
- 175) J.S.SCHWARTZ, M.Mc GUINNES - **Einstein** - IL SAGGIATORE, 1980.
- 176) A.A.VV. - **La fisica di Berkeley** - ZANICHELLI, 1971.
- 177) J.G.TAYLOR - **The new Physics** - BASIC BOOKS,1971. Edizione in spagnolo ALIANZA EDITORIAL, 1981.
- 178) A.EINSTEIN - **Relatività** - BORINGHIERI, 1967.
- 179) W.PAULI - **Teoria della relatività** - BORINGHIERI, 1958.
- 180) P.COUDERC - **Relativité** - PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE, 1981.
- 181 ) P.PLEURY, J.P. MATHIEU - **Fisica generale e sperimentale** - ZANICHELLI, 1970.
- 182) M.A.TONNELAT - **Einstein, mito e realtà** - SCIENTIA, Vol. 114, 1979.
- 183) P.JORDAN - **La fisica nel secolo XX** - SANSONI, 1940.
- 184) L.PEARCE WILLIAMS (a cura di) - **Relativity Theory: Its Origins and Impact on modern Thought** - WILEY and SONS, New York, 1968. Edizione in spagnolo ALIANZA EDITORIAL, 1973 .
- 185) M.PLANCK - **Autobiografia scientifica** - EINAUDI, 1956.
- 186) M.LA ROSA - **Le concept de temps dans la théorie d'Einstein** - SCIENTIA, Vol. 34, 1923.
- 187) U. FORTI - **Einstein, il pensiero** - NUOVA ACCADEMIA, 1961.
- 188) A. BANDINI BUTI - **La relatività** -EDITORIALE DELFINO, 1971.
- 189) V.SILVESTRINI - **Guida alla teoria della relatività** - EDITORI RIUNITI, 1982.
- 190) AA.VV. - **Modern Physics** - PENGUIN BOOKS, 1971. Edizione in spagnolo ALIANZA EDITORIAL, 1975.
- 191) A.S. EDDINGTON - **Spazio, tempo e gravitazione** - BORINGHIERI, 1971.
- 192) C.V.DURRELL - **La relatività con le quattro operazioni** - BORINGHIERI, 1967.

- 193) R.SEXL, H.K. SCHMIDT - **Spaziotempo** - BORINGHIERI, 1980.
- 194) L.D.LANDAU, G.B.RUMER - **Che cosa è la relatività ?** - EDITORI RIUNITI, 1961.
- 195) L.BARNETT - **L'universo ed Einstein** - BOMPIANI, 1966.
- 196) H.BONDI - **La relatività ed il senso comune** - ZANICHELLI, 1970.
- 197) J.MARKS - **La relatività** - NEWTON COMPTON IT., 1976.
- 198) G. GAMOW - **Mister Tompkins, l'atomo e l'universo** - MONDADORI, 1962.
- 199) L.INFELD - **Albert Einstein** - EINAUDI, 1952.
- 200) J.A.COLEMAN - **La relatività è facile** - FELTRINELLI, 1967.
- 201) G.LANCZOS - **Einstein** - UBALDINI, 1967 .
- 202) S.CIURLEO - **La teoria della relatività** - D'ANNA, 1973 .
- 203) M.GARDNER - **Che cos'è la relatività** -SANSONI, 1977.
- 204) B.RUSSEL - **L' ABC della relatività** - LONGANESI, 1974 .
- 205) V.TONINI - **Einstein e la relatività** - LA SCUOLA, 1981.
- 206) D.PAPP - **Einstein, historia de un espirtu** - ESPASA CALPE, 1979.
- 207) P.G.W.DAVIES - **Spazio e tempo nell'universo moderno** - LATERZA, 1980.
- 208) H. SOMMER - **Relatividad sin enigmas** - HERDER, 1979.
- 209) G. CASTELNUOVO - **Spazio e tempo** - ZANICHELLI, 1981.
- 210) W.R. FUCHS - **El libro de la fisica moderna** - OMEGA, 1975.
- 211) A.PALATINI - **Teoria della relatività** - HOEPLI, 1947.
- 212) J. RECVELD - **Relativité** - ENSEIGNEMENT ACTUEL DE LA PHYSIQUE, OCDE, 1965.
- 213) R.E.PEIERLS - **Le leggi della natura** - BORINGHIERI, 1960.
- 214) P.A.TIPLER - **Fisica** - ZANICHELLI, 1980.
- 215) E.M. ROGERS - **Matematica e relatività** - Riprodotto su THE PROJECT PHYSICS COURSE, Unità 4/5 pagg.114-139, ZANICHELLI, 1977.
- 216) C. G. DARWIN - **Il paradosso degli orologi** - Riprodotto in Ibidem, pagg. 140-141.
- 217) J.B.MARION - **La fisica e l'universo fisico** - ZANICHELLI, 1976 . 218) J.OREAR - **Fisica generale** - ZANICHELLI, 1970.

- 219) J.OREAR - **Fisica generale secondo il metodo dell'istruzione programmata** - ZANICHELLI, 1971.
- 220) B. TOUSCHEK - **Corso di relatività ristretta** - IFUR, 1973.
- 221) J.BRONOWSKI - **The clock paradox** - SCIENTIFIC AMERICAN, febbraio 1963.
- 222) ALONSO, FINN - **Elementi di fisica per l'università** - ADDISON WESLEY; 1969.
- 223) G.GAMOW - **Biografia della fisica** - MONDADORI, 1972 .
- 224) G. BERNARDINI - **Appunti per alcune lezioni di meccanica relativistica** - IFUR, 1964.
- 225) FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS - **Lectures on physics** - ADDISON WESLEY; 1963.
- 226) L.FABRE - **Les théories d'Einstein** - PAYOT, 1922.
- 227) E.FABRI - **Dialogo sulla massa relativistica** - LA FISICA NELLA SCUOLA, Anno XIV, n° 1, 1981.
- 228) W.RINDLER - **La relatività ristretta** - CREMONESE, 1971 .
- 229) A.P.FRENCH - **Special Relativity** - NORTON and CO; New York, 1968.
- 230) T.REGGE - **Spazio, tempo, relatività** - LOESCHER, 1981.
- 231) J.H.SMITH - **Introduction to Special Relativity** - BENJAMIN, New York, 1965.
- 232) T.LEVI CIVITA - **Fondamenti di meccanica relativistica** - ZANICHELLI, 1928.
- 233) J.D.JACKSON - **Classical electrodynamics** - WILEY and SONS, 1975.
- 234) P.CALDIROLA - **Lezioni di fisica teorica** - VISCONTEA.
- 235) G.CORTINI - **La relatività ristretta** - LOESCHER, 1978.
- 236) G. CORTINI - **Vedute recenti sull'insegnamento della relatività ristretta ad un livello elementare** - QUADERNI DEL GIORNALE DI FISICA 4, Vol. 2°, 1977.
- 237) L.I.SCHIFF - **Experimental tests of theories of relativity** - PHYSICS TODAY, novembre, 1968 .
- 238) N. CALDER - **L'universo di Einstein** -ZANICHELLI., 1981.
- 239) H.REICHENBACH - **Filosofia dello spazio e del tempo** - FELTRINELLI, 1977.
- 240) E.CASSIRER - **La teoria della relatività di Einstein** - NEWTON COMPTON IT., 1981.
- 241 ) H.BONDI - **Miti ed ipotesi nella teoria fisica** - ZANICHELLI, 1971.

- 242) M.AGENO - **La costruzione operativa della fisica** - BORINGHIERI, 1970.
- 243) D.FAGGIANI - **La fisica relativistica e la questione della 'verifica' sperimentale delle teorie** (Ciclostilato senza altra indicazione).
- 244) S.RECAMI - **Esistono i tachioni ?** - IFU, Milano.
- 245) E. BITSAKIS - **Le teorie relativistiche ed il mondo microfisico** - SCIENTIA Vol.111, pagg.383-399; 1976.
- 246) H.LYONS - **Gli orologi atomici** - In 'La fisica e l'atomo', ZANICHELLI, 1969 .
- 247) H.BONDI - **The teaching of special relativity** - PHYSICS EDUCATION, 1, 4, pagg.223-227, 1966.
- 248) G.CASTELNUOVO - **L'espace-temps des relativistes a-t-il contenu réel ?** - SCIENTIA, Vol.55, pagg.169-180; 1923.
- 249) J.TERREL - **Invisibility of the Lorentz Contraction** - PHYSICAL REVIEW, 116, 4, 1959.
- 250) G.GIORGI - **L'evoluzione della nozione di tempo** - SCIENTIA, Vol.55, pagg. 89-102; 1934 .
- 251) LICEO SCIENTIFICO A. RIGHI (CESENA) - **Guida Bibliografica ad Albert Einstein** - A. BETTINI, Cesena; 1979
- 252) A.ROSSI DELL'ACQUA - **Lezioni ... sulle geometrie non euclidee** - ARCHIMEDE, Anno XVI, n° 3, 1964.
- 253) J.A.COLEMAN - **Origine e divenire del cosmo** - FELTRINELLI, 1964.
- 254) H.BONOLA - **La geometria non-euclidea** - ZANICHELLI, 1975.
- 255) L.LANDAU, A.KITAIGORODSKIJ - **La fisica per tutti** - EDITORI RIUNITI, 1969.  
ù
- 256) C.M. WILL - **Einstein aveva ragione?** - BOLLATI BORINGHIERI, 1989.
- 257) R. FIESCHI - **Albert Einstein** - Ed. Cultura della Pace, 1987.
- 258) G. STEPHENSON, C.W. KILMISTER - **Special Relativity for Phycicists** - DOVER, 1987.
- 259) C. BERNARDINI - **Relatività speciale** - LA NUOVA ITALIA SCIENTIFICA, 1991.
- 260) EINSTEIN - BESSO - **Correspondance (1903-1955)** - HERMANN, 1979.
- 261) AA.VV. - **Einstein and the philosophical problems of 20th century physics** - PROGRESS PUBLISHERS MOSCOW, 1979.
- 262) B. KOUZNETSOV - **Einstein** - EDITIONS DU PROGRÈS MOSCOU, 1989.

263) R. HIGHFIELD, P. CARTER - **The private lives of Albert Einstein** - FABER & FABER, London 1993.

264) A. PAIS - "**Sottile è il Signore...**" - BORINGHIERI, 1986.

265) A. PAIS - **Einstein è vissuto qui** - BORINGHIERI, 1995.

266) L. PYENSON - **The Young Einstein: The Advent of Relativity** - A. HILGER, TECHNO HOUSE BRISTOL, 1985.

---

---

[Torna alla pagina principale](#)

